



مقالات پژوهشی:

- شبیه‌سازی ساخت افراز در حلقه واحد کنترل سوخت موتور توربین گاز هوایی را روش پیش‌بینی برمنای مدل پیغامبری، صریح، مرتفعی منتظری و موصیه و زارانه
- تجزیی محاسباتی رفتار مکانیکی استنت آلباز هوشمند تحت بارگذاری محوری برای کاربرد در عروق محیطی فردین، سعید، سید خطوبال‌الاسلام صدری‌زاده و مجید سید صالحی
- تحلیل المان محدود غیرخطی رند پوست با استفاده از مدل غایی هابربر الستیک ناصر، قریزی، فرامرز دادگر و سید حسام‌الله للاحتضان
- حل تحلیلی معادله انتقال حرما در شبکه رودخانه محمد‌آزاد فرازی، سیدی مظاہری و جمال محمد‌ای سامانی
- کنترل همراهان چهگیری و ارتعاشات خشمی - پیچشی هاوهاری برای پتانل‌های چندقسمتی به کمک کنترل - مشاهده‌گر مزراei میثنه‌ی بر معالات دیفرانسیل با مشتقات جزئی محمد‌علی‌پور، سینی، نجات پیشگاری و حسن سالاری
- پیش‌بینی روند زوال و عمر مفید پالپ‌مانعی با مقایسه با کمک شبکه عصبی بازگشتی حافظه طولانی کوتاه‌مدت مهدی پیراوند، سید علی حسینی، حسام‌الدین اشند و افین بنی‌باراه
- کنترل فعال حرمان روی توربین یاد معمور معمودی داریوس با استفاده از عملگر پلاسما مجید راعی، جاوشی و عباس ابراهیمی
- مطالعه‌ی عددی پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد حرارتی و دینامیکی کوره‌ی حرارتی پرس گرم سعید غافری، پیغمبری، محمد‌حسین پهلوانی و مجتبی قنیپور

پاداشت فنی:

- مطالعه‌ی عددی تأثیر افزایش شدت توربولانسی و تغییر زاویه پاشش سوخت بر عملکرد و لایندگی موتور دیزل دریایی کاترپلار امیر حمزة فلاحی‌پور و رضا قربوی
- تئیمیه‌ی مدل برای فرآیند شروع و میزانی موتور گرم‌صوتی موج استنسا علیرضا مرادی، فتح‌الله‌ای، محسن بهرامی و رحیم صبوحی

ARTICLES:

- Hardware-in-the-Loop Simulation of a Gas Turbine Engine Fuel Control Unit Using Model-Based Predictor M. Nasiri, M. Montazeri and M. Rezazadeh
- Numerical Evaluation of the Mechanical Performance of Intelligent Alloy Stents Under Axial Loading for Application in Peripheral Artery F. Nematzadeh, S.K. Sadmehzaad and M. Seyedsalehi
- Nonlinear Finite Element Analysis of Skin Growth Using Hyperelastic Membrane Model N. Prouzi, F. Dadgar-Rad and S.R. Falahatgar
- Analytical Solution of Mass Transport Equation in River Network M.J. Fardad Shilar, M. Mazraehi and J. Mohammad-Vali Samani
- Simultaneous Attitude and Bending-Torsional-Vibration Control of a Satellite with Multi-Section Flexible Panels Using PDE Based Boundary Control-Observer M.M. Ataei, H. Negat Pithkenari and H. Salarieh
- Prognostics of Rolling Bearings Using LSTM Neural Network for Predicting the Trend of Degradation Signal M. Behrad, S.A. Hosseini, H. Aedin Arghand and A. Barazadeh
- Active Flow Control in Darrieus Wind Turbine Blade Using Plasma Actuator M. Zare Chavoshi and A. Ebrahim
- Numerical Investigation of Affecting Parameters on the Thermal and Dynamic Performance of a Hot Isostatic Pressing Furnace S. Shoee, M. Bakouei, M.M. Behzadi and M. Taghipoor

RESEARCH NOTES:

- Numerical Investigation on the Effect of Increasing Turbulence Intensity and Changing the Injection Angle on the Performance and Emission of Caterpillar Marine Diesel Engine A. Farajollahi and R. Rizvi
- Model Development for Startup and Damping of a Standing Wave Thermo-Acoustic Engine A. Moradi, F. Ommi, M. Bahrami and Z. Saboohi

تئوریف

دوره‌ی ۳۸-۳

شماره‌ی ۱

پهار

۱۴۰۱

صاحب امتیاز: دانشگاه صنعتی شریف

مدیر مسئول: دکتر علی اکبر صالحی

سردبیر: دکتر محمد تقی احمدیان

سردبیرهای تحریریه: دکتر سعید سهراب پور

مدیر داخلی: پوران خیرمندی

مدیر اجرایی: پریسا مرقتوی

مسئول روابط عمومی: محمد رضا یوسف خان

ویرایش: سیما توپر کانی

حروف چینی: سانا نادری، راضیه قربانی و مریم علی کرمی

صفحه‌آرایی: غزل احمدی میر قاد

امور اجرایی: شیما آن اسدالله، مریم پورابراهیمی باوفا

طراح لوگو: زنده باد مرتضی ممیز

طرح روی جلد و ساختار صفحه‌آرایی: مصطفی اسدالله‌ی

نظرات فنی و چاپ: پیمان فرگاهی

نقل مندرجات این مجله با ذکر مأخذ آزاد است.

مجله در ویرایش مطالب آزاد است.

نشانی: تهران / صندوق پستی ۱۱۱۵۵-۸۶۳۹

دفتر مجله‌ی علمی و پژوهشی شریف

تلفن: ۶۶۰۰۵۴۱۶۴۰۹۳

پست تصویری: ۶۶۰۱۲۹۸۳

نشانی سایت: <http://journal.sharif.ir>سایت اسپرینگر: www.globalsciencejournals.comپست الکترونیکی: pajouhesh@sharif.eduچاپ: کارگاه کرافتیک فرگاهی، <http://www.fargahi.com>

از انتشارات حوزه، معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمدرضا اسلامی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر محمد تقی احمدیان

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محسن اصغری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمدرضا اعلم

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه برکلی، آمریکا

دکتر محمد اقتصاد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیارز

دکتر آریا استی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر عبدالرضا اوحدی همدانی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر احمد براری

دانشکده مهندسی مکانیک، انسیتیتو آنتاریو

دکتر مهرداد نقی زاده منظری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر حسن سالاریه

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمد حسن سعیدی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سعید سهراب پور

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر امیر رضا شاهانی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دکتر محمد شرعیات

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دکتر محمود مهرداد شکریه

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

دکتر مجید صفراوی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر حسن ظهور

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر فیدا فلاح رجب زاده

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر هادی محمدی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بیریتیش کالمبیا، کانادا

دکتر علی مقداری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سید محمد باقر ملائک

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر حسین نجات پیشکناری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمد یعقوبی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیارز

دکتر داود یونسیان

دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

النیرف

مهندسی مکانیک

هیأت مشاوران

دکتر ابراهیم افشاری

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی اصفهان

دکتر محمد تقی احمدیان

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف

دکتر عباس روحانی بسطامی

دانشکده‌ی مکانیک و ازرسی - دانشگاه شهید بهشتی

دکتر اسلام رنجبر

دانشکده‌ی مهندسی مواد - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر میثم سعیدی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه رازی کرمانشاه

دکتر حسن ساقی

دانشکده‌ی مهندسی عمران - دانشگاه حکیم سپهواری

دکتر فمیدا فلاح رجبزاده

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سعید کربیان علی آبادی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه تربیت مدرس

دکتر محمد جواد مغربی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه فردوسی مشهد

دکتر حامد مرادی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سید محمد باقر ملاٹک

دانشکده‌ی مهندسی هواشناسی - دانشگاه صنعتی شریف

دکتر آرش میرعبدالله لواسانی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

دکتر مهدی مجاهدی

دانشکده‌ی فنی و مهندسی گلپایگان - دانشگاه صنعتی اصفهان

دکتر علیرضا نوین زاده

دانشکده‌ی مهندسی هواشناسی - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دکتر نگار نباتیان

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و ازرسی - دانشگاه شهید بهشتی

دکتر روح الله نوری

دانشکده‌ی مهندسی عمران - دانشگاه تهران

دکتر محمدرضا واعظی

پژوهشگاه مواد و افزایی

دکتر بهمن وحیدی

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه تهران

مطالب این شماره

مقالات پژوهشی:

- ۳ شبهیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه واحد کنترل سوخت موتور توربین گاز هوایی با روش پیش‌بینی بر مبنای مدل
مصطفانی نصیری، مرتضی منتظری و مرضیه رضازاده
- ۱۳ بررسی محاسباتی رفتار مکانیکی استنتم آبیاز هوشمند تحت بارگذاری محوری برای کاربرد در عروق محیطی
فردین نعمت‌زاده، سید خطیب‌الاسلام صدرزاده و مجید سید صالحی
- ۲۳ تحلیل المان محدود غیرخطی رشد پوست با استفاده از مدل غشای هایپرالاستیک
ناصر فیروزی، فراماده دادگر و سید رضا فلاحتگر
- ۲۵ حل تحلیلی معادله‌ی انتقال جرم در شبکه‌ی رودخانه
محمدجواد فردادی شیل‌سر، مهدی مظاہری و جمال محمد ولی سامانی
- ۵۱ کنترل همزمان جهت‌گیری و ارتعاشات خشی - پیچشی ماهاوه‌ی دارای پانل‌های چندقسمتی به کمک کنترل - مشاهده‌گر
مرزی مبتمنی بر معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی
محمد‌مهدی عطایی، حسین نجات پیش‌کناری و حسن سالاریه
- ۶۳ پیش‌بینی روند زوال و عمر مفید با قیمانده‌ی یاتاقان غلتشی با کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت
مهدی بهزاد، سید علی حسین‌لی، حسام الدین ارغند و افشین بنازاده
- ۷۳ کنترل فعال جریان روی پره‌ی توربین باد محور عمودی داریوس با استفاده از عملگر پلاسما
مجید زایع چاوشی و عباس ابراهیمی
- ۸۵ مطالعه‌ی عددی پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد حرارتی و دینامیکی کوره‌ی حرارتی پرس گرم
سعید شعاعی، مصطفی باکوبی، محمد‌متنین بهزادی و مجتبی تقی‌پور

یادداشت فنی:

- ۹۹ مطالعه‌ی عددی تأثیر افزایش شدت توربولانسی و تغییر زاویه‌ی پاشش سوخت بر عملکرد و آرایندگی
موتور دیزل دریایی کاترپیلار
امیر حمزة فرج‌الهی و رضا فیروزی
- ۱۱۳ توسعه‌ی مدل برای فرایند شروع و میرایی موتور گرم‌اصوتی موج ایستا
علیرضا مرادی، فتح‌الله امی، محسن بهرامی و زهیر صبوحی

ضمائمه:

- ۱۳۳ چکیده مقالات به انگلیسی

شبیه‌سازی سخت افزار در حلقه واحد کنترل سوخت موتور توربین گاز هوایی با روش پیش‌بینی بر مبنای مدل

مصطفی نصیری* (استادیار)

گروه هندسی مکانیک، دانشکده فنی هندسی گلابیکان، دانشگاه صنعتی اصفهان

هوتنی منظاری (استاد)

دانشکده هندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

هرمیضه رضازاده (استادیار)

گروه هندسی مکانیک، دانشکده فنی هندسی گلابیکان، دانشگاه صنعتی اصفهان

شبیه‌سازی سخت افزار در حلقه واحد کنترل سوخت یک موتور توربین گاز هوایی را به شده است. واحد کنترل سوخت شامل یک شیر کنترل تنسی است که در آن سرمو موتور و بادامک باعث حرکت اسپول شیر کنترل جریان می‌شود. در این شبیه‌سازی، واحد کنترل سوخت واقعی در کنار شبیه‌سازی زمان - واقعی موتور توربین گاز هوایی، آزمایش و ارزیابی می‌شود. دبی خروجی از واحد کنترل سوخت توسط یک دبی سنج اندازه‌گیری و به شبیه‌ساز ارسال می‌شود. برای اتصال واحد الکتروهیدرولیکی به ریانه شبیه‌ساز، نیاز به عملگرها و حسگرهای اضافی به عنوان سیستم انتقال است که در موتور واقعی وجود ندارد. دینامیک سیستم انتقال می‌تواند باعث کاهش دقت شبیه‌سازی سخت افزار در حلقه شود. برای جبران اثر دینامیکی ناخواسته ناشی از سیستم انتقال، از روش پیش‌بینی بر مبنای مدل استفاده شده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی سخت افزار در حلقه به صورت تجزیی بیان گر توانایی روش پیش‌بینی بر مبنای مدل در کاهش خطای شبیه‌سازی به کمتر از ۵٪ است.

m.nasiri@iut.ac.ir
montazeri@iust.ac.ir
m.rezazade@iut.ac.ir

وازگان کلیدی: سخت افزار در حلقه، واحد کنترل سوخت، موتور توربین گاز هوایی، پیش‌بینی بر مبنای مدل.

۱. مقدمه

هوایی به عنوان یک مرحله‌ی اصلی از مراحل طراحی سیستم کنترل در نظر گرفته می‌شود. موفقیت در ساخت و تولید موتور توربین گاز هوایی، علاوه بر وابستگی به طراحی مکانیکی سیستم، به عملکرد سیستم کنترل موتور نیز بسیار وابسته است. واحد کنترل الکترونیکی موتور در واقع مغز موتور توربین گاز است که باعث کنترل دقیق سوخت و تأمین امنیت موتور می‌شود. این واحد یک سخت افزار الکترونیکی است که الگوریتم کنترلی بر روی آن پیاده‌سازی می‌شود؛ روند طراحی و آزمایش واحد کنترل الکترونیکی با شبیه‌سازی مدل در حلقه (MIL)^۱ شروع می‌شود که در این مرحله، موتور و سیستم کنترل هر دو شبیه‌سازی شده و الگوریتم کنترلی طراحی می‌شود. در مرحله‌ی دوم، شبیه‌سازی نرم افزار در حلقه (SIL)^۲ انجام می‌گیرد که در این مرحله الگوریتم کنترلی به یک برنامه قابل پیاده‌سازی تبدیل شده و این برنامه درون شبیه‌سازی بقیه اجزای سیستم به صورت زمان - واقعی اجرا می‌شود. در مرحله‌ی بعد، سیستم کنترل طراحی شده بر روی سخت افزار مربوطه پیاده‌سازی شده و واحد کنترل الکترونیکی (ECU) برنامه‌ریزی می‌شود. در نهایت نوبت به آزمون آزمایشگاهی واحد کنترل الکترونیکی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۲/۰۰/۱۴۰۰، اصلاحیه ۲۲/۰۸/۱۴۰۰، پذیرش ۹۱/۰۹/۱۴۰۰.

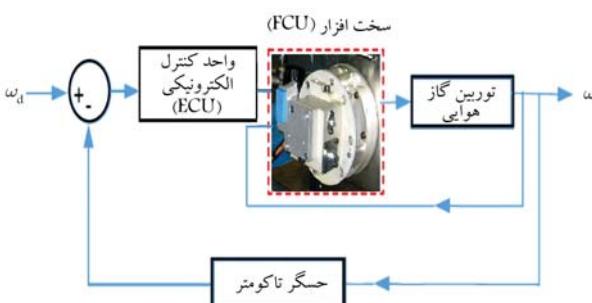
DOI:10.24200/J40.2021.54521.1532

حلقه سیستم تعلقی فعال خورو و همچنین سیستم کنترل زاویه‌ی ماهواره را توضیح داده‌اند. هوریوچی و کونو^[۱۹] از روش پیش‌بینی چندجمله‌ی برای تخمین سیگنال فرمان مطلوب در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة استفاده کرده‌اند. احمدی‌زاده و همکاران،^[۲۰] از اصلاح سیگنال فرمان و همچنین اصلاح سیگنال فیدبک برای کاهش اثر سیستم‌های انتقال استفاده کرده‌اند. گاسروپ و همکاران^[۲۱] از تابع تبدیل معکوس سیستم انتقال برای افزایش دقت شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة بهره گرفته‌اند. چن و ریکارز^[۲۲] نیز یک تابع تبدیل مرتبه یک برای سیستم انتقال هیدرولیکی در نظر گرفته و از معکوس مدل سیستم انتقال در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة استفاده کرده‌اند. آنها همچنین در پژوهشی دیگر، به بهبود روش مدل معکوس با استفاده از جیران‌سازی دوگانه پرداخته‌اند.^[۲۳] والاس و همکاران^[۲۴] معادلات دیفرانسیل مرتبه اول تأخیری حاکم بر شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة یک سیستم را به دست آورده و به بررسی پایداری شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة پرداخته‌اند.

در این مقاله، برای اولین بار از روش پیش‌بینی برمنای مدل برای شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة واحد کنترل ساخت موتور تورین گاز هوایی استفاده شده است. در این شبیه‌سازی، از یک دبی سنج برای اندازه‌گیری دبی جریان ساخت استفاده شده است و بنا بر این نتایج دینامیک ناخواسته ناشی از استفاده از دبی سنج باعث ناپایداری شبیه‌سازی می‌شود. با توجه به پاسخ فرکانسی واحد کنترل ساخت، از روش پیش‌بینی برمنای مدل به کاهش اثر دینامیکی ناخواسته ناشی از سیستم انتقال در مسیر پس خود پرداخته شده است. در این روش ابتدا با استفاده از فیلتر کالمون، متغیرهای حالت تخمین زده شده است و سپس به پیش‌بینی متغیرهای حالت پرداخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که ارسال متغیرهای حالت پیش‌بینی شده باعث کاهش خطای شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة می‌شود. در این روش، چون تخمین دقیق دینامیک دبی سنج از اهمیت بالایی برخوردار است، عدم قطعیت در مدل دبی سنج نیز مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است.

۲. ساختار شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة

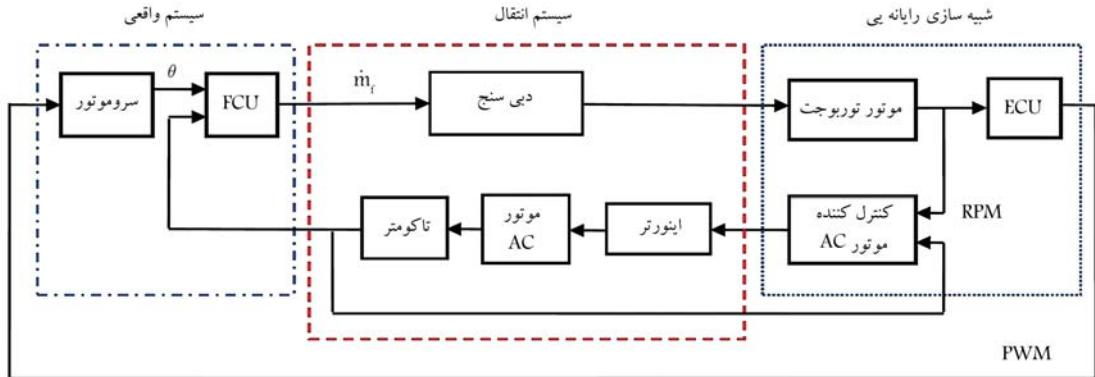
سیستم کنترل ساخت موتور تورین گاز هوایی، یک سیستم کنترل حلقة بسته است که در آن واحد کنترل الکترونیکی (ECU) نقش کنترل کننده واحد کنترل ساخت (FCU) نقش عملکرگر را ایفا می‌کنند. واحد کنترل ساخت (FCU) یک سیستم الکتروهیدرولیکی است که شامل یک موتور سرو DC و همچنین دوشیر هیدرولیکی کنترل جریان و کنترل فشار است. ولی واحد کنترل الکترونیکی (ECU) یک بورد الکترونیکی جهت کنترل دبی ساخت ورودی موتور است. در اینجا هدف از شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة، آزمون واحد کنترل ساخت در شبیه‌سازی زمان - واقعی بقیه اجرای سیستم مطابق شکل ۱ است.



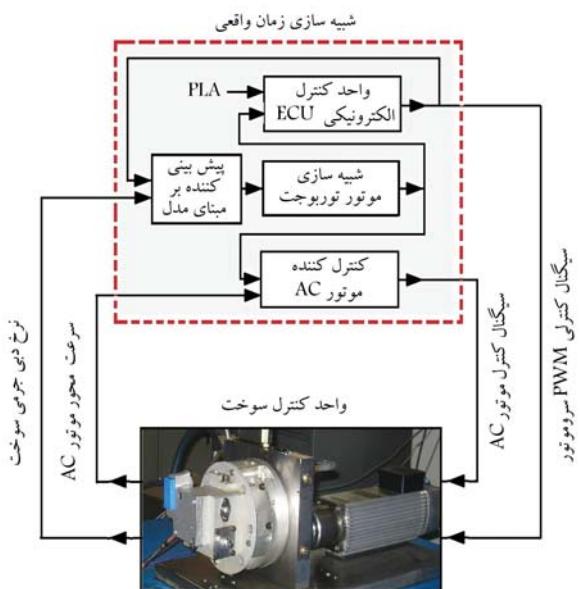
شکل ۱. شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة واحد کنترل ساخت.

می‌رسد که برای این منظور، از شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة استفاده می‌شود. شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة می‌تواند چارچوب سیار متابعی برای تولید اولیه، کالیبراسیون و اعتبارسنجی سیستم‌های کنترلی باشد.^[۲۵] برخی از مهم‌ترین تحقیقات صورت گرفته به منظور کاربرد شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة در طراحی و آزمودن سیستم کنترل الکترونیکی موتورهای هوایی شامل آزمون کنترل کننده‌ی استارت موتور می‌باشد.^[۲۶] آزمون سیستم کنترل ساخت موتور رم جت با ساخت مایع^[۲۷] و آزمون سیستم کنترل چشم‌تغیره موتور جت در شرایط پرواز^[۲۸] است. محققان با بررسی مشکلات ناشی از استفاده از گام‌های زمانی کوچک در شبیه‌سازی زمان - واقعی، استفاده از شبیه‌سازی چندزمانی را برای آزمون واحد کنترل الکترونیکی ساخت موتور توربوjet پیشنهاد کرده‌اند.^[۲۹] آنها همچنین در پژوهشی دیگر، عوامل ایجاد خطأ در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة را بررسی کرده‌اند.^[۱۰] کاربرد آزمون ساخت‌افزار در حلقة‌ی واحدهای الکترونیکی فقط محدود به استفاده در موتورهای هوایی نبوده بلکه کاربردهای دیگری نیز در صنعت خودرو و هواپیما دارد.

در سال‌های اخیر، استفاده از شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة از شبیه‌سازی مکانیکی یک سیستم، موضوع بسیاری از محققین بوده است. در این نوع شبیه‌سازی لازم است توان واقعی بین قسمت فیزیکی و قسمت عددی انتقال یابد و این موضوع، چالش‌های بزرگی را در این زمینه ایجاد کرده است.^[۱۱] شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة در صنایع خودرو و هوایی برای آزمون و ارزیابی سیستم‌های هیدرولیکی و مکانیکی، مورد استفاده قرار گرفته است. از این روش برای آزمون سیستم ناوبری برمنای بیانی یک هوایپیمای بدون سرنوشتین استفاده شده، که در آن سیستم اوپنیک و دوربین بر روی مدل هوایپیمای تولید شده است.^[۱۲] همچنین از این روش برای آزمایش سیستم تشخیص عیب و کنترل خطای مربوط به بالگه‌ی بالابر هوایپیما استفاده شده است. بارهای آبروینامیکی پرواز در شرایط مختلف پروازی با استفاده از شبیه‌سازی ساز به دست آمده و با استفاده از یک عملگر بر روی بالگه‌ی واقعی اعمال شده است.^[۱۳] از شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة برای آزمایش پیلهای ساختی هوایپیمای بدون سرنوشتین نیز استفاده شده است. سیستم‌های تولید قدرت، انتقال قدرت، ذخیره‌ی انرژی و سیستم‌های کنترل به عنوان ساخت افزار در حلقة‌ی شبیه‌سازی به صورت زمان - واقعی آزمایش شده است. بارهای واقعی الکترونیکی و مکانیکی به سیستم قدرت هوایپیما در شرایط مختلف پروازی اعمال شده است.^[۱۴] برای آزمایش واحد هیدرولیکی کنترل ساخت موتور توربوjet یک هوایپیمای بدون سرنوشتین در شرایط مختلف پروازی نیز از شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة استفاده شده است.^[۱۵] در شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة سیستم‌های مکانیکی، یکی از چالش‌های مهم ناشی از استفاده از سیستم‌های انتقال بین قسمت فیزیکی و قسمت عددی است. سیستم‌های انتقال عموماً عملگرها‌ی هستند که برای اعمال توان واقعی به قسمت فیزیکی استفاده می‌شوند. اثر دینامیکی این سیستم‌های انتقال به صورت تأخیر زمانی یا پس فاز در نظر گرفته می‌شوند. اثر دینامیکی ناشی از سیستم‌های انتقال می‌تواند باعث کاهش دقت شبیه‌سازی یا ناپایداری شبیه‌سازی شود. تاکنون روش‌های مختلفی برای جبران‌سازی اثر دینامیکی سیستم‌های انتقال مورد استفاده قرار گرفته است. سانسانو و همکاران،^[۱۶] به بررسی اهمیت دینامیک سیستم انتقال در شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة پرداخته و سیستم‌های انتقال استاتیکی و دینامیکی را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. کاله و همکاران^[۱۷] به طراحی مشاهده‌گر برای جبران‌سازی خطای اندازه‌گیری در شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقة پرداخته‌اند. فاریاس و همکاران،^[۱۸] اهمیت کاهش اثر دینامیکی ناخواسته ناشی از سیستم‌های انتقال در شبیه‌سازی ساخت افزار در



شکل ۲. سیستم‌های انتقال در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه‌ی واحد کنترل سوخت.



شکل ۴. دیاگرام عملکرد رایانه شبیه‌ساز زمان - واقعی.

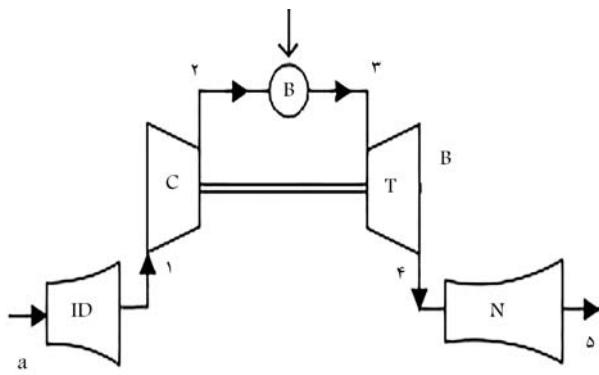
اریفیس استفاده شده است که از نوسانات دبی سوخت که توسط پمپ ایجاد می‌شود جلوگیری می‌کند. در بستر آزمون، از یک روغن غیرقابل اشتعال با گارنری و چگالی مشابه سوخت واقعی استفاده شده است. برای جایه‌جایی اسپول شیرکنترل دبی، یک سروموتور DC به همراه یک بادامک استفاده شده است. برای تأمین فشار پشت پمپ چرخ دنده‌ی واحد کنترل سوخت، از یک مخزن و یک پمپ بوستر استفاده شده است. بستر آزمایش سخت‌افزار در حلقه شامل دو قسمت، یکی قسمت فیزیکی واحد کنترل سوخت (FCU) و دیگری قسمت نرم‌افزاری شامل رایانه‌یی با سیستم واحد کنترل الکترونیکی (ECU) است. قسمت نرم‌افزاری شامل رایانه‌یی با سیستم عامل زمان واقعی Real – time Windows Target به قسمت فیزیکی از کارت دیجیتال به آنالوگ PCI – ۱۷۱۱ U استفاده شده است. رایانه شبیه‌ساز مطابق شکل ۴، شامل مدل ترمودینامیکی موتور، الگوریتم کنترل سوخت، کنترل کننده موتور AC و همچنین الگوریتم پیش‌بینی برای جبران سازی تأخیر زمانی ناشی از سیستم انتقال است. کارت دیجیتال به آنالوگ دارای دو خروجی آنالوگ است که یکی از خروجی‌های آنالوگ برای کنترل موتور AC و خروجی آنالوگ دیگر به همراه یک مبدل آنالوگ به PWM برای کنترل سروموتور DC استفاده شده است. برای اندازه‌گیری دبی سوخت، از خروجی سیگنال



شکل ۳. بستر آزمایش سخت‌افزار در حلقه واحد کنترل سوخت.

چون واحد کنترل الکترونیکی به صورت فیزیکی در شبیه‌ساز قرار می‌گیرد، بنابراین نیاز به سیستم‌های انتقال برای اتصال قسمت فیزیکی به شبیه‌ساز مطابق شکل ۲ است. دبی خروجی از واحد کنترل سوخت توسط دبی سنج اندازه‌گیری می‌شود و پمپ واحد کنترل الکترونیک توسط یک موتور الکتریکی AC دارای می‌شود. در اینجا دبی سنج و موتور الکتریکی، سیستم‌های انتقال شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه هستند که در سیستم حلقه‌بسته‌ی اصلی وجود ندارند و برای شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه اضافه می‌شوند.

واحد کنترل سوخت شامل یک پمپ چرخ دنده‌یی است که محور آن به واسطه یک گیربکس توسط شفت موتور توربین گاز هوایی کاهنده دوران می‌کند. موتور توربین گاز هوایی به همراه واحد کنترل الکترونیکی آن شبیه‌سازی رایانه‌یی می‌شوند ولی واحد کنترل سوخت به صورت فیزیکی در کنار شبیه‌ساز نرم‌افزاری قرار می‌گیرد. بنابراین پمپ واحد کنترل سوخت به صورت مکانیکی مطابق شکل ۳ توسط یک موتور الکتریکی AC با استفاده از فرمانی که از شبیه‌ساز رایانه‌یی دریافت می‌کند به حرکت درمی‌آید. برای کنترل دور موتور الکتریکی از یک اینورتر با کنترل کننده PID استفاده شده است. دور محور پمپ واحد کنترل سوخت توسط یک تاکومتر نوری اندازه‌گیری می‌شود. برای اندازه‌گیری دبی سوخت خروجی از واحد کنترل سوخت نیز از یک دبی سنج استفاده شده است. موتور الکتریکی AC و همچنین دبی سنج، سیستم‌های انتقالی واسطه بین قسمت واقعی و قسمت نرم‌افزاری هستند. واحد کنترل سوخت علاوه بر پمپ چرخ دنده‌یی شامل دو شیر اسپول دار، یکی برای کنترل دبی و دیگری برای کنترل فشار با کنارگذار کردن دبی سوخت به مخزن، باعث دبی زیاد می‌شود، شیر کنترل فشار با کنارگذار کردن دبی سوخت به مخزن، ثابت نگهداشتن اختلاف فشار می‌شود. این دو شیر در کنار هم در واقع تشکیل یک شیر تناسبی را می‌دهند که در آن دبی خروجی از واحد کنترل سوخت متناسب با جایه‌جایی اسپول شیر کنترل دبی خواهد بود. در واحد کنترل سوخت همچنین از یک



شکل ۵. چرخه‌ی موتور توربین گاز هوایی تک محوره (ID: دیفیوزر ورودی، کمپرسور، B: محفظه احتراق، T: توربین، N: نازل).
Prime('): ورودی.

الف) دیفیوزر ورودی: جریان هوا در دیفیوزر یک فرایند آیرنتروپیک در نظر گرفته می‌شود. انتقال حرارت و اصطکاک بین هوا و دیواره، مد نظر قرار ننمی‌گردد. جریان هوا در دیفیوزر شبه یکنواخت فرض می‌شود یعنی رفتار دینامیکی هوا در نظر گرفته نمی‌شود. دما و فشار در خروجی دیفیوزر با استفاده از شرایط پرازی چنین به دست می‌آید:

$$\frac{T_1}{T_\circ} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (1)$$

$$\frac{P_1}{P_\circ} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2)$$

ب) کمپرسور: عملکرد حالت پایای کمپرسور را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۳ ارزیابی کرد. دبی جرمی تصحیح شده هوا ورودی به کمپرسور را می‌توان بر حسب نسبت فشار و سرعت محور کمپرسور چنین به دست آورد:

$$m_c = \frac{\delta_1}{\sqrt{\theta_1}} f_1 \left(\frac{P_\circ}{P_1}, \frac{N}{\sqrt{\theta_1}} \right), \quad \delta_1 = \frac{P_1}{P_\circ}, \quad \theta_1 = \sqrt{\frac{T_\circ}{T_1}} \quad (3)$$

و دبی هوا ورودی به کمپرسور را می‌توان با استفاده از دبی تصحیح شده چنین محاسبه کرد:

$$\dot{m}_1 = \frac{\delta_1 m_c}{\sqrt{\theta_1}} \quad (4)$$

با زده کمپرسور را نیز می‌توان بر حسب نسبت فشار و سرعت محور کمپرسور به دست آورد:

$$\eta_c = f_1 \left(\frac{P_\circ}{P_1}, \frac{N}{\sqrt{\theta_1}} \right) \quad (5)$$

برای بررسی دمای کمپرسور، باید اثر دما بر گرمای ویژه هوا را در نظر داشت. بنابراین، دمای هوا درون کمپرسور با استفاده از مقدار میانگین رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود.

$$T_c = \frac{T_1 - T_\circ}{\ln \left(\frac{T_\circ}{T_1} \right)} \quad (6)$$

که در آن T_1^* دمای ایرنتروپیک بعد از کمپرسور بوده و چنین به دست می‌آید:

$$T_1^* = T_1 \left\{ 1 + \frac{1}{\eta_c} \left[\left(\frac{P_\circ}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] \right\} \quad (7)$$

جریان دبی سنج به همراه یک مبدل سیگنال جریان به ولتاژ استفاده شده است. برای اندازه‌گیری سرعت محور پمپ نیز از خروجی پالس تاکومتر به همراه یک مبدل فرکانس به ولتاژ استفاده شده است.

۳. مدل‌سازی موتور توربین گاز هوایی

در شبیه‌سازی ساخت افزار در حلقه (HIL)، واحد کنترل سوخت واقعی در کنار مدل ریاضی موتور توربین گاز هوایی آزمایش می‌شود. بنابراین در این شبیه‌سازی نیازی به مدل ریاضی واحد کنترل سوخت نبوده و فقط مدل ریاضی موتور توربین گاز هوایی ارائه شده است. موتور توربین گاز هوایی مورد بررسی یک موتور تک محوره شامل کمپرسور سه مرحله‌ای، توربین یک مرحله‌ای و نازل همگرا است. این موتور جریان کنار گذر و همچنین شیر تخلیه هوا از کمپرسور ندارد. برای مدل‌سازی این موتور هوای ورودی و گازهای ناشی از احتراق به عنوان گاز ایده‌آل فرض شده و اثرات ناشی از انتقال حرارت در موتور صرف نظر شده است. در شکل ۵، شماتیک موتور توربین گاز هوایی و شماره‌گذاری استفاده شده برای مدل‌سازی نشان داده شده است.

موتور مورد مطالعه دارای ۵ قسمت اصلی شامل دیفیوزر ورودی، کمپرسور، محفظه احتراق، توربین و نازل خروجی است. در مدل‌سازی موتور، هر قسمت به عنوان یک سیستم جدا در نظر گرفته می‌شود. از مدل ترمودینامیکی صفر بعدی برای به دست آوردن تغییر خواص ترمودینامیکی در حالت گذرا استفاده می‌شود. دما و فشار برای هر قسمت به صورت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در ادامه، به مدل‌سازی هر قسمت به طور جداگانه پرداخته خواهد شد.

فهرست علائم به کار رفته در مدل‌سازی ترمودینامیکی:

T : دما (K)

P : فشار (Pa)

M : ماح:

\dot{m} : دبی جرمی (kg/s):

η : راندمان:

N : سرعت زاویه‌یی روتور (rpm):

C_p : ثابت گرمای ویژه در فشار ثابت (J/kg K):

C_v : ثابت گرمای ویژه در حجم ثابت (J/kg K):

\dot{m}_c : دبی تصحیح شده کمپرسور (kg/s):

M : جرم (kg):

R : ثابت گاز (J/kg K):

C_d : ضریب تخلیه دهانه نازل:

A : مساحت (m^2):

γ : نسبت گرمای ویژه هوا:

δ : فشار تصحیح شده:

θ : دمای تصحیح شده:

f : مپ‌های کمپرسور و توربین.

اندیس‌ها

f : سوخت:

$star(*)$: شرایط آیرنتروپیک:

ها نازل خروجی: جریان گاز در نازل در حالت شبه پایا در نظر گرفته می‌شود. دبی جریان گاز عبوری از نازل با استفاده از نسبت فشار دو طرف نازل و شرایط ورودی نازل مطابق روابط ۲۱ و ۲۲ به دست می‌آید:

$$\dot{m}_5 = C_d A_e \frac{P_5}{\sqrt{RT_5}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{P_e}{P_5}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \sqrt{1 - \left(\frac{P_e}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (21)$$

$$V_e = c_v \left\{ \frac{2\gamma RT_5}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{1/\gamma} \quad (22)$$

اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\frac{P_e}{P_5} \leq \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^* \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (23)$$

آنگاه نازل چوک شده و به جای رابطه‌ی ۲۱، از رابطه‌ی ۲۴ استفاده می‌شود.

$$\dot{m}_5 = 0,2588 C_d A_e \frac{P_5}{\sqrt{RT_5}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (24)$$

و روتور: روتور شامل محور پره‌های کمپرسور و توربین و تجهیزات روی آنهاست. دینامیک روتور با استفاده از رابطه اویلار در حرکت دورانی چنین بیان می‌شود:

$$\dot{N} = \frac{\dot{m}'_r}{J N} (h'_r - h_r) - \frac{\dot{m}_r}{J N} (h'_r - h_r) \quad (25)$$

مجموعه‌ی معادلات ۱ تا ۲۵ بیان‌گر رفتار دینامیکی موتور خواهد بود. این معادلات شامل ۷ معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی مرتبه‌ی اول و ۱۸ معادله‌ی جیری است. با توجه به معادلات دیفرانسیل حاصل، بردار متغیرهای حالت شامل ۷ متغیر به صورت زیر است:

$$\tilde{x}^T = [M_r \ T_r \ P_r \ M_r \ T_r \ P_r \ M_r \ T_r \ P_r \ N] \quad (26)$$

شیوه‌سازی دینامیکی موتور از شرایط تعادل سیستم شروع می‌شود. بنابراین، ابتدا ورودی کنترلی را مشخص کرده و با صفر قرار دادن مشتق متغیرهای حالت، شرایط تعادل یا شرایط اولیه حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش نیوتون - رافسون به دست می‌آید. با معلوم بودن شرایط اولیه، معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش رانگ - کوتا حل می‌شود. در جدول ۱، مقادیر پارامترهای استفاده شده در مدل ترمودینامیکی موتور ارائه شده است.

۴. روش پیش‌بینی بومبنای مدل

در صورتی که اثر دینامیکی ناخواسته ناشی از سیستم‌های انتقال در شیوه‌سازی سخت افزار در حلقه خشی نشود، دقت شیوه‌سازی سخت افزار در حلقه کاهش می‌باشد. در اینجا برای جیران اثر دینامیکی ناشی از اندازه‌گیری دبی سوت در شیوه‌سازی سخت افزار در حلقه، از ساختار شکل ۶ استفاده شده است. کنترل کننده‌ی به‌کاربرده شده در اینجا یک کنترل کننده‌ی فیدبک حالت بوده که براساس شیوه‌سازی نرم افزاری طراحی شده است. جیران کننده باید بتواند بدون تغییر ساختار و پارامترهای کنترل کننده‌ی اصلی، اثر دینامیکی ناخواسته ناشی از سیستم انتقال را که به واسطه‌ی شیوه‌سازی سخت افزار در حلقه ایجاد شده است، جیران کند. در این ساختار، فیلتر

در طی فرایند گذرا، کمپرسور به صورت یک حجم کنترل در نظر گرفته می‌شود که می‌تواند جرم و انرژی را در خود ذخیره کند. دینامیک دبی جریان هوا از کمپرسور با استفاده از اصل بقای جرم و انرژی و همچنین با استفاده از قانون گاز ایده‌آل به دست می‌آید:

$$\frac{dM_r}{dt} = \dot{m}'_r - \dot{m}_r - \dot{m}_{tc} \quad (28)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{1}{M_r c_v} [\dot{m}'_r (h'_r - u_r) - (\dot{m}_r + \dot{m}_{tc}) RT_r] \quad (29)$$

$$\frac{dP_r}{dt} = (\dot{m}_r - \dot{m}'_r) \frac{RT_r}{V_r} + \frac{P_r}{T_r} \dot{T}_r \quad (30)$$

\dot{m}_{tc} : دبی هوای کنارگذری است که از کمپرسور برای خنک‌کاری توربین استفاده می‌شود.

ج) محفظه‌ی احتراق: احتراق سوت در محفظه‌ی احتراق فرایند پیچیده‌ی است. وقتی سوت به هوا ورودی به محفظه‌ی احتراق تزریق می‌شود، قطرات سوت همراه با جریان هوا به محفظه‌ی احتراق منتقل می‌شوند. طی این انتقال، قطرات سوت توسط هوا داغ محیط بخار می‌شود. بخار سوت با هوا داغ ترکیب شده و سوت می‌شود. میزان ترکیب هوا و بخار سوت تعیین کننده بازده محفظه احتراق خواهد بود. فرایند احتراق در مدل سازی موتور ساده‌سازی می‌شود و فرض می‌شود که احتراق در لحظه‌ی ورود به محفظه احتراق اتفاق می‌افتد. میزان افت فشار گاز در محفظه احتراق با استفاده از دبی جریان و دمای گاز از رابطه‌ی ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$\Delta P = P_r - P_2 = \frac{1}{P_r} K_b \dot{m}_r (0,771 T_2 - 0,085 T_r) \quad (31)$$

و دینامیک جریان گاز در محفظه احتراق با استفاده از اصل بقای جرم و انرژی و همچنین با استفاده از قانون گاز ایده‌آل به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{dM_r}{dt} = \dot{m}'_r - \dot{m}_f - \dot{m}_r \quad (32)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{1}{M_r c_v} [\dot{m}'_r (h'_r - u_r) + \dot{m}_f (h_f \eta_b - u_r) - \dot{m}_r RT_r] \quad (33)$$

$$\frac{dP_r}{dt} = (\dot{m}_r - \dot{m}'_r) \frac{RT_r}{V_r} + \frac{P_r}{T_r} \dot{T}_r \quad (34)$$

$$\dot{m}_r = \dot{m}_f \quad (35)$$

د) توربین: دبی جرمی گاز و همچنین کاهش آنتالپی توربین، تابعی از نسبت فشار و سرعت محور توربین است:

$$\dot{m}_r = \frac{N}{T_r} P_r f_r \left(\frac{P_r}{P_2}, \frac{N}{\sqrt{T_r}} \right) \quad (36)$$

$$\Delta h_t = h_r - h'_r = NT' r f_r \left(\frac{P_r}{P_2}, \frac{N}{\sqrt{T_r}} \right) \quad (37)$$

طی فرایند گذرا، دینامیک جریان گاز در توربین چنین بیان می‌شود:

$$\frac{dM_r}{dt} = \dot{m}'_r - \dot{m}_r + \dot{m}_{tc} \quad (38)$$

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{1}{M_r c_v} [\dot{m}'_r (h'_r - u_r) + \dot{m}_{tc} (h_r - u_r) - \dot{m}_r RT_r] \quad (39)$$

$$\frac{dP_r}{dt} = (\dot{m}_r - \dot{m}'_r) \frac{RT_r}{V_r} + \frac{P_r}{T_r} \dot{T}_r \quad (40)$$

موتور توربین گاز هوایی در نرم افزار MATLAB/SIMULINK شبیه‌سازی شده است. برای به دست آوردن ماتریس‌های مدل خطی، از ابراههای خطی‌سازی در نرم افزار MATLAB استفاده شده است.

فرض‌های در نظر گرفته شده برای استفاده از روش پیش‌بین عبارت‌اند از:

الف) سیستم به طور کامل کنترل پذیر و مشاهده‌پذیر باشد؛

ب) بیشینه‌ی تأخیر زمانی در کانال پس خور و پیش خور به ترتیب برابر N و M است.

ج) اگر داده‌ی در یک انتقال مشخص به گیرنده تحویل داده نشود، بدین معناست که اتفاق داده رخ داده است. فرض می‌شود فقط تعداد محدودی اتفاق داده رخ می‌دهد، چون در غیر این صورت سیستم کنترل تحت شبکه، حلقه باز می‌شود.

فیلتر کالمن یک روش بهینه برای تخمین متغیرهای حالت سیستم است. این فیلتر با کمینه‌سازی جذر میانگین مربعات خطأ، به تخمین دقیق متغیرهای حالت سیستم در حضور نویز و نامعینی‌های سیستم می‌پردازد. مشاهده‌گرهای مبتنی بر روش کالمن می‌توانند تخمین دقیق‌تری از حالت‌های سیستم با وجود تأخیر و اتفاق داده داشته باشند. لذا در این پژوهش از فیلتر کالمن برای تخمین متغیرهای حالت سیستم در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه استفاده شده است. فیلتر کالمن به عنوان مشاهده‌گر برای تخمین متغیرهای حالت مورد استفاده قرار گرفته است.^[۲۵]

مجموعه خروجی‌های اندازه‌گیری شده توسط دبی سنج در هر زمان نمونه‌برداری به سمت سیستم ارسال می‌شود. فیلتر کالمن بر اساس خروجی سیستم که دارای تأخیر زمانی است، به تخمین متغیرهای حالت می‌پردازد. اگر تأخیر زمانی رخ داده در مسیر عملگر به سیستم برابر نباشد، آنگاه مجموعه داده‌های ارسالی، در زمان $j - k$ به فیلتر کالمن می‌رسد و فیلتر کالمن بر اساس داده‌های ارسال شده به تخمین متغیر حالت در زمان $j - k$ می‌پردازد. پیش‌بینی‌کننده با استفاده از روابط ۲۹ تا ۳۱، متغیرهای حالت برای جبران تأخیر زمانی در مسیر عملگر به سیستم را پیش‌بینی می‌کند.

$$\hat{x}_{k-j+1|k-j} = A\hat{x}_{k-j|k-j-1} + Bu_{k-j} + K_{k-j|k-j-1}(y_{k-j} - C\hat{x}_{k-j|k-j-1}) \quad (29)$$

$$\hat{x}_{k-j+1|k-j} = A\hat{x}_{k-j+1|k-j} + Bu_{k-j+1} \quad (29)$$

...

$$\hat{x}_{k|k-j} = A\hat{x}_{k-1|k-j} + Bu_{k-1} \quad (30)$$

$\hat{X}_{k-j+1|k-j}$ بیان‌گر تخمین متغیرهای حالت در زمان $1 + k - j$ بر اساس خروجی‌های تا زمان $j - k$ است. کنترل‌کننده نیز با استفاده از بردار متغیرهای حالت پیش‌بینی شده به اندازه‌ی افق پیش‌بین، سیگنال کنترلی مطابق رابطه ۳۱ ایجاد کرده و به عملگر ارسال می‌کند.

$$u_{k|k-j} = L\hat{x}_{k|k-j} \quad (31)$$

معادلات ۲۹ و ۳۰ مربوط به پیش‌بینی‌کننده و معادله ۳۱ بیان‌گر کنترل‌کننده است.

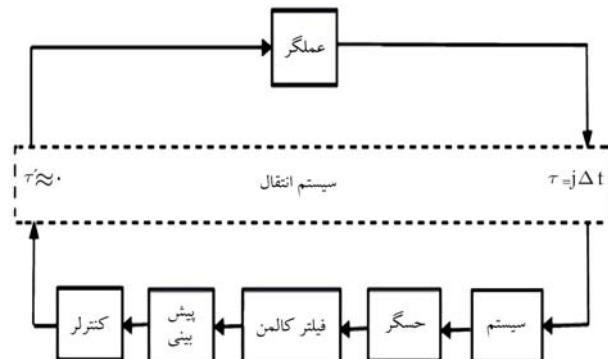
۵. نتایج

۱.۵. اعتبارسنجی مدل موتور

برای اعتبارسنجی شبیه‌سازی ترمودینامیکی موتور توربین گاز هوایی، در بستر آزمون موتور، موتور واقعی مجهز به یک حسگر فشارسنج بعد از کمپرسور، سه حسگر

جدول ۱. مقادیر پارامترهای به کار رفته در مدل‌سازی ترمودینامیکی موتور.

پارامتر	مقدار
دبی سوخت	w_f
آنتالپی سوخت	h_f
بارده محفظه احتراق	η_b
بارده مکانیکی	η_m
نسبت گرمای ویژه	γ
ثابت گار	R
مساحت دهانه نازل	A_n
مساحت توربین	A_t
مساحت لایزر محفظه احتراق	A_v
نسبت فشار چوک در توربین	π_t^*
نسبت فشار چوک در نازل	π_n^*
فشار محیط	P_e
ضریب تخلیه نازل	C_d



شکل ۶. جبران‌سازی تأخیر زمانی در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه با استفاده از فیلتر کالمن و پیش‌بین.

کالمن بر اساس خروجی‌هایی که در مسیر عملگر به سیستم هستند، به تخمین متغیرهای حالت می‌پردازد. پیش‌بینی‌کننده بر اساس خروجی فیلتر کالمن که همان تخمین متغیرهای حالت است، مجموعه‌یی از پیش‌بینی متغیرهای حالت در زمان آینده را فراهم می‌کند. کنترل‌کننده نیز بر اساس مجموعه متغیرهای حالتی که از پیش‌بین دریافت می‌کند، مجموعه‌یی از سیگنال‌های کنترلی در زمان آینده را ایجاد می‌کند. مدت زمان پیش‌بینی برابر با میزان تأخیر زمانی ناشی از اندازه‌گیری دبی سوخت خواهد بود.

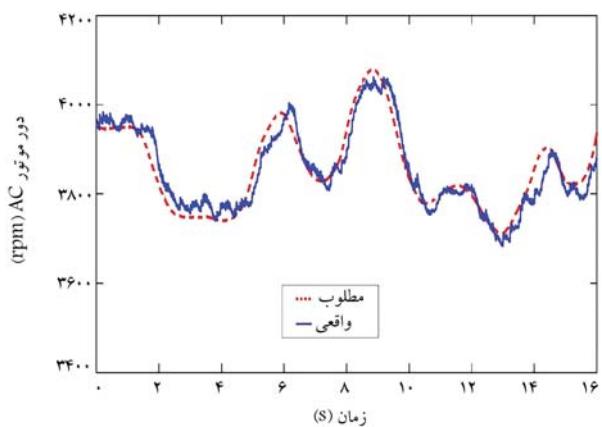
سیستم در نظر گرفته شده در این حالت، سیستم خطی گسسته بوده، که معادله‌ی آن در فضای حالت عبارت است از:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (27)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (28)$$

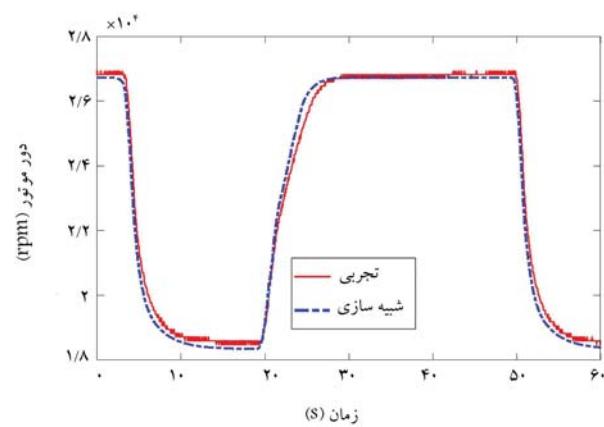
در رابطه‌های ۲۷ و ۲۸، $u_k \in R^m$ بردار ورودی‌های سیستم، $x_k \in R^n$ بردار متغیرهای حالت سیستم و $y_k \in R^p$ بردار خروجی‌های سیستم هستند. $v_k \in R^n$ و $w_k \in R^n$ به ترتیب بردار نویز فرایند و نویز خروجی بوده و از نوع نویز سفید با کوواریانس $Q \in R^{p \times p}$ و $R \in R^{n \times n}$ هستند.

ماتریس‌های A , B , C و D با استفاده از مدل خطی حاصل از معادلات ترمودینامیکی موتور توربین گاز هوایی به دست آمده است. معادلات ترمودینامیکی

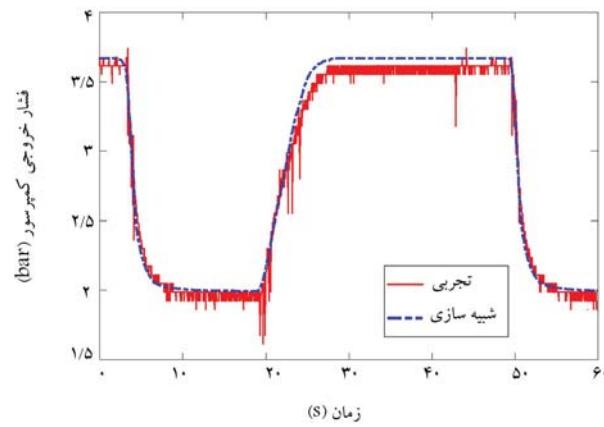


شکل ۹. نتایج تجربی سرعت موتور الکتریکی AC و مقایسه‌ی با فرمان مطلوب.

الکتریکی نسبتی از دور موتور تورین گاز هوایی است. در شکل ۹ فرمان ارسالی از شبیه‌سازی موتور تورین گاز هوایی و نتایج تجربی دور موتور الکتریکی نشان داده شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده PID طراحی شده برای کنترل دور موتور الکتریکی با دقت کمتر از ۶٪ توانسته است فرمان ارسالی را رذایابی کند. در شروع شبیه‌سازی، اختلاف قابل ملاحظه‌ی در نتایج مشاهده می‌شود زیرا موتور الکتریکی دارای سرعت صفر بوده است و در واقع سرعت مطلوب به صورت یک فرمان پله‌یی عمل کرده است.



شکل ۷. دور محور موتور حاصل از نتایج تجربی و شبیه‌سازی ترمودینامیکی موتور.



شکل ۸. فشار خروجی از کمپرسور حاصل از نتایج تجربی و شبیه‌سازی ترمودینامیکی موتور.

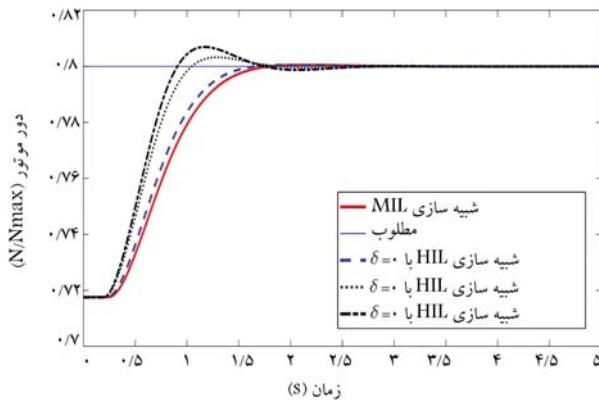
دما در ورودی نازل، یک حسگر مغناطیسی اثر هال برای اندازه‌گیری دور محور است و برای انجام شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه به یک حسگر دبی‌سنجه نیز مجهز شده است. برای جمع‌آوری داده‌ی حسگرهای از مازول PC/ 10^4 و با زمان نمونه‌برداری ۱ میلی ثانیه استفاده شده است. در شکل‌های ۷ و ۸، نتایج حاصل از مدل ترمودینامیکی و نتایج تجربی بهارای تغییرات دبی سوخت خروجی از واحد کنترل نشان داده شده است. نتایج حاصل بیان‌گر تطابق خوب شبیه‌سازی با داده‌های تجربی با خطای کمتر از ۷٪ برای دور موتور و خطای کمتر از ۵٪ برای نسبت فشار کمپرسور است. نتایج مربوط به دور موتور و نسبت فشار کمپرسور، بدون استفاده از فیلتر رسم شده است ولی در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه از فیلترهای پایین‌گذر خطی مرتبه اول استفاده شده است. نقاط نایپوسته در شکل ۷ مربوط به نویز حسگر تاکومتر و نقاط نایپوسته در شکل ۸ مربوط به نویز حسگر فشارسنج است.

۲.۵. عملکرد سیستم کنترل موتور AC

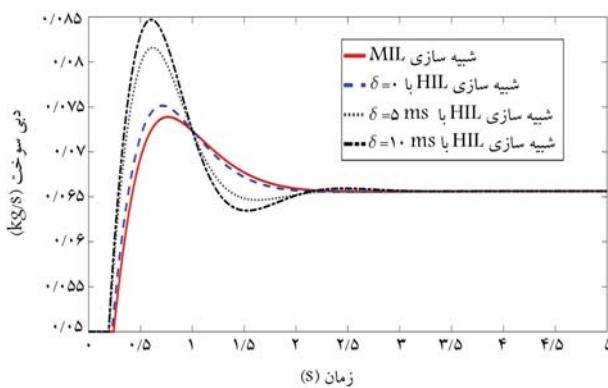
پس چرخ‌دنده‌یی داخلی واحد الکتروهیدرولیکی کنترل سوخت در موتور تورین گاز هوایی به‌واسطه‌ی موتور تورین گاز هوایی و یک گیربکس کاهنده درایو می‌شود. در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه، این ارتباط مکانیکی وجود ندارد زیرا موتور تورین گاز هوایی شبیه‌سازی رایانه‌یی می‌شود. بنابراین برای درایو پمپ واحد کنترل سوخت از یک موتور الکتریکی AC استفاده شده است. سیگنال فرمان موتور

تأثیر ایجاد شده در شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقة ناشی از دبی‌سنجه و لوله‌کشی مربوط به آن است. دبی‌سنجه برای اندازه‌گیری دبی سوخت خروجی از واحد کنترل سوخت (FCU) استفاده می‌شود. سیگنال مربوط به میزان دبی سوخت اندازه‌گیری شده با استفاده از مبدل فرکانس به ولتاژ به شبیه‌سازی زمان - واقعی موتور تورین گاز هوایی ارسال می‌شود. میزان تأخیر زمانی دبی‌سنجه وابسته به مشخصات دبی‌سنجه اتصالات مربوط به آن و همچنین فرکانس تغییرات دبی سوخت دارد.

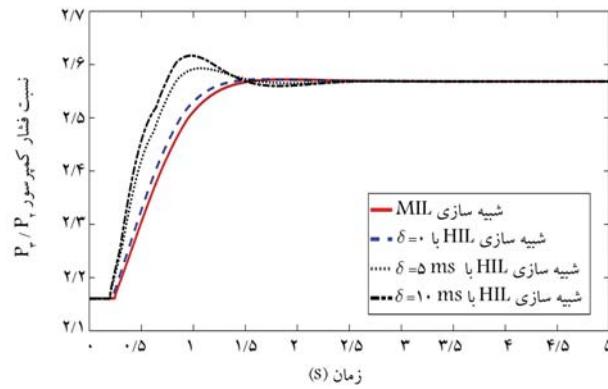
تخمین مناسب مقدار تأخیر زمانی ناشی از اندازه‌گیری دبی سوخت، باعث بهبود عملکرد روش جیران‌سازی ارائه شده می‌شود. برای تخفیف تأخیر زمانی، از نمودار بود (Bode) مربوط به اختلاف فاز ورودی و خروجی واحد کنترل سوخت استفاده شده است. برای این منظور ورودی‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف با استفاده از سرور موتور به اسپول شیر کنترل دبی اعمال شده و مقدار دبی خروجی از واحد کنترل سوخت در فرکانس‌های مختلف مطابق شکل ۱۵ به صورت نیمه‌لگاریتمی رسم شده است. مقایسه‌ی نتایج حاصل از نمودار فاز تجربی و نمودار فاز مربوط به تأخیر زمانی ثابت، بیان‌گر آن است که در محدوده‌ی فرکانس کاری مورد نظر، با دقت خوبی می‌توان از تأخیر زمانی ثابت $\tau = 25\text{sec}$ برای سیستم انتقال استفاده کرد.



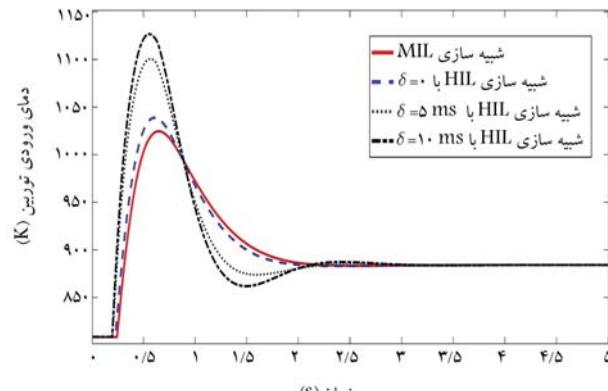
شکل ۱۱. بررسی تأثیر عدم تطابق تأخیر زمانی در دور موتور.



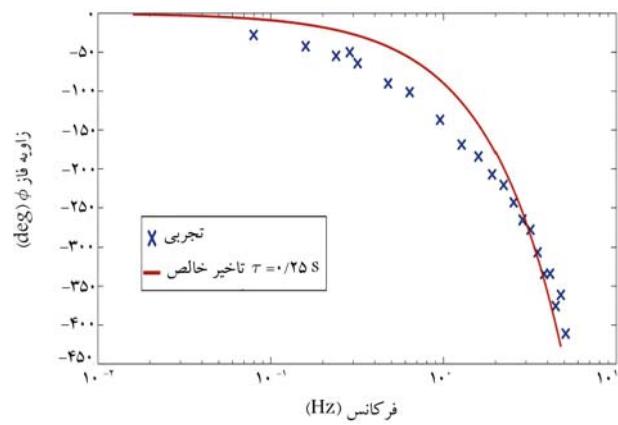
شکل ۱۲. بررسی تأثیر عدم تطابق تأخیر زمانی در دبی سوخت.



شکل ۱۳. بررسی تأثیر عدم تطابق تأخیر زمانی در نسبت فشار کمپرسور.



شکل ۱۴. بررسی تأثیر عدم تطابق تأخیر زمانی در دمای ورودی به توربین.


 شکل ۱۵. نمودار فاز حاصل از داده‌های تجربی و مقایسه‌ی آن با نمودار فاز تأخیر زمانی ثابت $\tau = 0.25 \text{ sec}$.

جدول ۲. مشخصات نقطه‌ی تعادل موتور.

پارامتر	علامت	حدس اولیه	تعادل
دور موتور	N	72°	72°
نسبت فشار کمپرسور	P_2/P_1	۲	۲
دماي ورودي تورбин	T_4	$85^\circ K$	$85^\circ K$

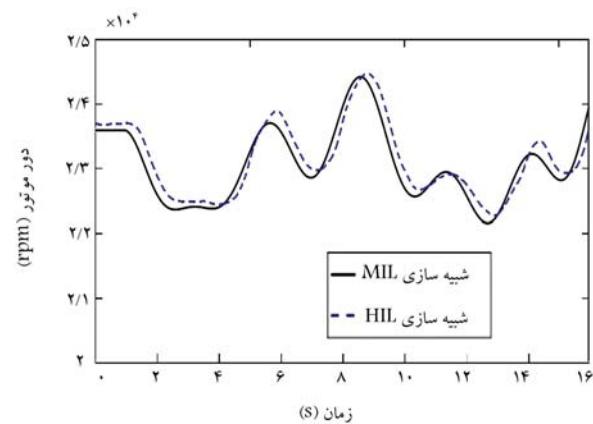
۴.۵. ارزیابی شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه

برای شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه در حالت گذرا، شرایط اولیه موتور در حالت تعادل در نظر گرفته می‌شود. شرایط تعادل با تعیین میزان سوخت ورودی به موتور به دست می‌آید. با یک حدس اولیه مطابق جدول ۲، شرایط تعادل با استفاده از روش نیوتون - رافسون برای دبی سوخت $m_f = 0.05 \text{ kg/s}$ به دست آمده است. یکی از پارامترهای تأثیرگذار در عملکرد روش پیش‌بینی ارائه شده، میزان تأخیر زمانی در نظر گرفته شده در روش پیش‌بینی است. در این شبیه‌سازی، تأخیر زمانی با استفاده از روش فرکانسی برابر $\tau = 0.25 \text{ sec}$ به دست آمده است.

خطای محاسبه‌ی تأخیر زمانی، تأثیر زیادی در عملکرد روش پیش‌بینی ارائه شده دارد. بنابراین در شکل ۱۱ تا ۱۴ بررسی اثر خطای محاسبه‌ی تأخیر زمانی نشان داده شده است. در شکل ۷ و ۸ به ترتیب، نویز ناشی از حسگر دورسنج و فشارسنج قابل مشاهده است. با توجه به این که این روش به صورت تجربی انجام گرفته است، نتایج ارائه شده با در نظر گرفتن اغتشاش ناشی از حسگرهای بوده است. اگر تأخیر زمانی واقعی با تأخیر زمانی محاسبه شده، تطابق نداشته باشد آنگاه دقت شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه کاهش می‌یابد. در اینجا این میزان عدم تطابق با نشان داده شده است. به عبارت دیگر، فرض شده است که تأخیر زمانی در روش پیش‌بینی برابر $\tau + \delta$ و تأخیر زمانی واقعی برابر τ است. در شکل ۱۱ تا ۱۴ اثر عدم تطابق تأخیر زمانی در پارامترهای مهم موتور از جمله دور موتور (N)، دبی گاز ورودی به توربین (T_4)، نسبت فشار کمپرسور (P_2/P_1) و همچنین دمای زمانی ناچیز باشد ($\delta = 0$)، نتایج شبیه‌سازی HIL به شبیه‌سازی MIL نزدیک است ولی چنانچه بین تأخیرهای زمانی واقعی و شبیه‌سازی کاهش می‌یابد. حالت $\delta = \pm 5 \text{ ms}$ باشد ($\delta = \pm 5 \text{ ms}$ ، دقت شبیه‌سازی عدم تطابق وجود داشته باشد)، نتایج شبیه‌سازی باشند ($\delta = 0$ ، نتایج شبیه‌سازی HIL به شبیه‌سازی MIL نزدیک شرایطی است که تأخیر زمانی، دست بالا تخمین زده شود ولی حالت $\delta = -5 \text{ ms}$ نشان‌دهنده‌ی آن است که تأخیر زمانی، دست پایین تخمین زده شده است. نتایج

توانسته است تأخیر زمانی مسیر پس خور را جبران کند و نتایج شبیه سازی سخت افزار در حلقة (HIL) نسبت به شبیه سازی مدل در حلقة (MIL) دارای خطای کمتر از ۵٪ است.

در روش پیش بینی بر مبنای مدل ارائه شده، فیلتر کالمون نقش مشاهده گر متغیرهای حالت را دارد و وظیفه پیش بینی متغیرهای حالت در افق پیش بینی مورد نظر را ندارد. با توجه به این که در اینجا از کنترل کننده فیدبک حالت استفاده شده است و این کنترل کننده از متغیرهای تخمین زده شده توسط فیلتر کالمون استفاده می کند، عملکرد فیلتر کالمون در عملکرد کنترل کننده فیدبک حالت نشان داده می شود. به عبارت دیگر، عملکرد کنترل کننده و فیلتر کالمون به صورت مجموعه بی به هم وابسته در شکل های ۱۱ تا ۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۵. مقایسه دور موتور توربین گاز هوایی در شبیه سازی سخت افزار در حلقة و شبیه سازی مدل در حلقة.

روش پیش بینی بر اساس مدل برای جبران سازی تأخیر زمانی در شبیه سازی سخت افزار در حلقة واحد کنترل ساخت موتور توربین گاز هوایی استفاده شده است. در این شبیه سازی، موتور توربین گاز هوایی به همراه واحد کنترل الکترونیکی ساخت (FCU) (ECU) شبیه سازی رایانه بی شده و واحد الکتروهیدرولیکی کنترل ساخت (FCU) به صورت فیزیکی در حلقة شبیه سازی قرار گرفته است. برای شبیه سازی موتور از مدل ترمو دینامیکی که شامل معادلات دیفرانسیل و جبری است، استفاده شده است. مقایسه ای نتایج تجربی آزمون موتور توربین گاز هوایی با نتایج مدل ترمو دینامیکی موتور بیان گر خطای کمتر از ۷٪ بوده است. در شبیه سازی سخت افزار در حلقة، چنان که در شکل های ۱۱ تا ۱۴ مشاهده می شود، عدم تطابق تأخیر زمانی واقعی و افق پیش بینی در روش ارائه شده، فقط می تواند در پاسخ گذراي سیستم مؤثر باشد. البته اگر این عدم تطابق از حد مجاز خارج شود آن گاه سیستم ناپایدار خواهد شد. در شکل ۱۵، نتایج شبیه سازی سخت افزار در حلقة (HIL) با شبیه سازی مدل در حلقة (MIL) مرتبط به دور محور موتور توربین گاز هوایی نشان داده شده اند. فرمان خلبان به عنوان مرجع دور موتور در نظر گرفته شده است. با توجه به انتخاب گام زمانی شبیه سازی برابر و $\Delta t = ۰,۱ sec$ و نیز در نظر گرفتن تأخیر زمانی برابر با مقدار ثابت $\tau = ۰,۲۵ sec$ ، پیش بینی برای ۲۵ گام بعدی ($j = ۲۵$) انجام می گیرد. شکل ۱۵ بیان گر عملکرد روش پیش بینی بر مبنای مدل در ریدایب سیگنال است. در صورت عدم استفاده از جبران کننده تأخیر زمانی، پاسخ سیستم ناپایدار خواهد بود. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که روش پیش بینی بر مبنای مدل به خوبی است.

پانوشت ها

- model in the loop (MIL)
- software in the loop (SIL)

منابع (References)

- Isermann, R., Schaffnit, J. and Sinsel, S. "Hardware-in-the-loop simulation for the design and testing of engine-

control systems", *Control Engineering Practice*, **7**, pp. 643-653 (1999).

- Cheng, T. "Hardware in the loop simulation of mini type turbojet engine digital control regulator", *Journal of aerospace power*, **19**(3), pp. 383-386 (2004).
- Cao, Y., Teng, W. and Zhang, H. "Hardware-in-the-loop simulation for engine idle speed control based on ANFIS", In *Proceedings of 7th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, no. 4593421, pp. 3125-3137. New York: IEEE. 25-27 June (2008).

4. Salehi, A., and Montazeri-Gh, M. "Black box modeling of a turboshaft gas turbine engine fuel control unit based on neural NARX", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, **233**(3), pp.949-956 (2018).
5. Watanabe, S.M., Ölçmen, R. P., Leland, K. W. and et al. "Soft computing applications on a SR-30 turbojet engine", *Fuzzy Sets and Systems*, **157**(22), pp. 3007-3024 (2006).
6. Bao, W., Sui, Y. F. and Liu, Z.M. "Design and realization of hardware-in-the-loop simulation for turbofan engine", *Journal of System Simulation*, **18**(6), pp. 603-615 (2006).
7. Xie, G.H., Meng, L. and Xue, E. "Hardware-in-the-loop simulation of a liquid fuel ramjet engine control system", *Journal of Propulsion Technology*, **22**(6), pp. 451-453 (2001).
8. Duan, C., Xie, S.S. and Cai, K.L. "Hardware-in-the-loop simulation of turbofan aero engine control system", *Journal of Propulsion Technology*, **5**, pp. 434-438 (2005).
9. Montazeri-Gh, M., Nasiri, M. and Jafari, S. "Real-time multi-rate HIL simulation platform for evaluation of a jet engine fuel controller", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **19**(3), pp. 996-1006 (2011).
10. Montazeri-Gh, M., Abyaneh, S. and Kazemnejad, S. "Hardware-in-the-loop simulation of two-shaft gas turbine engine's electronic control unit", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, **230** (6) (2016).
11. Gawthrop, P.J., Wagg, D.J. and Neild, S.A. "Bond graph based control and substructuring", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **17**(1), pp. 211-227 (2009).
12. Gans, N.R., Dixon, W.E., Lind, R. and et al. "A hardware in the loop simulation platform for vision-based control of unmanned air vehicles", *Mechatronics*, **19**(7), pp. 1043-1056 (2009).
13. Karpenko, M. and Sepehri, N. "Hardware-in-the-loop simulator for research on fault tolerant control of electrohydraulic actuators in a flight control application", *Mechatronics*, **19**(7), pp. 1067-1077 (2009).
14. Bradley, T.H., Moffitt, B.A., Mavris, D.N. and et al. "Hardware-in-the-loop testing of a fuel cell aircraft powerplant", *AIAA Journal of Propulsion and Power*, **25**(6), pp. 1336-1344 (2009).
15. Montazeri-Gh, M. and Nasiri, M. "Hardware-in-the-loop simulation for testing of electro-hydraulic fuel control unit in a jet engine application", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **89**(2), pp. 225-233 (2013).
16. Guilló-Sansano, M.H., Syed, A.J., Roscoe, G. M. and et al. "Characterization of time delay in power hardware in the loop setups", *In IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **68**(3), pp. 2703-2713 (2021).
17. Cale, J.L. and et al. "Mitigating communication delays in remotely connected hardware-in-the-loop experiments", *In IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **65**(12), pp. 9739-9748 (2018).
18. De Farias, A.B.C., Rodrigues, R.S., Murilo, A. and et al. "Low-Cost Hardware-in-the-Loop Platform for Embedded Control Strategies Simulation", *In IEEE Access*, **7**, pp. 111499-111512 (2019).
19. Horiuchi, T. and Konno, T. "A new method for compensating actuator delay in real-time hybrid experiment", *Phil Trans R Soc*, **359**, pp. 1893-1909 (2001).
20. Ahmadizadeh, M., Mosqueda, G. and Reinhorn, A.M. "Compensation of actuator delay and dynamics for real-time hybrid structural simulation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **37**(1), pp. 21-42 (2008).
21. Gawthrop, P.J., Virden, D.W., Neild, S.A. and et al. "Emulator-based control for actuator-based hardware-in-the-loop testing", *Control Engineering Practice*, **16**(8), pp. 897-908 (2008).
22. Chen, C. and Ricles, J.M. "Analysis of actuator delay compensation methods for real-time testing", *Engineering Structures*, **31**(11), pp. 2643-2655 (2009).
23. Chen, C. and Ricles, J.M. "Improving the inverse compensation method for real-time hybrid simulation through a dual compensation scheme", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **38**(10), pp. 1237-1255 (2009).
24. Wallace, M.I., Wagg, D.J. and Neild, S.A. "An adaptive polynomial based forward prediction algorithm for multi-actuator real-time dynamic substructuring", *In Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **461**(2064), pp. 3807-3826 (2005).

بررسی محاسباتی رفتار مکانیکی استنت آلیاز هوشمند تحت بارگذاری محوری برای کاربرد در عروق محيطی

فردین نعمت‌زاده^{*} (استادیار)

گروه هندسی مواد و متالورژی، دانشکده فنی هندسی، دانشگاه اراک

سید خطب‌الاسلام صدرنژاد (استاد)

دانشکده فنی هندسی و علم مواد، دانشگاه صنعتی شریف

مجید سید صالحی (استادیار)

دانشکده فنی هندسی و علم مواد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهمنگی مکانیکی شریف، (پیاپی ۱۴۰) دوری ۳-۸، شماره ۱، ص. ۱۳-۱۶، (پژوهشی)

استنت از جنس آلیاز هوشمند می‌تواند با کاهش مشکلاتی نظیر استحکام شعاعی ناکافی و رفتار دینامیکی نامناسب نسبت به سایر استنت‌ها برای استفاده در عروق محيطی به کار رود. در این مقاله با استفاده از روش المان محدود رفتار مکانیکی دونوع استنت از جنس آلیاز هوشمند با خواص متالورژیکی و مکانیکی متفاوت مورد مطالعه قرار گرفت. ارزیابی استنت‌ها با اعمال کرنش محوری (لهیگی) مطابق استاندارد انجام شد. مدل ماده‌های مورد استفاده به منظور توصیف خواص ماده استنت از جنس آلیازهای هوشمند بر اساس انرژی ترمودینامیکی آزاد هلمهولتز و انرژی ترمودینامیکی آزاد گپیس بود. با تغییر دمای پایان آستینتی از ۲۹۳ تا ۳۰۳ درجه کلوین (حدود ۱۰ درجه کلوین)، اختلاف تشنهای مسطح بالایی و پایینی به میزان ۴۰ مگاپاسکال (معادل حدود ۱۲ درصد) افزایش یافت. نتایج کار بیان‌گر رفتار مطلوب مکانیکی و کلینیکی استنت با دمای پایان آستینتی (Af) بالاتر بدلاًیلی نظیر نیروی مناسب اعمالی به عروق، استحکام مقاومتی شعاعی و حلقه هیبتزیس کامل وابسته به رفتار ابرکشسانی بعلاوه کمتر و کرنش بیشتر بود. این مطالعه عددی یک راه مناسبی برای بررسی رفتار مکانیکی استنت‌های هوشمند مورد کاربرد در عروق محيطی با توجه به اثرات خواص متالورژیکی و مکانیکی است.

f-nematzadeh@araku.ac.ir
sadrnezh@sharif.edu
seyedsalehi@kntu.ac.ir

وازگان کلیدی: آلیازهای حافظه‌دار، استنت، عروق محيطی، روش المان محدود.

۱. مقدمه

الزامات اصلی طراحی در ایمپلنت‌های پرشکی، طول عمر دستگاه یا به لحاظ مهندسی، عمر خستگی است.^[۱] میزان شکستگی خستگی در این شرایط ممکن است برای برخی از استنت‌های هوشمند ۵۰٪ باشد و سبب ایجاد استرس شود.^[۲] استنت هوشمند باید برای تحمل حداقل ۳۸۰ میلیون چرخه، معادل ۱۰ سال عمر طراحی شود. «حد تحمل خستگی» یکی از الزامات طراحی است که می‌تواند با بهینه‌سازی طراحی و تولید حاصل شود. امروزه رفتار خستگی استنت هوشمند به دلیل کاربردهای پرشکی جدید مورد توجه است. چندین محقق رفتارهای مکانیکی و خستگی خودانبساطی استنت‌های هوشمند را بررسی کردند. پلتون و همکاران^[۳] خستگی و مقاومت استنت هوشمند را با مشاهده رفتار زیرمجموعه‌ی بازوی استنت ۷ شکل، در معرض بارگذاری چرخه‌ی بررسی کردند. این محققین، اثر کرنش متوسط و متغیر را روی عمر خستگی یک استنت هوشمند مطالعه کردند. سپس یک مدل پیش‌بینی عمر خستگی برای مدل‌سازی چندمحوره‌ی استنت هوشمند با استفاده از رویکرد مانسون - کافین تعديل شده معرفی کردند.^[۴] کار تحقیقاتی دیگر

استنت‌های هوشمند، معمولاً لوله‌هایی مش‌مانند هستند، که درون بخش عروقی معمیوب قرار می‌گیرند، تا جریان خون را برقرار کنند و پس از آنژیوپلاستی عروق را باز نگه دارند. خواص ابرکشسانی آلیاز هوشمند، خطر آسیب استنت به بدن را کاهش می‌دهد. استنت‌های خودانبساط هوشمند به عملت خواص ابرکشسانی، ویژگی‌های فوق العاده‌ی ارائه می‌کنند^[۱] و از این رو کاربرد گسترده‌ی برای درمان انسداد سیستم عروقی دارند. ثابت شده است که استنت‌های هوشمند خودانبساط، میزان دفع عروقی و گرفتگی را در مقایسه با روش آنژیوپلاستی بالون کاهش می‌دهند و جایگزین کمتر تهاجمی در درمان بیماری‌های عروقی محسوب می‌شوند.^[۲] با این حال، زمانی که استنت‌های هوشمند در معرض بارهای پالستینگ چرخه‌ی طولانی مدت ناشی از ضربان قلب قرار بگیرند، ممکن است دچار شکست خستگی شوند. یکی از

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۵/۰۲/۱۴۰۰، اصلاحیه ۱۶/۰۵/۱۴۰۰، پذیرش ۲۷/۰۶/۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J40.2021.58129.1596

پلاک آترواسکلروتیک و پیچیدگی فیزیولوژیکی به عنوان متغیرهای واقعی به نحوه محاسبه‌ی چرخه‌ی عمر خستگی استنست اضافه شد. از روش‌های المان محدود به منظور محاسبه‌ی نیروهای شعاعی و تعیین عملکرد خستگی یک استنست هوشمند برای عروق آنورت شکمی استفاده شد^[۲۱] و نیز با استفاده از روش‌های محاسباتی مبتنی بر اجزاء محدود با توجه به ترکیبات استنست، نسبت پیوند عملیاتی برای آنوریسم آنورت شکمی طراحی شد. محققان رفتار حرارتی محیطی و عوامل طراحی مؤثر بر عملکرد استنست - گرفت را با در نظر گرفتن تأثیرات استحکام نیروی شعاعی فلز به دست آوردند.^[۲۲] پیوند استنست با استفاده از مدل خوبکی در پیش‌بینی و کنترل و کاهش درد در داخل بدن بسیار مؤثر است. رویکردهای جدید و تاریخچه‌ی رویه‌های انجام شده، باعث بهبود سریع جریان خروجی می‌شود که می‌تواند در دوره‌ی نوسازی بالینی مؤثر واقع شود.

با توجه به عدم انجام و ارائه‌ی تحقیقات مدون در ارتباط با نقش خواص متالورژیکی و مکانیکی مواد در عملکرد مکانیکی استنست‌ها، هدف مقاله‌ی حاضر استفاده از روش اجزاء محدود برای بررسی رفتار مکانیکی و کلینیکی یک نوع استنست جدید طراحی شده از جنس آلیاژ هوشمند با خواص متالورژیکی و مکانیکی متفاوت با در نظر گرفتن مدل‌های ماکروسکوپی توصیف خواص مواد نظر نظریه‌های ترمودینامیکی مبتنی بر انرژی‌های آزاد هلمهولتز و گیبس برای کاربرد در عروق محیطی تحت بارگذاری محوری (لهیگی) است.

۲. تشریح فرایند مدل‌سازی

۱.۲. مدل‌های ماکروسکوپی رفتار آلیاژهای هوشمند

اولین مدل مادی برای توصیف رفتار ابرکشسانی آلیاژهای هوشمند، بر اساس مدل ماکروسکوپی آریشیو-تیاولر مبتنی بر نظریه‌ی کشسانی - خمیری و برآیه‌ی انرژی آزاد ترمودینامیکی هلمهولتزا است. در این مدل کرنش شامل دو بخش ۱. الاستیک خطی ۲. تغیر حالت (استحاله) است، که به صورت معادله‌ی ۱ نشان داده می‌شود. در این نظریه، تبدیل آنستیت به مارتنتزیت بر اساس نیروهای برشی صورت می‌گیرد (معادله‌ی ۲). در این بازه تنش، که در آن این تحول انجام می‌شود (معادله‌ی ۳)، اگر به هر دلیلی تغییر در جهت‌گیری تنش اعمال شود، باعث جهت‌گیری مجدد مارتنتزیت شده و اثرات قابل چشم‌پوشی دیگری ایجاد خواهد کرد. هرگونه تغییرات دمایی، باعث تغییر بزرگی در تنش‌های تغییر فاز و تغییر خطی مستقیم می‌شود. به همین دلیل است که تحول در بارگذاری کشش همراه با افزایش حجم است و تنش کمتری نسبت به فشار، به ذیبال دارد. پتانسیل انتقال توسط روش خطی مستقیم بارگذاری شده است:

$$\Delta = \Delta^{eL} + \Delta^{etr} \quad (1)$$

$$\Delta^{etr} = \alpha \Delta \zeta \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2)$$

$$F^s \leq F \leq F^F \quad (3)$$

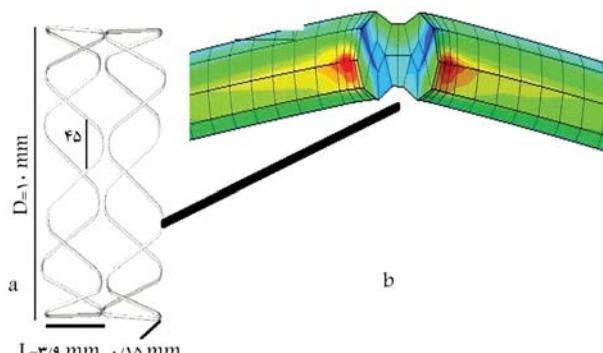
$$F = \bar{\sigma} - Pt \tan \beta + CT \quad (4)$$

که در آن Δ^{eL} : کرنش الاستیک، Δ^{etr} : کرنش تغییر حالت، α : ضریب کرنش، F : کسر حجمی مارتنتزیت، F^s : تابع پتانسیل انتقال (شروع و پایان استحاله)، F^F : تنش میانگین می‌پس، P : تنش فشاری، β : ثابت ماده، C : نسبت تنش به دما و T : دما است.^[۲۲-۲۹]

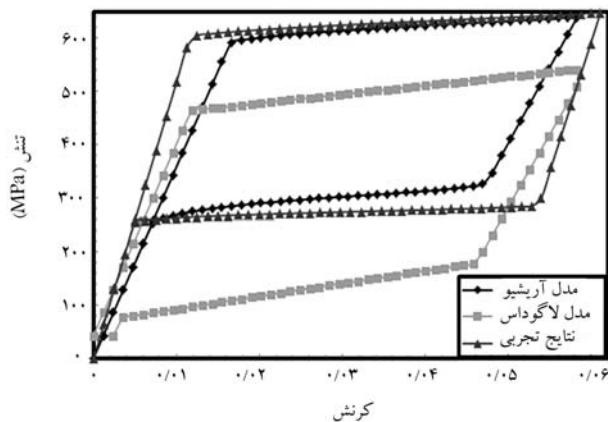
دومین مدل مادی برای توصیف رفتار ابرکشسانی آلیاژهای هوشمند، بر اساس مدل ماکروسکوپی لاگوداس مبتنی بر انرژی آزاد ترمودینامیکی گیبس است. در مدل

مبتنی بر آنالیز المان محدود توسط کلیت استر و همکاران انجام گرفت^[۶] تا اثرات کرامپینگ، قوارگیری و بارگذاری فشار چرخه‌ی روی عمر خستگی استنست - گرفت بررسی شود. آنها مقاومت خستگی دو ماده‌ی استنست هوشمند و گرفت را مطالعه کردند. همچنین تأثیر یک طراحی استنست کارتوئید روی برهم‌کش‌های عروق - استنست مطالعه شده است.^[۷] اخیراً تأثیر ویژگی‌های هندسی یک استنست هوشمند نیز بررسی شده است.^[۸] این ویژگی‌ها بر نیروی خارجی مزمن تأثیرگذارند. محققین چنین اثبات کردند که نیروی خارجی مزمن، بستگی به طراحی استنست و بعد از پایه دارد. با این که کارگسترده‌ی برای ارزیابی رفتار ساختاری استنست‌های هوشمند خودآبسط صورت گرفته است، باید برای تعیین رفتار خستگی و برهم‌کش ساختاری این استنست‌ها با دیواره‌ی عروق بررسی‌های بیشتری صورت گیرد. به تازگی چندین مقاله در ارتباط با بهینه‌سازی طراحی استنست منتشر شده است.^[۹] سانچای و همکاران^[۱۰] یک رویکرد بهینه‌سازی طراحی استنست کرونر چندرشته‌ی توسعه دادند. همچنین، نینگ و همکاران^[۱۱] شکل استنست عروق کرونر را بهینه‌سازی کردند که بر مدل پارامتریک مبتنی بود. نعمت‌زاده و همکاران^[۱۲] از روش اجزاء محدود برای بررسی تأثیر بارگذاری شعاعی و دمای آستینتی آلیاژ هوشمند بر رفتار مکانیکی استنست عروق فمورال استفاده کردند. تحقیقات آنها نشان داد که دمای پایین آستینتی آلیاژ هوشمند به دلیل استحکام مکانیکی کم شعاع برای بازکردن عروق فمورال، استحکام مکانیکی مقاومت‌کننده‌ی شعاعی زیاد برای بازکردن عروق فمورال و نیز عملکرد ابرکشسانی کامل‌تر، دارای عملکرد مکانیکی و بالینی مناسبی است. وانگ و همکاران^[۱۳] با استفاده از روش المان محدود و روش بهینه‌سازی پاسخ سطحی پارامترهای هندسی مؤثر بر عملکرد استنست‌های از جنس آلیاژهای حافظه‌دار برای کاربرد در مهره‌های بدنه را تعیین کردند و نشان دادند که نیروی مقاومتی شعاعی استنست از طرق استحاله‌ی تبدیل فازی، نقشی کلیدی در این ارتباط بازی می‌کند. با بررسی محاسباتی اثرات ضربی اصطکاک بر تعامل بین استنست نایپینولی و عروق محیطی،^[۱۴] مشخص شد که افزایش ضربی اصطکاک بین استنست نایپینولی و عروق محیطی به تغییر قابل توجه می‌زان تنش و کرنش نمی‌انجامد. عملکرد مکانیکی استنست‌های نایپینولی بافته شده توسط زینگ و همکاران ارزیابی شد.^[۱۵] برای به دست آوردن طرح بهینه‌ی استنست، اثرات راویه‌ها، قطرهای سیم و پیکربندی‌های بافت شده‌ی سیم‌ها بر عملکرد مکانیکی استنست در حین اتصال، با در نظر گرفتن استحکام مقاومت شعاعی، ارتفاع طولی و عدم تحرک استنست و با استفاده از روش اجزاء محدود مطالعه گرفت. برای در نظر گرفتن میزان انحنای استنست در شبیه‌سازی به روش اجزاء محدود یک شیوه‌ی ابتکاری ارائه شده^[۱۶] که در آن، با در نظر گرفتن شرایط دقیق مزی و با اعمال کرنش شعاعی به منظور کاهش قطر استنست برای کاربرد کلینیکی استنست شد.

با استفاده از روش المان محدود، بهینه‌سازی شکل استنست‌های آلیاژ میزین زیست تخریب پذیر (BMgS) بررسی شد^[۱۷] و داشت جدیدی در ارتباط با نحوه تأثیر اعوجاج بر رفتار زیست‌مکانیکی استنست‌های فوق را ارائه کردند. بعد از مدل‌سازی محفظه‌ی استنست‌ها در عروق ناسالم با ویژگی‌های واقعی کارکردی،^[۱۸] نتایج حاصله برای توضیح عملکرد استنست‌ها در مورد اثرات عروق خونی به ویژه فشار زیاد در لایه‌ی عروق، پلاک و آسیب‌های ایجاد شده هشگام مداخله کلینیکی، مقایسه و نشان داده شد که دلیل اصلی شکستن پلاک در طول قوارگیری استنست و تگی مجدد استنست است. در حین مراحل ترمیم آنوریسم آنوریسم آنورت و همچنین درون عروق آنورت، کرنش اتصالات، تنش نهایی و نیروهای تماس در استنست هوشمند ارزیابی شد.^[۱۹] و نیز با استفاده از نمسا، جریان خون با حضور استنست مدل‌سازی شد. در بررسی جامع مبتنی بر روش اجزاء محدود، و با در نظر گرفتن پارامترهای ضروری و عملی، عملکرد خستگی استنست ارزیابی شد.^[۲۰] بر اساس نتایج به دست آمده،



شکل ۱. مشخصات هندسی استنت طراحی شده و محل مطالعه‌ی مشخص شده‌ی استنت برای باز کردن عروق محیطی.



نمودار ۱. مقایسه‌ی رفتار المانی از آلیاژ هوشمند بر مبنای نتایج تجربی خواص ماده در جدول‌های ۱ تا [۲۶ و ۲۹] بر مبنای نظریه‌های آریشیو [۳۰] و لاگوداس [۲۹ و ۲۳].

۳.۲. المان‌بندی، شرایط مرزی و بارگذاری

با توجه به این که استنت‌های در حین کارکرد در بدنه دچار خمیدگی، کمانش و تحت فشار به ویژه در جاگذاری آن در عروق محیطی می‌شوند، یکی از آزمایش‌های ارزیابی عملکرد استنت‌ها، آزمایش بارگذاری محوری فشاری (لهیدگی) است. مطابق شکل ۲، برای انجام آزمایش لهیدگی دو صفحه‌ی صلب موازی استنت در جهت

حاضر انرژی آزاد تابعی از تنش، دما، کرنش تبدیل و درصد فاز مارتزیت در نظر گرفته می‌شود (معادله‌ی ۵):

$$G(\sigma, T, \varepsilon^t, \zeta^\varepsilon) = -\frac{1}{\tau\rho}\sigma : S : \sigma - \frac{1}{\rho}\sigma : [\alpha(T - T_0) + \varepsilon^t] + C \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + U_0 - S_0^T + f(\zeta^\varepsilon) \quad (5)$$

که در آن s ، α ، c ، ρ ، u_0 به ترتیب ماتریس نرمی مؤثر، ماتریس ضرائب انبساط حرارتی مؤثر، دمای ویژه مؤثر، چگالی، آنتروپی ویژه مؤثر و انرژی داخلی مؤثر هستند. پارامترهای σ ، T ، ε^t ، ζ^ε نیز به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تانسور تنشی کوشی، دما، دمای مبنا، کرنش تبدیل و کسر فاز مارتزیت هستند. مقدار G برای فاز آستینیت خالص برابر صفر، برای فاز مارتزیت خالص برابر ۱ و برای حالت تبدیل فاز عددی بین صفر و ۱ است؛ تابع $f(\zeta^\varepsilon)$ نیز تابع سختی است. [۲۹ و ۲۲]

۴.۲. طراحی استنت، ارزیابی و اعتبارسنجی نتایج

در این مقاله از نرم‌افزار آباکوس به دلیل دارا بودن مزیت‌هایی چون زیربرنامه‌های متنوع برای تعریف آلیاژ، نوع حل صریح و استاندارد مسائل، توان محاسباتی در زمینه‌ی کاربردهای پزشکی نظری استنت و همچنین امکان تعریف مواد به صورت زیربرنامه، نسبت به زبان‌های برنامه‌نویسی ویژوال استودیو و فرترن استفاده شده است. بدلیل وابستگی هندسه‌ی استنت‌ها به ثبت اختراط‌های ساختگیرانه، مطابق شکل ۱، یک نمونه‌ی هندسی جدید طراحی شده برای کاربرد در عروق محیطی با نرم‌افزار کتیا و بر اساس کاتالوگ‌ها، مقالات و گزارش‌های کلینیکی تهیه شد. [۲۹ و ۲۰] اعتبارسنجی نتایج تجربی و نظریه‌های به کار گرفته شده بر مبنای کارهای آریشیو و لاگوداس انجام شد، خواص مواد مطابق جدول‌های ۱ تا ۴ به صورت زیربرنامه در نرم‌افزار آباکوس تعریف شد. قبل از انجام آزمایشات، ابتدا یک المان از ماده‌ی آلیاژ هوشمند تحت بارگذاری کششی در نظر گرفته و نتایج حاصله از مدل آریشیو [۳۰ و ۲۳] و مدل لاگوداس [۲۹ و ۲۰] با نتایج تجربی مقایسه شد. مطابق نمودار ۱، مدل آریشیو نسبت به مدل لاگوداس تطبیق بهتری با نتایج تجربی داشت؛ در نتیجه خواص آلیاژ هوشمند برای استنت به صورت زیربرنامه‌ی مبتنی بر تئوری آریشیو تعریف شد.

جدول ۱. لیست پارامترهای مربوط به خواص ماده‌ی آلیاژ هوشمند ۱، جهت عروق محیطی بر اساس مدل آریشیو. [۲۶ و ۲۳ و ۲۰]

A	ν_A	E_M	ν_M	ε^L	$(\frac{\delta\sigma}{\delta T})_L$	σ_L^S	σ_L^E
۵۱۷۰۰	۰/۳	۱۸۵۵۴	۰/۳	۰/۰۶۳	۶/۵۲۷	۶۰۰	۶۷۰
T_0	$(\frac{\delta\sigma}{\delta T})_L$	σ_U^S	σ_U^E	σ_{CL}^S	ε_V^L	ε_{max}	A_f
۳۱۰	۶/۵۲۷	۲۸۸	۲۵۴	۹۰۰	۰/۰۶۳	۰/۱۲	۲۹۳

جدول ۲. لیست پارامترهای مربوط به خواص ماده‌ی آلیاژ هوشمند ۲، جهت عروق محیطی بر اساس مدل آریشیو. [۳۰ و ۲۳ و ۲۰]

E_A	ν_A	E_M	ν_M	ε^L	$(\frac{\delta\sigma}{\delta T})_L$	σ_L^S	σ_L^E
۴۰۰۰۰	۰/۴۶	۴۷۸۰۰	۰/۴۶	۰/۰۴	۶/۵۲۷	۳۹۰	۴۲۵
T_0	$(\frac{\delta\sigma}{\delta T})_U$	σ_U^S	σ_U^E	σ_{CL}^S	ε_V^L	ε_{max}	A_f
۳۱۰	۶/۵۲۷	۱۴۰	۱۳۵	۵۸۵	۰/۰۴	۰/۱۲	۳۰۳

جدول ۳. لیست پارامترهای مربوط به خواص ماده‌ی آلیاژ هوشمند ۱ جهت عروق محیطی بر اساس مدل لاغوداس. [۲۴، ۲۵، ۲۶]

E_A	ν_A	E_M	ν_M	ρ	K_A	C_A	α_A
۵۱۷۰۰	۰/۳	۱۸۵۵۴	۰/۳	۶۴۵۰	۱۸	۳۲۰	۱۱×10^{-6}
α_M	ρ_{SA}	ρ_{SM}	M_f	M_s	A_S	A_f	T_0
$۶/۶ \times 10^{-6}$	$-۰, ۲۹۴۷ \times 10^6$	$-۰, ۹۲۸ \times 10^6$	۲۸۴	۲۸۹	۲۹۱	۲۹۵	۳۱۰

جدول ۴. لیست پارامترهای مربوط به خواص ماده‌ی آلیاژ هوشمند ۲ جهت عروق محیطی بر اساس مدل لاغوداس. [۲۴، ۲۵، ۲۶]

E_A	ν_A	E_M	ν_M	ρ	K_A	C_A	α_A
۴۰۰۰۰	۰/۴۶	۴۷۸۰۰	۰/۴۶	۶۴۵۰	۱۸	۳۲۰	۱۱×10^{-6}
α_M	ρ_{SA}	ρ_{SM}	M_f	M_s	A_S	A_f	T_0
$۶/۶ \times 10^{-6}$	$۰, ۸۵۱ \times 10^6$	$-۰, ۴۵۲ \times 10^6$	۲۳۵	۲۵۰	۲۵۱	۲۸۴	۳۱۰

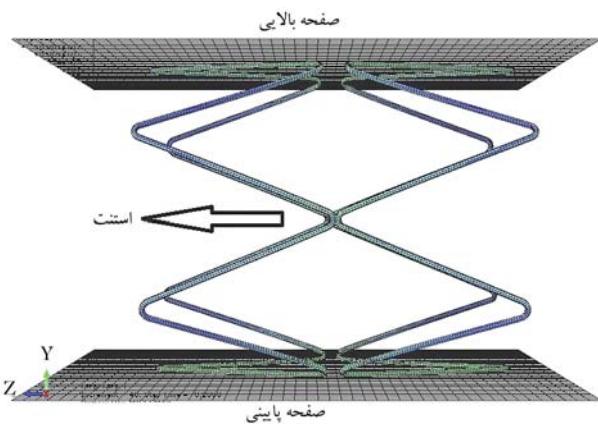
خواهند داشت: حلقه‌ی هیسترزیس مکانیکی (ابرکشسانی) کامل، استحکام مکانیکی مناسب شعاعی برای بازکردن عروق محیطی COF^۱، بیشترین استحکام مکانیکی مقاومت‌کننده‌ی شعاعی برای بازکردن عروق محیطی RRF^۲، کرنش تغییر حالت بالا، تشن کمتر در نقاط بحرانی استنت، کرشن بالا (طول منطقه‌ی تغییر‌شکل ابرکشسان زیاد)، جایه‌جایی بیشینه، تشکیل درصد بالای مارتزیت در ساختار استنت، عدم قرار گرفتن استنت در محدوده‌ی الاستیک و همچنین در محدوده‌ی ایمن بودن استنت در برابر شکست.^[۲۹-۳۱] از طرفی خواص ماده‌ی مورد استفاده در استنت‌های هوشمند با معادلات کلزیوس - کلپرون ارتباط دارد (معادله ۶):

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\rho \Delta S f_m}{\varepsilon t} = \frac{\rho \Delta H f_m}{T^0 \varepsilon t} \quad (6)$$

σ : سطح تشن، ε_t : کرنش استحاله، H : آنتالپی استحاله در واحد حجم، ρ : چگالی استحاله، ΔS : تغییرات آنتروپی استحاله، T : دمای تعادل استحاله و f_m : درصد کسر حجمی مارتزیت است.^[۱۲] ΔT طبق معادله ۷ محاسبه می‌شود:

$$\Delta T = (T_{reference} - T A_f) \quad (7)$$

که در آن $T_{reference}$ مربوط به دماهای کلینیکی و $T A_f$ مربوط به دماهای پایان استحاله‌ی آستنتی بوده و به خواص ماده مرتب است. تقریباً برای ۷ درجه‌ی سانتی‌گراد اختلاف دمای A_f حدوداً ۵۰٪ تغییرات در سطح تشن‌های مسطح بالایی و تشن‌های مسطح پایینی در استنت‌های هوشمند قابل مشاهده است. به ازای هر ۱ درجه دمای A_f پایین‌تر تشن مسطح بالایی و تشن مسطح پایینی در حد ۴ MPa افزایش خواهد یافت.^[۱۲] در نمودار ۲ شماتیک نیروهای موجود در هنگام بارگذاری و باربرداری در استنت هوشمند شناس داده شده است.^[۲۹-۳۱] استنت‌های آلیاژ هوشمند طراحی شده برای کاربرد در عروق محیطی در شکل ۱ و با خواص مواد ذکر شده در جدول‌های ۱ تا ۴ مشخص شده است. آزمایش لهیدگی به میزان ۷۰ و ۹۰ درصد به نمونه‌های استنت عروق محیطی مطابق جدول‌های ۵ و ۶ و شکل‌های ۳ تا ۱۰ اعمال شد. مطابق شکل‌های ۳ تا ۶، جدول‌های ۱ تا ۴ و جدول ۵، تشن‌ها و کرشن‌ها برای شروع رفتار ابرکشسانی در ۷۰ درصد لهیدگی کافی نیست. همچنین نتایج مربوط به میزان شکل‌گیری مارتزیت نیز در جدول ۵، بیان‌گر عدم شروع استحاله‌ی مارتزیتی و در واقع عدم اخذ رفتار ابرکشسانی برای استنت‌های مذکور است. بنابراین استنت‌های طراحی شده، به دلیل عدم ارائه‌ی رفتار ابرکشسانی، برای کاربرد در عروق محیطی مناسب نیستند.



شکل ۲. شماتیک شرایط بارگذاری تست لهیدگی شامل صفحات پایینی، بالایی و استنت.

محور x تحت فشار قرار داده شد. فاصله‌ی بین صفحات فوق متناسب با قطر خارجی استنت‌ها بود. تماس سطح بین صفحات سخت صلب واستنت، انعطاف‌پذیر و بدون اصطکاک برقرار شد. صفحه‌ی صلب پایینی در تمامی جهات بسته شد و صفحه‌ی صلب بالایی فقط در جهت x امکان حرکت داشت. چهارگره از استنت در جهات z و y بسته شد و فقط در جهت x امکان حرکت داشتند. جایه‌جایی در جهت x و از طریق صفحه‌ی صلب بالایی و به میزان ۷۰ و ۹۰ درصد کاهش قطر استنت اعمال و کاملاً باربرداری شد. به منظور کاهش زمان محاسبات و با استفاده از فواید تقارن محوری، تنها یک چهارم مدل‌ها مورد تحلیل قرار گرفت. از المان مکعبی C38DI با تعداد المان ۱۲۶۲۴ برای استنت و از المان R3D4 با تعداد المان ۲۰۰۰۰ برای سطح صفحات صلب فشاردهنده‌ی استنت استفاده شد. به دلیل پیچیدگی زیاد و اندازه‌ی بسیار کوچک استنت‌ها، از نرم افزار هایپر مشن برای مش زدن نمونه‌ها استفاده شد. دانسیته‌ی مش به طور تقریبی ۱۳۵ المان و ۱۰۲۵ گره بر میلی‌متر مربع به دست آمد.

۳. نتایج و بحث

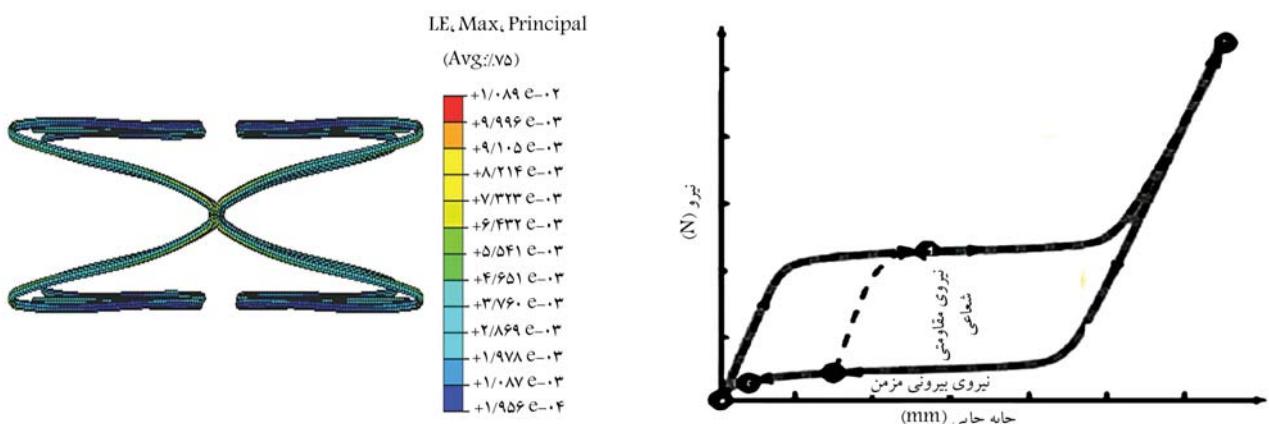
استنت‌های هوشمند با داشتن ویژگی‌های زیر، کاربرد مکانیکی و کلینیکی مطلوبی

جدول ۵. نتایج به دست آمده برای عروق محیطی با تغییر خواص مواد استنت برای ۷۰ درصد لهیدگی.

خواص ماده استنت	تنش فون میسنس	درصد مارتنزیت تشکیل شده	کرنش
استنت ماده ۱ (جدول ۱)	۷۷۹,۵	۰,۰۱۰۸	-
استنت ماده ۲ (جدول ۲)	۵۹۳,۴	۰,۰۱۰۷	-

جدول ۶. نتایج به دست آمده برای عروق محیطی با تغییر خواص مواد استنت برای ۹۰ درصد لهیدگی.

خواص ماده استنت	تنش فون میسنس (MPa)	درصد مارتنزیت تشکیل شده	کرنش
استنت هوشمند با خواص ماده ۱	۱۱۲۹	۰,۰۱۹۸	۰,۱۸۸
استنت هوشمند با خواص ماده ۲	۷۵۱,۴	۰,۰۲۱۱	۰,۳۲۹



شکل ۴. کرنش به دست آمده ناشی از ۷۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عروق محیطی در شکل ۱ و برای خواص ماده ۱ در جدول ۱.

نمودار ۲. شماتیک نیروهای موجود در هنگام بارگذاری و باربرداری استنت هوشمند. [۲۹ و ۳۰]

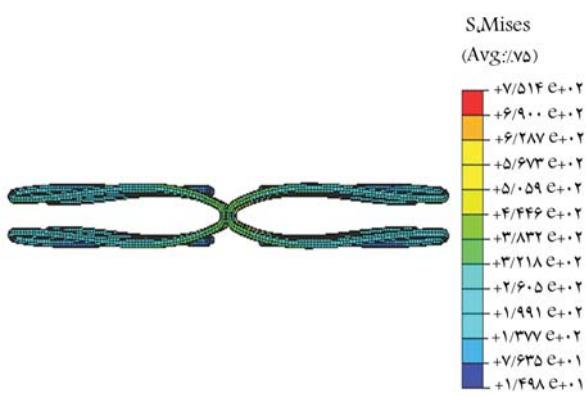


شکل ۵. تنش فون میسنس به دست آمده ناشی از ۷۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عروق محیطی در شکل ۱ و برای خواص ماده ۲ در جدول ۲.

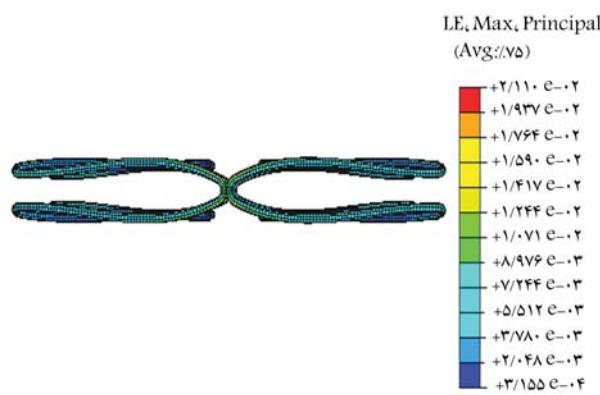
شکل ۳. تنش فون میسنس به دست آمده ناشی از ۷۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عروق محیطی در شکل ۱ و برای خواص ماده ۱ در جدول ۱.

با افزایش درصد لهیدگی از ۷۰ درصد به ۹۰ درصد در نمونه‌های مورد بررسی استنت‌ها، مقایسه‌ی نمونه استنت با خواص ماده ۱ در جدول ۱، جدول ۶ و شکل‌های ۷ و ۸ و نمونه استنت با خواص ماده ۲ در جدول ۲، جدول ۶ و شکل‌های ۹ و ۱۰ مربوط به توزع تنش و کرنش در منحنی درونی استنت‌ها بیان‌گر کاهش تنش از ۱۱۲۹ MPa به ۷۵۱,۴ MPa، افزایش کرنش از ۰,۰۱۹۸ به ۰,۰۲۱۱ و افزایش درصد مارتنزیت تشکیل شده از ۰,۱۸۸ به ۰,۳۲۹ است. نسبت این تغییرات تقریباً ۲۳,۶۲ و ۷۵,۶۵ درصد است. بیشترین تنش در

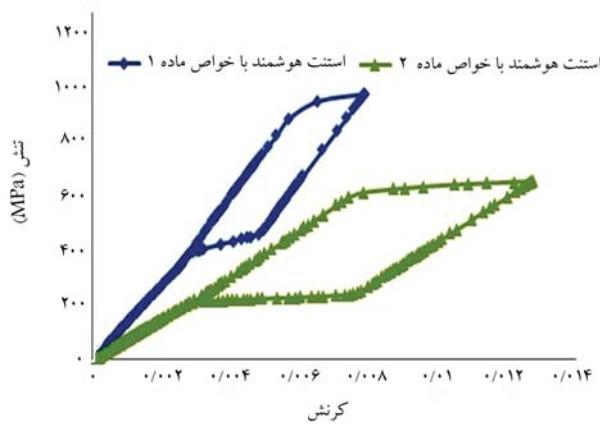
منحنی درونی نمونه استنت با خواص ماده ۱ در جدول ۱ بیشتر از نمونه استنت با خواص ماده ۲ در جدول ۲ بوده، نمونه دومی نسبت به اولی به لحاظ مکانیکی (متاثر از تنش کمتر) برای کاربرد در عروق محیطی ترجیح داده می‌شود. کرنش بیشینه در منحنی درونی نمونه استنت با خواص ماده ۱ در جدول ۱ کمتر از نمونه استنت با خواص ماده ۲ در جدول ۲ بوده، نمونه دومی نسبت به اولی به دلیل رفتار دینامیکی مطلوب (متاثر از کرنش بیشتر) با عروق محیطی



شکل ۶. کرنش به دست آمده ناشی از ۹۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۲ در جدول ۲.

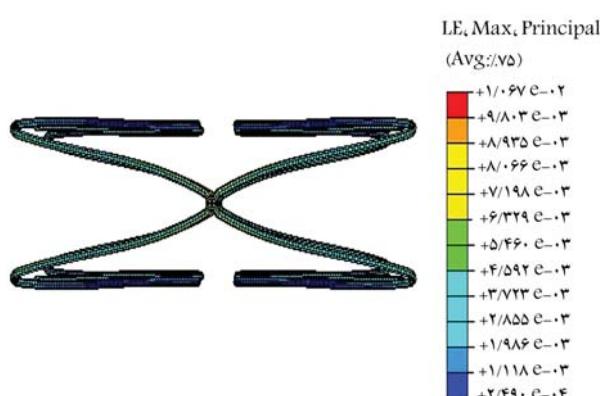


شکل ۷. کرنش به دست آمده ناشی از ۹۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۲ در جدول ۲.

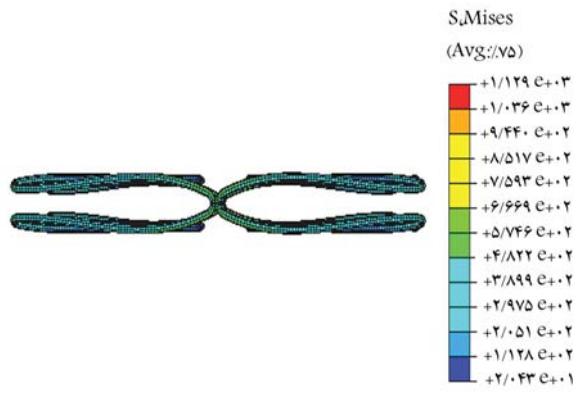


نمودار ۳. مقایسه‌ی رفتار ابرکشسان ناشی از ۹۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۱ در جدول ۱ و خواص ماده ۲ در جدول ۲.

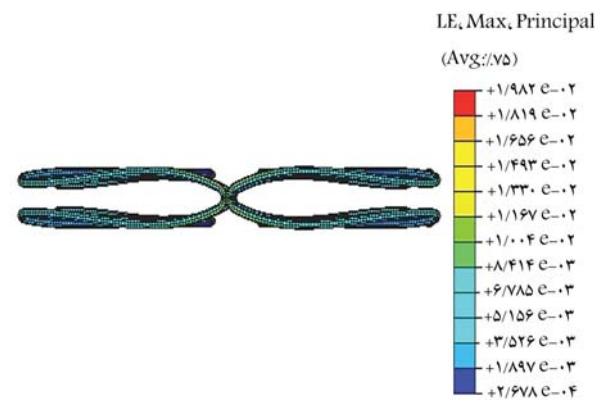
رفتار ابرکشسان ارائه کنند.^[۲۸] مطابق جدول ۶ و نمودار ۳، هر دو نمونه‌ی استنت رفتار ابرکشسان متاثر از استحاله‌ی مارتزیت تحت تنش در منحنی تنش و کرنش را ارائه دادند. لذا برای کاربرد در عرق محيطي مناسب‌اند، چرا که با توجه به تأثیرات دمای A_f آلیاز استنت هوشمند، هرقدر دمای A_f پایین‌تر باشد، سطح بارگذاری



شکل ۶. کرنش به دست آمده ناشی از ۷۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۲ در جدول ۲.



شکل ۷. تنش فون میسنس به دست آمده ناشی از ۹۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۱ در جدول ۱.



شکل ۸. کرنش به دست آمده ناشی از ۹۰ درصد لهیدگی انجام شده روی نمونه‌های استنت عرق محيطي در شکل ۱ و برای خواص ماده ۱ در جدول ۱.

ترجیح داده می‌شود. درصد تشکیل مارتزیت در منحنی درونی نمونه استنت با خواص ماده ۱ در جدول ۱ کمتر از نمونه‌ی استنت با خواص ماده ۲ در جدول ۲ بوده، نمونه‌ی دومی نسبت به اولی به دلیل انجام مطلوب استحاله‌ی مارتزیتی با عرق محيطي ترجیح داده می‌شود. مطابق مطالعات پیشین، استنت‌های نایتینولی باید در منحنی تنش و کرنش مربوطه‌ی ناحیه‌مارتزیت تحت تنش برای نشان دادن

2. Duerig, T. and Wholey, M. A. "comparison of balloon and self-expanding stents", *Minimal Invas Ther Allied Technol*, **11**(4) p. 173 (2002).
3. Pelton, A.R., Schroeder, V., Mitchell, M.R. and et al. "Fatigue and durability of Nitinol stents", *Journal Mechanical Behavior Biomedical Material*, **1**(2), pp. 153-164 (2008).
4. Valiboy, A.R., Mwipatayi, B.P. and Sieunarine K. "Fracture of a carotid stent: an unexpected complication", *Social Vascular Surgical*, **45**(3), pp 603-606 (2007).
5. Runciman, A., Xu, D., Pelton, A.R. and et al. "An equivalent strain/coffin-manson approach to multiaxial fatigue and life prediction in superelastic nitinol medical devices", *Biomaterials*, **32**, pp. 4987-4993 (2011).
6. Kleinstreuer, C. and Li, Z. "Computational mechanics of Nitinol stent grafts", *Journal of Biomechanic*, **41**, pp. 2370-2378 (2008).
7. Wu, W. and Qi, M. "Delivery and release of nitinol stent in carotid artery and their interactions: a finite element analysis", *Journal of Biomechanic*, **40**(13), pp. 3034-3040 (2007).
8. Azaouzi, M., Makradi, A. and Belouettar, S. "Deployment of a self-expanding stent inside an artery: a finite element analysis", *Material Design*, **41** pp. 410-420 (2012).
9. Garcia, A., Pena, E. and Martinez, M.A. "Influence of geometrical parameters on radial force during self-expanding stent deployment. application for a variable radial stiffness stent", *Journal Mechanical Behavior Biomedical Material*, **10**, pp. 166-175 (2012).
10. Sanjay, P., Georges, L., Nick, P.C. and et al. "Multiobjective design optimization of coronary stents", *Biomaterials*, **32**, pp. 7755-7773 (2011).
11. Ning, L., Hongwu, Z. and Huaijiang, O. "Shape optimization of coronary artery stent based on a parametric model", *Finite Element Analysis Design*, **45** pp. 468-475 (2009).
12. Nematzadeh, F. and Sadrnezhaad, S.K. "Effects of crimping on mechanical performance of nitinol stent designed for femoral artery: finite element analysis", *Journal of Materials Engineering and Performance*, **22**(11), pp. 3228-3236 (2014).
13. Wang, R., Zuo, H., Yang, Y.M. and et al. "Finite element simulation and optimization of radial resistive force for shape memory alloy vertebral body stent", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **28**(15), pp. 2140-2150 (2017).
14. Nematzadeh, F. "Computational evaluation of the impact of friction coefficient on self-expanding stent and peripheral artery during contact", *Journal of Environmental Friendly Materials*, **2**(2), pp. 29-35 (2018).
15. Zheng, Q., Mzafari, H., Li, Z. and et al. "Mechanical characterization of braided self-expanding stents: impact of design parameters", *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, **19**, pp.1-16 (2019).
16. Kumar, G.P., Commillus, A.L. and Cui, F. "A finite element simulation method to evaluate the crimpability of curved stents", *Medical Engineering & Physics*, **4** pp. 162-165 (2019).
17. Chen, C., Chen, J., Wu, W. and et al. "In vivo and in vitro evaluation of a biodegradable magnesium vascular stent designed by shape optimization strategy", *Biomaterials*, **221**, pp.1-30 (2019).
18. Rouhani, F., Fereidoonbehzad, B. and Zakerzadeh, A.M.R. "A computational study on vascular damage caused by shape memory alloy self-expandable and balloon-expandable stents in a stenosed artery", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (2019). DOI: <https://doi.org/10.1177/1045389X19880021>.
19. Jayendirana, R., Nourb, B. and Ruimia. "A Computational analysis of Nitinol stent-graft for endovascular aortic repair (EVAR) of abdominal aortic aneurysm (AAA): crimping, sealing and fluid-structure interaction (FSI)", *International Journal of Cardiology*, (2019). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijcard.2019.11.091>.
20. Lei, L., Qi, X., Li, S. and et al. "Finite element analysis for fatigue behavior of a self-expanding nitinol peripheral stent under physiological biomechanical conditions", *Computers in Biology and Medicine*, **104**, pp. 205-214 (2019).
21. Zhou, X.C., Yang, F., Yan Gong, X. and et al. "New Nitinol endovascular stent-graft system for abdominal aortic aneurysm with finite element analysis and experimental verification", *Rare Metals* (2019). DOI: <https://doi.org/10.1007/s12598-019-01250>.
22. Elsyis, M., Tillman, B., GO, C. and et al. "Comprehensive assessment of mechanical behavior of an extremely long stent graft to control hemorrhage in torso", *Journal of Biomedical Materials Research Part B Applied Biomaterials*, **108**(5), pp.2192-2203 (2020). DOI: <https://doi.org/10.1002/jbm.b.34557>.
23. Masoumi Khalil Abad, E., Pasini, D. and Cerere, R. "Shape optimization of stress concentration-free lattice for self-expandable nitinol stent-grafts", *Journal of Biomechanics*, **45**, pp. 1028-35 (2012).
24. Santillo, M. "Fracture and crack propagation study of a superficial femoral artery nitinol stent", Ms Thesis. University of Pavia, Italy (2008).
25. De Beule, M., Van Cauter, S., Mortier, P. and et al. "Virtual optimization of self-expandable braided wire stents", *Medical Engineering Physics*, **31**, pp. 448-53 (2009).
26. Nuutinen, J.-P., Clerc, C. and Tormala, P. "Theoretical and experimental evaluation of the radial force of self-expanding braided bioabsorbable stents", *Journal of Biomaterials Science Polymre Edition*, **14**(7), pp. 677-687 (2003).
27. Morgan, R. and Adam, A. "Use of metallic stents and balloons in the esophagus and gastrointestinal tract", *Journal Vascular Interventional Radiology*, **12**(3), pp. 283-297 (2001).
28. Petrini, L. and Migliavacca, F. "Computational studies of shape memory alloy behavior in biomedical applications", *Journal Iomechanics Engineering*, **127**(4), pp. 716-725 (2005).
29. Nematzadeh, F. and Sadrnezhaad, S. "Effects of material properties on mechanical performance of nitinol stent designed for femoral artery: finite element analysis", *Scientia. Irnica*, **19**(6), pp. 1564-1571 (2012).

30. Auricchio, F. and Taylor, R. "Shape-memory alloys: modeling and numerical simulations of the finite-strain super elastic behavior", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **143**, pp. 175-194 (1996).
31. Lubliner, J. and Auricchio, F. "Generalized plasticity and shape memory alloy", *International Journal of Solids and Structures*, **33**, pp. 991-1003 (1996).
32. Gong, X. and Duerig, T. "Finite element analysis and experimental evaluation of superelastic Nitinol stents", *In Proceedings of the International Conference on Shape Memory and Superelastic Technology Conference - SMST*, pp. 417-423 (2003).

تحلیل المان محدود غیرخطی رشد پوست با استفاده از مدل غشای هایپرالاستیک

ناصر فیروزی (دانشجوی دکتری)

فرزانم دادگر راد * (دانشیار)

سید رضا فلاحتگر (استادیار)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان

هدف این مقاله فرمول بندی و شبیه سازی عددی پدیده‌ی رشد در پوست تحت بارگذاری مکانیکی است. ویژگی اصلی و نوآوری تحقیق حاضر آن است که پوست را به عنوان یک غشای داری انتخاب اولیه در نظر می‌گیرد که از معادلات ساختاری مواد هایپرالاستیک تبعیت می‌کند. در ابتدا سینماتیک غشاها تحت تغییر شکل های بزرگ فرمول بندی شده و تانسورهای اساسی مربوطه معرفی می‌شوند. سپس فرمول بندی مکانیک رشد و حالت خاص آن برای غشاها ارائه می‌شود. در ادامه، جهت حل عددی معادلات حاکم، یک فرمول بندی المان محدود غیرخطی لاغرانژی کامل توسعه داده می‌شود. در نهایت دو مثال عددی برای رشد و تغییر شکل بزرگ پوست به صورت صفحه‌ی تخت و با سه هندسه‌ی مربوعی، دایره‌ی و مستطیلی و هجگنین در حالت غیر تخت با انتخاب اولیه به صورت یک قطاع استوانه‌ی تحت اعمال فشار خارجی مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرند. با وجود آن که مدل ارائه شده در این مقاله بسیار ساده‌تر از مطالعات پیشین است، اما نتایج حاصل از آن با نتایج موجود در مطالعات پیشین مطابقت می‌کند. همچنین، حجم محاسبات عددی و مقدار فضای حافظه‌ی مورد نیاز به میزان قابل توجهی توسط فرمول بندی حاضر کاهش می‌یابد، به طوری که تعداد المان‌های غشای به کار رفته در مدل سازی کثیر است که در تحقیقات پیشین مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین، نسبت جرمی حاصل از رشد پوست نیز برای سطح مقطع‌های مختلف محاسبه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که جرم پوست حاصل از رشد در مثال‌های در نظر گرفته شده، بیش از سه برابر جرم پوست پیش از رشد است.

firouzi@phd.guilan.ac.ir
dadgar@gilan.ac.ir
falahatgar@gilan.ac.ir

واژگان کلیدی: مکانیک رشد، پوست، غشا، هایپرالاستیکی، المان محدود غیرخطی.

۱. مقدمه

غشاهای پلیمری دارد در این است که پوست یک موجود زنده است و رشد می‌کند. در برخی موارد، بر سطح پوست ضایعه‌های بزرگی ایجاد می‌شود؛ به گونه‌یی که امکان ترمیم آن توسط پوست مجاور زخم فراهم نیست. برای این که بالای پوستی کافی برای پوشاندن زخم فراهم شود نیاز است که پوست مجاور ضایعه پیش از ترمیم رشد یابد که این کار معمولاً توسط انبساط دهنده‌ها^۱ صورت می‌گیرد. انبساط دهنده در نزدیکی ضایعه کاشته می‌شود تا امکان رشد پوست را مهیا کند و همچنین پوست رشد یافته از نظر ضخامت، چگالی، رنگ، سختی و خواص دیگر مشابه پوست اطراف باشد.^{۲،۳} جنس انبساط دهنده‌ها الاستومر سیلیکونی بوده و به طور هفتگی با تزریق محلول نمکی^۳ باد می‌شوند و این عمل به مدت ۶ تا ۸ هفته ادامه می‌یابد. این الاستومرها در اندازه‌ها و شکل‌های گوناگون در دسترس اند که از آن جمله می‌توان

پوست یک غشای نازک است که تمام سطح بدن را می‌پوشاند و علاوه بر این که باید به اندازه‌ی کافی محکم باشد تا آسیب نمی‌بیند، باید به قدر کافی انعطاف‌پذیر باشد تا مانع از حرکت آزادانه‌ی بدن نشود. پوست پوششی است که از بدن در برابر میکروب‌های مضر و خطرات محیط اطراف و ضربه‌های مکانیکی جلوگیری می‌کند. همچنین بزرگ‌ترین اندازه در بدن انسان است که ناحیه‌ی سطحی $1/8$ تا 2 متر مربع و 16 درصد از وزن بدن را در بر می‌گیرد. از نظر متابولیکی نیز اندازی فعال با تنوعی از عملکردگاه‌های لازم در حفاظت از بدن است.^[۱] تقاضه منحصر به فردی که پوست با سایر غشاها مانند

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۲ مهر ۱۴۰۰، اصلاحیه ۱۳، ۹/۰۰، ۱۴۰۰، پذیرش ۲۱ مهر ۱۴۰۱

DOI:10.24200/j40.2022.58307.1599

از نرم افزار آباکوس برای تعیین پارامترهای معادله‌ی ساختاری الاستیک نمایی دلفینو و همکاران^[۲۱] استفاده شده است. رماچه و همکاران^[۲۲] اثرات کشش پی درپی و نیز آزمون‌های تنش - آرمیدگی را بر خواص مکانیکی پوست خوک مورد مطالعه قرار دادند.

سوکی و همکاران^[۲۳] در مقاله‌ی خود، نخستین تحقیق غیرتجربی در مورد رشد پوست را ارائه دادند و رشد پوست با سطح مقطع دایره‌یی را به صورت مقارن محوری در نظر گرفتند. در تحقیقی که توسط تپله و همکاران^[۲۴] انجام شد، مدل ایزوتروپیک عرضی^۹ بر مبنای میکروساختار را که توسط آرودا و بویس^[۲۵] برای مواد پلیمری پیشنهاد شده بود، در رشد پوست مورد استفاده قرار دادند. آنها از این مدل برای رشد حاصل از کاشت انسپاٹ‌دهنده با هندسه‌های مختلف در زیر پوست در نرم افزار تجاری آباکوس استفاده کردند. در تحقیقی که توسط زولنر و همکاران^[۲۶] انجام شد، با استفاده از تابع انرژی نشوه‌کین^{۱۰} تراکم پذیر نشوه‌کین استفاده شده است. تپله و بویس^[۲۷] برای نشوه‌کین و چانه صورت گرفت. در مدلی که زولنر و همکاران^[۲۸] برای رشد پوست سر، پیشانی و چانه استفاده از مدل هایپرالاستیک ایزوتروپیک عرضی^{۱۱}، مدلی برای بافت مردگی^{۱۱} در جراحی پلاستیک ارائه کردند.

مطالعه‌ی مقالات گذشته نشان می‌دهد که برای مدل‌سازی رشد پوست، در تمامی موارد از مدل‌های سه‌بعدی و المان‌های محدود سه‌بعدی استفاده شده است. همچنین، تمامی شبیه‌سازی‌های در نرم افزارهای تجاری مانند آباکوس انجام شده است. هدف این مقاله، مدل‌سازی تغییرشکل‌های بزرگ پوست با استفاده از المان‌های دو بعدی غشا و با در نظر گرفتن اثرات رشد است. این المان‌ها به مراتب از المان‌های سه‌بعدی ساده‌تر است و حجم محاسباتی کمتری می‌طلبند. همچنین در این تحقیق نشان داده خواهد شد که کارایی آنها به خوبی المان‌های سه‌بعدی است.

در ادامه‌ی این مقاله، در بخش دوم سینماتیک تغییرشکل‌های بزرگ غشاها ارائه می‌شود. در بخش سوم، فرمول‌بندی رشد بیان شده و معادلات ساختاری حاکم بر تغییرشکل‌های بزرگ غشاها با در نظر گرفتن تأثیر پذیره‌ی رشد بیان می‌شوند. در بخش چهارم، فرمول‌بندی المان محدود غیرخطی برای حل عددی معادلات حاکم ارائه می‌شود. در بخش پنجم، به منظور اعتبارسنجی و بررسی عملکرد فرمول‌بندی ارائه شده، تغییرشکل و رشد پوست با سه هندسه‌ی متفاوت مورد بررسی قرار می‌گیرد و نتایج به دست آمده با مطالعات پیشین مقایسه می‌شود.

۲. سینماتیک تغییرشکل‌های بزرگ یک غشا

در این بخش، کمیت‌های سینماتیکی اساسی که تغییرشکل‌های بزرگ غشاها نازک در فضای سه‌بعدی را توصیف می‌کنند ارائه می‌شود. چنان‌که در شکل ۱ نشان داده شده، یک دستگاه مختصات کارتزین^{۱۲} $\{x_1, x_2, x_3\}$ با بردارهای پایه‌ی یکه‌ی متعامد^{۱۳} $\{e_1, e_2, e_3\}$ در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود که Ω یک غشای نازک دارای انتخاب قبل از تغییرشکل باشد. همچنین S به عنوان صفحه‌ی میانی^{۱۴} معرفی می‌شود. در ادامه، یک دستگاه مختصات منحنی الخط^{۱۵} $\{z^1, z^2, z^3\}$ در هر نقطه از سطح میانی در نظر گرفته می‌شود. غشای Ω بعد از تغییرشکل به غشای Ω در فضای سه‌بعدی تبدیل می‌شود. مکان یک نقطه‌ی دلخواه واقع بر سطح میانی غشا در قبل و بعد از تغییرشکل مطابق روابط ۱ و ۲ قبل نمایش هستند:

$$\mathbf{X}(z^1, z^2, z^3) = \mathbf{R}(z^1, z^2) + z^3 \mathbf{n} \cdot (z^1, z^2) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}(v^1, v^2, v^3) = \mathbf{r}(v^1, v^2) + v^3 \lambda \mathbf{n}(v^1, v^2) \quad (2)$$

به هندسه‌های مستطیلی، دایره‌یی، مربعی و هلالی^{۱۶} اشاره کرد. چرخه‌ی بادکردن انسپاٹ‌دهنده، رشد و آرمیدگی^{۱۷} برای تکرار می‌شود تا پوست در حد مطلوبی رشد یابد. از این فرایند در جراحی ترمیمی^{۱۸} استفاده می‌شود. نیومن^[۱۹] برای اولین بار بسط پوست را برای ترمیم نقص موجود در گوش انجام داد و از یک بالون لاستیکی برای این کار استفاده کرد. انسپاٹ بافت در ابتدا بیشتر برای ترمیم سر و چانه به کار رفت، اما امروزه تقریباً برای ترمیم تمامی قسمت‌های بدن مورد استفاده قرار می‌گیرد.^[۲۰]

در تحقیقی که در سال ۱۹۸۹ توسط بیوچنه و همکاران^[۲۱] انجام شد، آزمایشی روی ۲۴ حیوان صورت گرفت. آنها به مدت ۳۲ روز پوست این جانوران را بسط دادند. نتایج به دست آمده نشان داد که کشش پوست در زمان باد شدن به شدت افزایش می‌یابد اما در پایان ۳۲ روز به مقدار عادی کاوش یافته و ضخامت پوست که در ابتدا کاوش یافته بود، به حد عادی خود در انتهای آزمایش بر می‌گردد. در آزمایشی که توسط محققین^[۲۲] انجام شد، آزمون برش خالص^۷ برای نمونه‌های بافت پوست خوک در ضخامت‌های مشخص بوده است. ژانو و همکاران^[۲۳] به بررسی چروک روی پوست با توجه به افزایش سن پرداختند. این محققین با استفاده از مدل سازی سه‌بعدی المان محدود از پوست جوان و پیر به عنوان ماده‌یی کامپوزیتی از دو تا شش لایه‌یی مجزا، تأثیر سن روی پوست را تحلیل کردند. تونگه و همکاران^[۲۴] آزمایش اعمال فشار روی پوست انسان را انجام دادند و از این آزمون برای اندازه‌گیری خواص ناهمسانگرد غیرخطی پوست انسان استفاده کردند. در مطالعه‌یی که توسط اسمال و همکاران^[۲۵] انجام شد، اثر ضخامت، ترکیب بافت و سن در خواص زیست‌مکانیکی پوست مخصوصی با استفاده از آزمایش نفوذ بار - آرمیدگی تعیین شد. همچنین، عفونت محل جراحی یکی از نکات مهمی است که توسط سجادی و همکاران^[۲۶] مورد بررسی قرار گرفت و در آن از پوست یا زخم‌های پوستی به عنوان عاملی مهم در این نوع عفونت ذکر شد. در ادامه، سجادی و همکاران^[۲۷] هواي اطراف زخم‌های پوستی و ارتباط آن با عفونت‌های محل جراحی را شبیه‌سازی کردند. کومارسومی و همکاران^[۲۸] مدل ساختاری مناسب برای پوست و تعیین خواص جامع پوست را که مستقل از تغییرپذیری نوع بیمار باشد تعیین کالیبره کردند. در تحقیقی که توسط باربارینو و همکاران^[۲۹] انجام شد، تلاش برای بوده که تعیین مشخصات مکانیکی در محیط زنده از بافت‌های سطحی تناوبی را مطالعه کردند. آنها مدل ویسکوالاستیک ارائه شده را با نتایج آزمایشگاهی انجام شده بر پوست موش و خوک مقایسه کردند. نتایج بیان‌گر آن است که مدل ارائه شده می‌تواند به خوبی بارگذاری، باربرداری و نیز بارگذاری مجدد روی پوست ویسکوالاستیک را مدل سازی کند. در تحقیقی که توسط جوبانپوترا و همکاران^[۳۰] انجام گرفت، اثر سن بر خواص لمسي پوست مورد بررسی قرار گرفت. محققان برای این منظور، پوست را به صورت ماده‌ی چهارلایه‌ی هایپرالاستیک مدل کرده و اثر کشیده شدن پوست روی یک سطح صلب را با استفاده از نرم افزار آباکوس مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. فلین و همکاران^[۳۱] توانایی تابع از اگدن^۸ با ویسکوالاستیسیته و تنش اولیه‌ی ناهمسانگرد در مدل سازی رفتار پوست انسان را مورد مطالعه قرار دادند. مقایسه‌ی رفتار پوست انسان و موش در قالب یک مدل هایپرالاستیک ناهمسانگرد توسط گراوس و همکاران^[۳۲] ارائه شد. در مطالعه‌ی پامپلونا و همکاران^[۳۳] بافت پوست بدون در نظر گرفتن رشد، انسپاٹ یافت.

همچنین، مشتق جزئی ناوردهای اصلی ($A = 1, 2, 3$) I_A و دترمینان ژاکوبین $J = \sqrt{\det C}$ عبارت خواهد بود از^[۲۸]:

$$I_{\mathfrak{r}} = \text{tr} \mathbf{C}, \quad I_{\mathfrak{r}} = \frac{1}{\mathfrak{r}} \left\{ (\text{tr} \mathbf{C})^{\mathfrak{r}} - \text{tr} \mathbf{C} \right\},$$

$$I_{\mathfrak{r}} = J^{\mathfrak{r}} = \det \mathbf{C}. \quad (9)$$

- که در آن **I** تانسور همانی در فضای سه بعدی است. به علاوه، تانسور کرنش گرین - **E** و مؤلفه های غیر صفر آن به شکل زیر قابل محاسبه هستند:

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{r}(C_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}), \quad E_{rr} = \frac{1}{r}\left(\lambda_r^r - 1\right) \quad (10)$$

که در آن اندیس‌های α و β فقط مقایر ۱ و ۲ را به خود می‌گیرند. همچنین $\delta_{\alpha\beta}$ نیز بیان‌کردهای دلتای کرونتک^{۱۱} در فضای دو بعدی هستند.

۳. فرمول بندی رشد پوست تحت پارگذاری مکانیکی

در این قسمت، ابتدا مبانی فرمول بندهی رشد تحت اعمال بارمکانیکی شرح داده می‌شود و سپس شکل خاص آن برای مسئله‌ی رشد غشای مورد استفاده قرار می‌گیرد. اساس نظریه‌ی رشد در فضای سه‌بعدی، تجزیه‌ی ضربی^{۲۲} کردنیان تغییرشکل است که چنین بیان می‌شود:^[۳۰ و ۲۹]

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^g \quad (11)$$

که در آن تانسور گرادیان تغییرشکل به یک بخش الاستیک برگشت پذیر F و به یک بخش رشد برگشت ناپذیر G تجزیه شده است. اگر $dV = dV_0 + dV_{\text{ولیه}} + dV_{\text{حجم}}$ بعد از تغییرشکل یک المان کوچک باشند، آنگاه راکوبین کلی تغییرشکل از رابطه‌ی $12 \text{ به دست می‌آید:}$

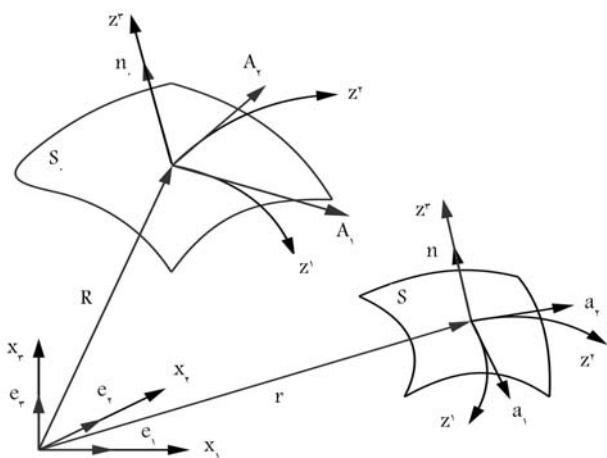
$$J = \frac{dV}{dV_\circ} = \det(\mathbf{F}) = \det(\mathbf{F}^e \mathbf{F}^g) = J^e J^g \quad (12)$$

که به نوبه خود به قسمت نسبت حجم برگشت پذیر $J^e = \det(\mathbf{F}^e)$ و نسبت حجم برگشت ناپذیر $J^g = \det(\mathbf{F}^g)$ تجزیه می شود. حال فرض می شود که \mathbf{n} بردار یکده عمود بر صفحه \mathbf{y} بوست قبل از تغییرشکل باشد. معمولاً فرض می شود که پاسخ بوست در راستای ضخامت \mathbf{n} کاملاً استیک است. براین اساس، می توان تانسور رشد \mathbf{F}^g را به شکل زیر با نامش ماتریسی، 3×3 در نظر گرفت: [۲]

$$\mathbf{F}^g = \sqrt{\vartheta^g} (\mathbf{A}_\downarrow \otimes \mathbf{A}_\downarrow + \mathbf{A}_\uparrow \otimes \mathbf{A}_\uparrow) + \mathbf{n}_\circ \otimes \mathbf{n}_\circ \quad (13)$$

حال با توجه به رابطه‌ی $J^g = \det(\mathbf{F}^g) = (\sqrt{\vartheta^g})^2$, تساوی $J^g = \vartheta^g$ برقرار خواهد بود. بر اساس رابطه‌ی فوق، مدل سازی رشد پوست ناشی از بارگذاری مکانیکی، توسط تعیین متغیر اسکالر ϑ^g امکان پذیر خواهد بود که رشد سطحی پوست را توصیف می‌کند. مقدار کشیدگی سطحی α^g ، یعنی نسبت سطح تغییرشکل یافته به سطح اولیه، توسط فرمول ننسون $\alpha^g = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{J^g}{\vartheta^g} \right)$ و نیز با کمک گرفتن از روابط $J^g = \det(\mathbf{F}^g) = (\sqrt{\vartheta^g})^2$ و $\vartheta^g = \lambda^g + 1$ محاسبه است:

$$\begin{aligned}\vartheta &= \frac{dA}{dA_\circ} = \left\| J(\mathbf{F}^e)^{-T} (\mathbf{F}^g)^{-T} \mathbf{n}_\circ \right\| \\ &= \left\| J^e (\mathbf{F}^e)^{-T} \mathbf{n}_\circ \right\| \vartheta^g = \vartheta^e \vartheta^g\end{aligned}\quad (\text{14})$$



شکل ۱. هندسه‌ی غشا و دستگاه‌های مختصات مختلف.

در این روابط R و r بردارهای مکان به ترتیب در پیکربندی مرجع و پیکربندی کوئنی است. همچنین n و b بردارهای عمود بر غشا در فضای پیش و پس از تغییرشکل هستند که چنین محاسبه می‌شوند:

$$\mathbf{n}_\circ = \frac{\mathbf{A}_\circ \times \mathbf{A}_\tau}{\|\mathbf{A}_\circ \times \mathbf{A}_\tau\|}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{a}_\circ \times \mathbf{a}_\tau}{\|\mathbf{a}_\circ \times \mathbf{a}_\tau\|}, \quad (3)$$

بردارهای پایه‌ی هموردا^{۱۶} روی صفحه‌ی میانی به ترتیب در پیکربندی A_i و a_i اولیه و کنونی بوده و از روابط^۴ قابل محاسبه‌اند:

$$\mathbf{A}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial z^\alpha} = \frac{\partial R_i}{\partial z^\alpha} \mathbf{e}_i \quad (i = 1, 2, 3, \quad \alpha = 1, 2)$$

$$\mathbf{a}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z^\alpha} = \frac{\partial r_i}{\partial z^\alpha} \mathbf{e}_i \quad (i = 1, 2, 3, \alpha = 1, 2) \quad (4)$$

در نهایت، کشیدگی^{۱۷} در راستای ضخامت λ_2 و نیز بردار جابه‌جایی u تعریف می‌شوند:

$$\lambda_r = \frac{h}{h_*}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{R} \quad (\delta)$$

^{۱۸} تانسور گرادیان تغییرشکل روی صفحه میانی از رابطه ۶ به دست می‌آید:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda + u_{1,1} & u_{1,r} & \lambda_r n_1 \\ u_{r,1} & \lambda + u_{r,r} & \lambda_r n_r \\ u_{r,1} & u_{r,r} & \lambda_r n_r \end{bmatrix}, \quad (8)$$

نمایش ماتریسی تانسور راست کوشی - گرین در فضای سه بعدی و با در نظر گرفتن تغییر ضخامت غشای به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \circ \\ C_{12} & C_{22} & \circ \\ \circ & \circ & C_{33} \end{bmatrix}, \quad C_{22} = \lambda_2. \quad (\forall)$$

به طور کلی، هر تانسور مثبت معین متران C دارای سه مقدار ویژه مثبت λ_A^1 و سه ناوردا^{۱۹} ای اصلی ($A = 1, 2, 3$) I_A است. سه ناواردای اصلی T حضنی بع. رف. م. شیوند^[۲۸]:

$$I_{\mathfrak{v}} = \text{tr} \mathbf{C}, \quad I_{\mathfrak{r}} = \frac{1}{\mathfrak{r}} \left\{ (\text{tr} \mathbf{C})^{\mathfrak{r}} - \text{tr} \mathbf{C} \right\}, \\ I_{\mathfrak{r}} = J^{\mathfrak{r}} = \det \mathbf{C}. \quad (\text{A})$$

در این صورت مقدار تنش دوم پولا - کرشف ϑ^g از رابطه‌ی ۲۲ به دست خواهد آمد [۲]:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}_e} : \frac{\partial \mathbf{C}_e}{\partial \mathbf{C}} = (\mathbf{F}^g)^{-1} \mathbf{S}^e (\mathbf{F}^g)^{-T} \quad (22)$$

که در آن: نماد استاندارد ضرب داخلی دوگانه ϑ^e است.تابع انرژی کرنشی شوهکین تراکم پذیر در مقاله‌ی حاضر مطابق رابطه‌ی ۲۳ در نظر گرفته می‌شود [۲۴]:

$$\Psi = \frac{\mu}{2} \left(J^e^{-1/2} \mathbf{C}^e : \mathbf{I} - 1 \right) + \frac{1}{D_1} (J^e - 1) \quad (23)$$

که در آن، μ مدول برشی بوده و رابطه‌ی $D_1 = E/6(1 - 2\nu)$ برقرار است. بدیهی است که E و ν نیز به ترتیب مدول یانگ ϑ^e و نسبت پواسون ϑ^e هستند. در این حالت تانسور تنش دوم پولا - کرشف ناشی از تغییرشکل الاستیک غشای صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^e = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}^e} &= \mu J^e^{-1/2} \mathbf{I} \\ &+ \left[\frac{-\mu}{3} J^e^{-1/2} I_1^e + \frac{2}{D_1} J^e (J^e - 1) \right] \mathbf{C}^{e-1} \end{aligned} \quad (24)$$

با مشتق‌گیری از تانسور تنش \mathbf{S}^e نسبت به تانسور تغییرشکل راست کوشی - گرین الاستیک \mathbf{C}^e ، عبارت مریبوط به تانسور مرتبه‌ی چهار الاستیک \mathbb{C}^e چنین به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \mathbb{C}^e = 2 \frac{\partial \mathbf{S}^e}{\partial \mathbf{C}^e} &= -\frac{2}{3} \mu J^e^{-1/2} \left(\mathbf{I} \otimes \mathbf{C}^{e-1} + \mathbf{C}^{e-1} \otimes \mathbf{I} \right) \\ &+ \left[\frac{2}{9} \mu J^e^{-1/2} I_1^e + \frac{2}{D_1} J^e (2J^e - 1) \right] \\ &\times (\mathbf{C}^{e-1} \otimes \mathbf{C}^{e-1}) + (\mathbf{C}^{e-1} \odot \mathbf{C}^{e-1}) \times \\ &\left[\frac{\mu}{3} J^e^{-1/2} I_1^e - \frac{2}{D_1} J^e (J^e - 1) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

در رابطه‌ی ۲۵ عبارت $\mathbb{C}^e \odot \mathbb{C}^{e-1}$ مشاهده می‌شود که نیازمند توضیح بیشتر در خصوص ضرب تانسوری \odot است. در این راستا، اگر $\tilde{\mathbf{A}}$ و $\tilde{\mathbf{B}}$ دو تانسور مرتبه‌ی دوم باشند، ضرب تانسوری $\tilde{\mathbf{A}} \odot \tilde{\mathbf{B}}$ به صورت رابطه‌ی ۲۶ تعریف می‌شود:

$$(\tilde{\mathbf{A}} \odot \tilde{\mathbf{B}})_{ijkl} = \tilde{A}_{ik} \tilde{B}_{jl} + \tilde{A}_{il} \tilde{B}_{jk} \quad (26)$$

که در آن \tilde{A}_{ik} و \tilde{B}_{jl} بیان‌گر مؤلفه‌های دو تانسور $\tilde{\mathbf{A}}$ و $\tilde{\mathbf{B}}$ هستند. همچنین، تانسور تنش پولا - کرشف دوم کل از انتقال تنش \mathbf{S} روی جسم تغییرشکل نیافته از رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آید. لذا تانسور مرتبه چهار کل به شکل تقریبی زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\mathbb{C} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}} \approx (\mathbf{F}^g)^{-1} \mathbb{C}^e (\mathbf{F}^g)^{-T} \quad (27)$$

توجه شود که تانسور مرتبه چهار \mathbb{C} به \mathbf{F}^{g-1} و لذا به متغیر رشد ϑ^g وابسته است که باید از حل معادله‌ی تکاملی ۱۸ تعیین شود. در ادامه، به منظور محاسبه از روش تقاضلات متناهی [۲۳] برای متغیر زمان استفاده می‌شود. براین اساس، اگر ϑ_n^g بیان‌گر مقدار ϑ^g در دو زمان t_n و $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ باشند، آنگاه مقدار ϑ_{n+1}^g در زمان t_{n+1} بر اساس مشتق‌گیری پسروی اویلر [۲۴] به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\dot{\vartheta}_{n+1}^g = (\vartheta_{n+1}^g - \vartheta_n^g) / \Delta t \quad (28)$$

که در آن $\| \cdot \|$ نماد اندازه و همچنین dA و dA اندازه‌ی مساحت یک المان سطحی کوچک به ترتیب در قبل و بعد از تغییر شکل هستند. همچنین ϑ^e قسمت الاستیک تغییر سطح است. فرمول فوق نشان می‌دهد که کشیدگی سطحی نیز از تجزیه ضربی پیروی کرده و به دو بخش کشیدگی سطحی الاستیک برگشت‌پذیر ϑ^e و کشیدگی سطح رشد یافته برگشت‌نایدیر ϑ^g قابل تجزیه خواهد بود.

نکته‌ی دیگری که باید بدان توجه داشت آن است که پدیده‌ی رشد با افزایش جرم همراه خواهد بود. اگر dM جرم اولیه‌ی یک المان دیفرانسیلی با حجم V و چگالی ρ باشد، جرم آن در زمان t برابر با dm خواهد شد. رابطه‌ی بین dM و dm عبارت است از:

$$dm = dM + \int_0^t \int_{V_t} r_s^g dt dV. \quad (15)$$

که در آن پارامتر اسکالار r_s^g بیان‌گر نرخ نفوذ جرم بر واحد حجم اولیه به جسم در حال رشد است که از رابطه‌ی ۱۶ به دست می‌آید:

$$r_s^g = \rho, \det(\mathbf{F}^g) \text{tr}(\mathbf{L}^g), \quad \mathbf{L}^g = \dot{\mathbf{F}}^g (\mathbf{F}^g)^{-1} \quad (16)$$

با توجه به رابطه‌ی ۱۳، تنسور گرادیان سرعت رشد از رابطه‌ی ۱۷ قابل محاسبه خواهد بود:

$$\mathbf{L}^g = \frac{\dot{\vartheta}^g}{\sqrt{\vartheta^g}} (\mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{A}_2) \quad (17)$$

لذا با مشخص شدن ϑ^g در روابط بعدی، مقدار r_s^g از رابطه‌ی ۱۶ قابل محاسبه خواهد بود که از آن مقدار dm به دست می‌آید. در علم مکانیک رشد، معمولاً رشد به صورت فرایندی در نظر گرفته می‌شود که بر اساس اعمال کرنش یا اعمال تنش قابل فرمول‌بندی است. در فرمول‌بندی بر اساس اعمال کرنش، معادله‌ی نرخ تغییرات رشد سطحی که به آن معادله‌ی تکاملی [۲۵] اطلاق می‌شود به صورت زیر است:

$$\dot{\vartheta}^g = k^g (\vartheta^g) \phi^g (\vartheta^e) \quad (18)$$

و در آن k^g تابع وزن [۲۶] و ϕ^g تابع معیار رشد [۲۷] مشابه تابع تسلیم در نظریه‌ی پلاستیسیته است. برای تابع وزن، معمولاً رابطه‌ی ۱۹ پیشنهاد می‌شود که مقدار رشد بیشینه را کنترل می‌کند [۲۰]:

$$k^g = \frac{1}{\tau} \left(\frac{\vartheta^{\max} - \vartheta^g}{\vartheta^{\max} - 1} \right)^\gamma \quad (19)$$

در رابطه‌ی ۱۹، سرعت انطباق τ و پارامتر شکل برای منحنی انطباق γ ، سرعت سازگاری و مطابقت را کنترل می‌کنند. همچنین رشد سطحی بیشینه ϑ^{\max} حالت تعادل زیست‌شناختی را تعریف می‌کند. برای معیار رشد، فرض می‌شود که رشد توسط کشیدگی سطحی الاستیک ϑ^e تحریک شود:

$$\phi^g = \max\{\circ, \vartheta^e - \vartheta^{\text{crit}}\} \quad (20)$$

ϑ^{crit} مقداری از کشیدگی سطحی است که به ازای آن فرایند رشد آغاز می‌شود. در گام بعد، تابع چگالی انرژی کرنشی چنین در نظر گرفته می‌شود [۲۵]:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}, \mathbf{F}^g) \quad (21)$$

در ادامه، صفحه‌ی میانی پیش از تغییرشکل S^e به صورت $S^e \approx U_{e=1}^m S^e$ در ادامه، صفحه‌ی میانی پیش از تغییرشکل S^e به صورت $S^e \approx U_{e=1}^m S^e$ در ادامه اندیس $n+1$ است. در ادامه اندیس $n+1$ جهت سادگی روابط حذف می‌شود. با جایگزینی معادله‌ی $\Delta t = 2\theta^g$ در رابطه‌ی $\Delta t = 2\theta^g$ ، معادله‌ی جبری غیرخطی $\theta^g - \theta_n^g - k^g \phi^g \Delta t = 0$ به دست می‌آید که توسط روش تکراری θ^g نیوتن قابل حل است. بر این اساس، ابتدا مقدار باقی‌مانده θ^g به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$R_\theta = \theta^g - \theta_n^g - k^g \phi^g \Delta t \quad (29)$$

که باید در نهایت به سمت صفر میل کند. با مشتق‌گیری از باقی‌مانده نسبت به θ^g شیب منحنی R_θ نسبت به θ^g به صورت رابطه‌ی θ^g قابل بیان است:

$$K_\theta = \frac{\partial R_\theta}{\partial \theta^g} = 1 - \left(\frac{\partial k^g}{\partial \theta^g} \phi^g + \frac{\partial \phi^g}{\partial \theta^g} k^g \right) \Delta t \quad (30)$$

در نتیجه در هر نمو از روش نیوتن، مقدار پارامتر رشد θ^g چنین به روز θ^g می‌شود:

$$(\theta^g)_{new} = \theta^g + \Delta \theta^g = \theta^g - R_\theta / K_\theta \quad (31)$$

این فرایند تا آنجا که مقدار $R_\theta / K_\theta = -R_\theta / K_\theta$ به سمت صفر میل کند تکرار خواهد شد و بدین ترتیب مقدار θ^g محاسبه خواهد شد.

$$\mathbf{R} = \sum_{I=1}^{n_e} N_I \mathbf{R}_I, \quad \mathbf{u} = \sum_{I=1}^{n_e} N_I \mathbf{u}_I, \quad (37)$$

که N_I توان درون‌یابی، \mathbf{u}_I بردار جابه‌جایی در گره I و n_e تعداد گره در المان است. همچنین، مؤلفه‌های تansور کرنش مجازی $\delta \mathbf{E}$ چنین به دست می‌آید:

$$\delta E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (F_{i\alpha} \delta F_{i\beta} + F_{i\beta} \delta F_{i\alpha}) \quad (38)$$

در نتیجه، با توجه به رابطه‌ی $\delta F_{i\alpha} = \delta u_i, \alpha$ ، تقریب المان محدود نمایش برداری کرنش مجازی $\delta \tilde{\mathbf{E}}$ به صورت رابطه‌ی $\delta \tilde{\mathbf{E}} = \delta \mathbf{E}$ نوشته می‌شود:

$$\delta \tilde{\mathbf{E}} = \sum_{I=1}^{n_e} \mathbf{B}_I \delta \mathbf{u}_I, \quad (39)$$

که در آن ماتریس کرنش - جابه‌جایی \mathbf{B}_I به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{B}_I = \begin{bmatrix} N_{I,1} F_{11} & N_{I,1} F_{21} \\ N_{I,2} F_{12} & N_{I,2} F_{22} \\ N_{I,1} F_{12} + N_{I,2} F_{11} & N_{I,1} F_{22} + N_{I,2} F_{21} \end{bmatrix}. \quad (40)$$

در نتیجه با مقادیر به دست آمده می‌توان انرژی درونی δU^{int} را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\delta U^{int} = \mathbf{A}_{e=1}^m \sum_{I=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_I^T \mathbf{f}_I^{int} = \mathbf{A}_{e=1}^m \delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{f}_e^{int}$$

with $\mathbf{f}_I^{int} = h_e \int_{A_e^e} \mathbf{B}_I^T \tilde{\mathbf{S}} dA_e$, (41)

که در آن \mathbf{f}_I^{int} بردار نیروی داخلی در گره شماره‌ی I و $\mathbf{A}_{e=1}^m$ عملگری δU^{int} است که اثر تمام المان‌ها را لحاظ می‌کند. همچنین $\delta \mathbf{u}_e$ بردار جابه‌جایی مجازی تمام گره‌های المان است. به طور مشابه، فرم گستته‌ی کار مجازی نیروهای خارجی را نیز می‌توان چنین نوشت:

$$\delta W^{ext} = \mathbf{A}_{e=1}^m \sum_{I=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_I^T \mathbf{f}_I^{ext} = \mathbf{A}_{e=1}^m \delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{f}_e^{ext}, \quad (42)$$

در رابطه‌ی δW^{ext} بردار نیروی خارجی است که برای هر گره از المان چنین تعریف می‌شود:

$$\mathbf{f}_I^{ext} = \int_{A_e^e} N_I \tilde{\mathbf{b}} dA_e + \oint_{\Gamma_e^e} N_I \tilde{\mathbf{t}} d\Gamma_e, \quad (43)$$

در نهایت اصل کار مجازی را می‌توان به شکل گستته‌ی زیر بازنویسی کرد:

$$\delta U^{int} - \delta W^{ext} = \delta \mathbf{U}^T R^* = \delta \mathbf{U}^T (\mathbf{f}_e^{int} - \mathbf{f}_e^{ext})$$

$$= \mathbf{A}_{e=1}^m \delta \mathbf{u}_e^T (\mathbf{f}_e^{int} - \mathbf{f}_e^{ext}) = 0, \quad (44)$$

۴. فرمول بندی المان محدود غیرخطی

به منظور حل عددی معادلات حاکم، یک فرمول بندی المان محدود غیرخطی لگاریتمی کامل θ^g برای تغییرشکل‌های بزرگ غشاها هایپرالاستیک ارائه می‌شود. مهم‌ترین ابزار برای ارائه این فرمول بندی، اصل کار مجازی است به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta U^{int} = \delta W^{ext}, \quad (32)$$

که در آن δU^{int} انرژی درونی مجازی و δW^{ext} کار مجازی حاصل از نیروهای خارجی است. برای یک غشا نازک، این مقادیر را می‌توان چنین نوشت:

$$\delta U^{int} = h_e \int_{A_e^e} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dA_e, \quad (33)$$

$$\delta W^{ext} = \int_{A_e^e} \tilde{\mathbf{b}} \cdot \delta \mathbf{u} dA_e + \oint_{\Gamma_e^e} \tilde{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} d\Gamma_e, \quad (34)$$

که در آن $\tilde{\mathbf{b}}$ نیرو بر واحد سطح میانی غشا و $\tilde{\mathbf{t}}$ نیرو بر واحد طول منحنی محیطی سطح میانی آن است. همچنین، A_e^e و Γ_e^e به ترتیب مساحت و منحنی مرزی در صفحه‌ی میانی پیش از تغییرشکل هستند. برای به دست آوردن فرمول بندی المان محدود با نمایش ماتریسی، به نمایش برداری کرنش مجازی $\delta \tilde{\mathbf{E}}$ و تansور کرنش دوم پیولا - کرشف \mathbf{S} نیاز است. بیان برداری این دو کمیت برای مدل غشا که یک هندسه‌ی دوبعدی دارای انتنا در فضاست مطابق رابطه‌ی $\delta \tilde{\mathbf{E}} = \{ \delta E_{11}, \delta E_{22}, \delta E_{12} \}^T$ ۳۵ انجام خواهد شد:

$$\delta \tilde{\mathbf{E}} = \{ \delta E_{11}, \delta E_{22}, \delta E_{12} \}^T,$$

$$\tilde{\mathbf{S}} = \{ S_{11}, S_{22}, S_{12} \}^T \quad (35)$$

بر این اساس، انرژی درونی مجازی غشا به صورت رابطه‌ی $\delta U^{int} = \delta \tilde{\mathbf{E}}^T \tilde{\mathbf{S}}$ قابل نمایش خواهد بود:

$$\delta U^{int} = h_e \int_{A_e^e} \delta \tilde{\mathbf{E}}^T \tilde{\mathbf{S}} dA_e. \quad (36)$$

محدود غیرخطی، ابتدا معادلات غیرخطی و پیچیده‌ی حاکم بر سیستم - که توسط رابطه‌ی ۴۵ بیان شده است - به دست می‌آید. سپس این معادلات توسط روش معروف نیوتون - رفسون خطی سازی می‌شود. کل فرایند خطی سازی در رابطه‌ی ۴۶ مشاهده می‌شود که منجر به پیدا شدن ماتریس سختی در رابطه‌ی ۴۷ شده است. در نهایت، این روش به معادله‌ی ساده‌ی خطی ۵۰ می‌رسد که با روش‌های سیار متنوعی مانند روش ژاکوبی، روش حدزی گاووس، روش تجزیه‌ی چولسکی^{۴۴} و روش گرادیان‌های مزدوج^{۴۵} قابل حل است. شایان ذکر است که برای ماتریس مقارن \mathbf{K} ، نرم‌افزار متلب از روش تجزیه‌ی چولسکی استفاده می‌کند. پس از یافتن بردار نمو جابه‌جایی، جابه‌جایی کل گره‌ها توسط رابطه‌ی $\mathbf{U} + \Delta \mathbf{U} \leftarrow \mathbf{U}$ به روز می‌شود.

۵. مثال عددی

در این بخش، به منظور انتخاب سیستمی و نیز بررسی عملکرد فرمول‌بندی ارائه شده در بخش‌های قبل، از آن‌جا که نرم‌افزارهای تجاری قابلیت مدل‌سازی پدیده‌ی رشد را ندارند، ابتدا یک کد المان محدود غیرخطی در محیط نرم‌افزار متلب نوشته شده است. به عبارت دیگر، از هیچ نرم‌افزار تجاری برای تولید هندسه، مشن‌بندی یا حل معادلات جبری استفاده نشده است. درکلیه‌ی شیوه‌سازی‌ها از المان‌های چهارضلعی چهارگرهی با سه درجه آزادی $\{u_1, u_2, u_3\}$ در هر گره برای گسته‌سازی هندسه استفاده می‌شود. توجه شود که فرمول‌بندی المان محدود ارائه شده در بخش قبل به ازای المان با هر تعداد گره قابل استفاده است. همچنین از قاعده‌ی انتگرال‌گیری گاووسی ۲ × ۲ برای محاسبه‌ی انتگرال‌ها استفاده می‌شود.

۱.۵. رشد پوست به صورت هندسه‌ی تحت

در این بخش یک مثال عددی ارائه می‌شود که شامل بررسی رشد پوست به صورت صفحه‌ی تحت با سه مقطع مربعی، دایره‌ی و مستطیلی است. مشابه کار محققین قبلی^[۳]، قسمتی از پوست با سه نوع سطح مقطع مربعی، دایره‌ی و مستطیلی در نظر گرفته می‌شود. ضخامت پوست در همه‌ی موارد برابر ۲ میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود. برای سطح مقطع دایروی و مربعی مقدار مساحت اوپله‌ی برابر با ۳۷ سانتی‌متر مربع است. همچنین مرزهای پوست بدون حرکت در نظر گرفته می‌شوند (مشابه شکل‌های داخلی ۲ الف و ۲ ب). در شیوه‌سازی‌های انجام شده در این تحقیق، از مدل شوهوکین تراکم‌پذیر که در رابطه‌ی ۲۳ ارائه شد استفاده می‌شود. مطابق مطالعات قبلی^[۲]، مقادیر مدول برشی $= ۰/۰ ۳۸۵ \mu$ مگاپاسکال و نسبت پواسون $= ۰/۴۶ = \nu$ در نظر گرفته می‌شوند. سرعت انتظامی و پارامتر شکل برای منحنی انتظامی به ترتیب $\tau = ۱$ و $\gamma = ۲$ فرض می‌شود. همچنین، مقدار رشد سطحی بحرانی و بیشینه نیز به ترتیب به صورت $1/۰ ۱ = ۰/۰ ۲$ و $۰/۰ ۴ = ۰/۰ ۷$ لحظه می‌شود.

شایان ذکر است که کاربرد عملی این مثال در جراحی ترمیمی پوست است که هدف آن ترمیم ناهنجاری‌های پوستی است. مواردی مانند خال‌های گوشتشی مادرزادی، ناحیه‌ی آسیب‌دیده توسط سرطان پستان یا ناحیه‌ی تخریب شده توسط سوختگی از مهم‌ترین مثال‌های ناهنجاری پوستی به شمار می‌رود. به لحاظ عملی، پوست در ناحیه‌ی دارای ناهنجاری برش خورده و یک انساطوده‌ی سیلیکونی معمولاً با سطح مقطع مربعی، دایره‌ی یا مستطیلی در زیر آن قرار داده می‌شود. سپس، با تزریق آب نمک دارای فشار به داخل انساطوده‌ی، پوست نیز تحت فشار قرار می‌گیرد و اصطلاحاً دچار فرآکشش می‌شود. در واقع همین فشار مکانیکی که

که در آن \mathbf{U}^* بردار جابه‌جایی مجازی کل شده بوده و \mathbf{R}^* بردار باقی‌مانده‌ی کل شده است که می‌توان آن را به صورت رابطه‌ی ۴۵ نوشت:

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{A}_{e=1}^m \mathbf{R}_e^* = \mathbf{A}_{e=1}^m (\mathbf{f}_e^{\text{int}} - \mathbf{f}_e^{\text{ext}}) = 0, \quad (45)$$

که در آن \mathbf{R}_e^* نیز بردار باقی‌مانده‌ی المان است. رابطه‌ی ۴۵ یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی برحسب جابه‌جایی‌های گرهی است که با استفاده از روش نیوتون - رفسون قابل حل است. برای این منظور باید فرم خطی سازی شده‌ی اصل کار مجازی را محاسبه کرد. در این راستا، نمو^{۴۶} انرژی درونی مجازی چنین بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta \delta U^{\text{int}} &= \mathbf{A}_{e=1}^m h_e \int_{A_e^e} [(\delta \vec{\mathbf{E}}^T \Delta \vec{\mathbf{S}} + \Delta \delta \vec{\mathbf{E}}^T \vec{\mathbf{S}}) dA_e^e] \\ &= \mathbf{A}_{e=1}^m \sum_{I=1}^{n_e} \sum_{J=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_I^T \mathbf{K}_{IJ} \Delta \mathbf{u}_J \\ &= \mathbf{A}_{e=1}^m \delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{u}_e, \end{aligned} \quad (46)$$

در رابطه‌ی ۴۶ \mathbf{K}_{IJ} بلوك شماره‌ی IJ از ماتریس سفتی المان \mathbf{K}_e است که چنین تعریف می‌شود:

$$\mathbf{K}_{IJ} = h_e \int_{A_e^e} (\mathbf{B}_I^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{B}_J + \mathbf{G}_{IJ}) dA_e^e. \quad (47)$$

در رابطه‌ی ۴۷، $\tilde{\mathbf{C}}$ ماتریس سفتی مادی است که در واقع نمایش ماتریسی تانسور مرتبه چهار \mathbb{C} است که در رابطه‌ی ۲۷ ارائه شد. به عبارت دیگر، با توجه به ترتیب مؤلفه‌های تنش و کرنش در معادله‌ی ۳۵، ماتریس $\tilde{\mathbf{C}}$ برحسب مؤلفه‌های تانسور نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_{1111} & \mathbb{C}_{1112} & \mathbb{C}_{1112} \\ \mathbb{C}_{2211} & \mathbb{C}_{2222} & \mathbb{C}_{2212} \\ \mathbb{C}_{1211} & \mathbb{C}_{1222} & \mathbb{C}_{1212} \end{bmatrix} \quad (48)$$

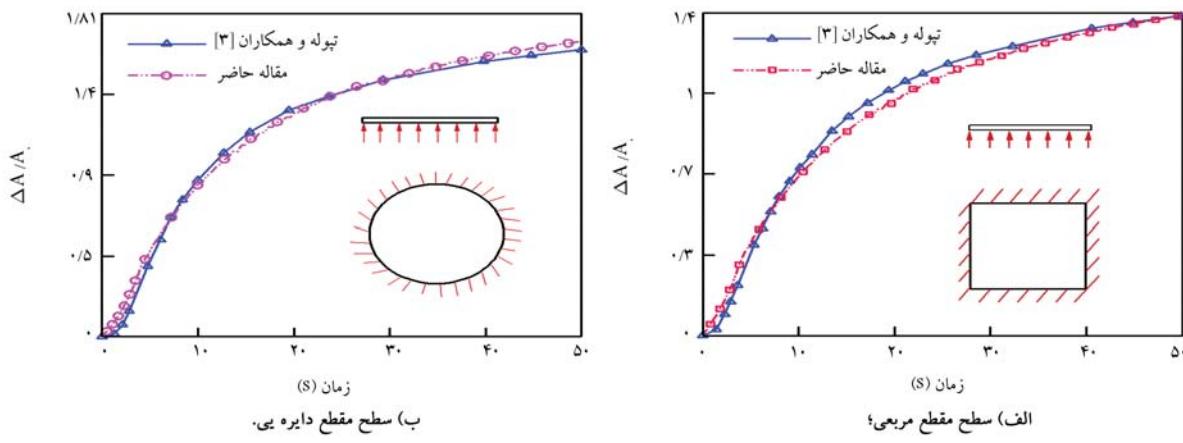
همچنین در رابطه‌ی ۴۸، بلوك ماتریسی \mathbf{G}_{IJ} بخش هندسی ماتریس سفتی است که چنین بیان می‌شود:

$$\mathbf{G}_{IJ} = \left(\begin{bmatrix} N_{I,1} & N_{I,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{J,1} \\ N_{J,2} \end{bmatrix} \right) \mathbf{I}. \quad (49)$$

یادآوری می‌شود که تانسور مرتبه چهار \mathbb{C} و لذا ماتریس $\tilde{\mathbf{C}}$ به متغیر رشد ϑ وابسته است. بنابراین قبل از محاسبه‌ی \mathbf{K}_{IJ} ، باید از الگوریتم تعیین ϑ که در روابط ۲۸ تا ۳۱ شرح داده شد، در هر نقطه‌ی گاووسی اجرا شود. پس از تعیین ϑ مقدار ماتریس $\tilde{\mathbf{C}}$ محاسبه شده و براساس آن بلوك \mathbf{K}_{IJ} قابل محاسبه خواهد بود. پس از محاسبه‌ی ماتریس سفتی و بردار باقی‌مانده‌ی هر المان (عنی \mathbf{K}_e و \mathbf{R}_e^*) و لحاظ کردن اثر تمام المان‌ها، دستگاه معادلات جبری خطی به دست می‌آید:

$$\mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{A}_{e=1}^m \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{u}_e = -\mathbf{R}^*, \quad (50)$$

که از آن بردار نمو جابه‌جایی تمام گره‌ها (عنی $\Delta \mathbf{U}$) حاصل می‌شود. به عبارت دیگر، در فرایند حل کافی است بلوك شماره‌ی IJ ام از ماتریس سختی المان توسط روابط ۲۷ و ۴۸ محاسبه شود. بر اساس آن، ماتریس سفتی المان محاسبه می‌شود. سپس با سرهم بندی^{۴۳} المان‌ها، رابطه‌ی ۴۹ به دست می‌آید که یک دستگاه معادلات جبری خطی است. یعنی در کل روش اجزای



شکل ۲. تغییرات $\Delta A/A_0$ بر حسب زمان برای سطح مقطع مربعی و دایره‌بی.

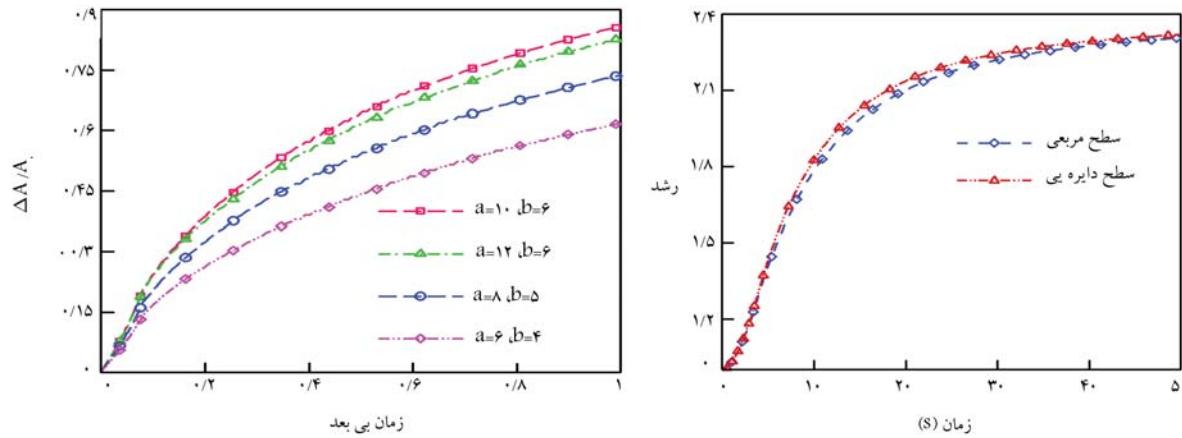
برای سطح مقطع دایره‌بی قابل مشاهده است، نتایج حاصل از این مدل‌سازی که فقط با ۲۵ المان در مدل یک‌چهارم به دست آمده است، با نتایج پیشین^[۲] مطابقت بسیار خوبی دارد. شایان ذکر است که در مدل‌سازی المان محدود ارائه شده توسط این محققین، از ۱۷۲۸ المان سه‌بعدی هشت‌گرهی (۲۵۰۰ گره) برای مدل‌سازی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. باید توجه داشت که در مطالعات پیشین^[۲] سه ریف المان ۸ گرهی در راستای ضخامت قرار داده شده است، در حالی که در تحقیق حاضر کل پوست با یک المان سطحی غشا مدل‌سازی می‌شود. این نکته نشان می‌دهد که فرمول‌بندی پیشین^[۲] است و حجم محاسبات بسیار کم‌تری می‌طلبد. نمودار کاراکتریز فرمول‌بندی پیشین^[۲] است و حجم مقطع‌های مربعی و دایره‌بی نشان داده شده است. بر اساس منحنی‌های به دست آمده، مقدار نهایی متغیر رشد در مدل‌سازی کنونی برای سطح مقطع مربعی $= 2/33 = 0.06$ و برای سطح مقطع دایره‌بی $= 3/34 = 0.09$ به دست می‌آید. این مقادیر بسیار نزدیک به مقادیر متناظر $= 2/35 = 0.06$ و $= 2/36 = 0.06$ گزارش شده در مطالعات محققین^[۲] است.

در گام بعد، رشد پوست در سطح مقطع مستطیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. طول و عرض مستطیل به ترتیب با a و b نشان داده شده و نسبت منظر به صورت a/b تعریف می‌شود. شکل ۳ ب منحنی تغییرات زمانی $\Delta A/A_0$ (افزایش مساحت به مساحت اولیه) به ازای مقادیر متفاوت a و b بر حسب سانتی‌متر را نمایش می‌دهد. آزمایش‌های بالینی با هندسه‌های مشابه توسط ون - رپد و همکاران^[۲۵] بر روی پوست بافت زنده (پوست خوک) انجام گرفته است. شایان ذکر است که خواص پوست خوک بسیار شبیه به پوست انسان است.^[۲۶] نتایج حاصل از شبیه‌سازی حاضر و آزمایش‌های بالینی در جدول ۱ ارائه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، سطح حاصل از مدل‌سازی مقاله‌ی حاضر مطابقت خوبی با آزمایش بالینی انجام شده دارد، به طوری که مقدار متوسط خطأ حدود ۴ درصد است. شایان ذکر است که در مرجع^[۲۵] تنها از یک تک فرمول ساده‌ی ریاضی چهت پیش‌بینی مقدار رشد استفاده شده بود. در مقاله‌ی کنونی، از نظریه‌ی مکانیک رشد در ترکیب با علم تغییرشکل‌های بزرگ استفاده شده است. لذا نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که نظریه‌ی مکانیک رشد قابلیت پیش‌بینی رشد پوست با دقت مناسب را دارد. در ادامه، توزیع متغیر رشد $\Delta A/A_0$ برای سطح مقطع مربعی در شکل ۴ نشان داده شده است. به صورت مشابه، پروفیل توزیع متغیر رشد $\Delta A/A_0$ برای سطح مقطع دایره‌بی در شکل ۵ الف و ۵ ب به ترتیب در زمان‌های ۴ و ۵۰ ثانیه به تصویر کشیده شده است. چنان‌که در شکل ۲ الف برای سطح مقطع مربعی و در شکل ۲ ب

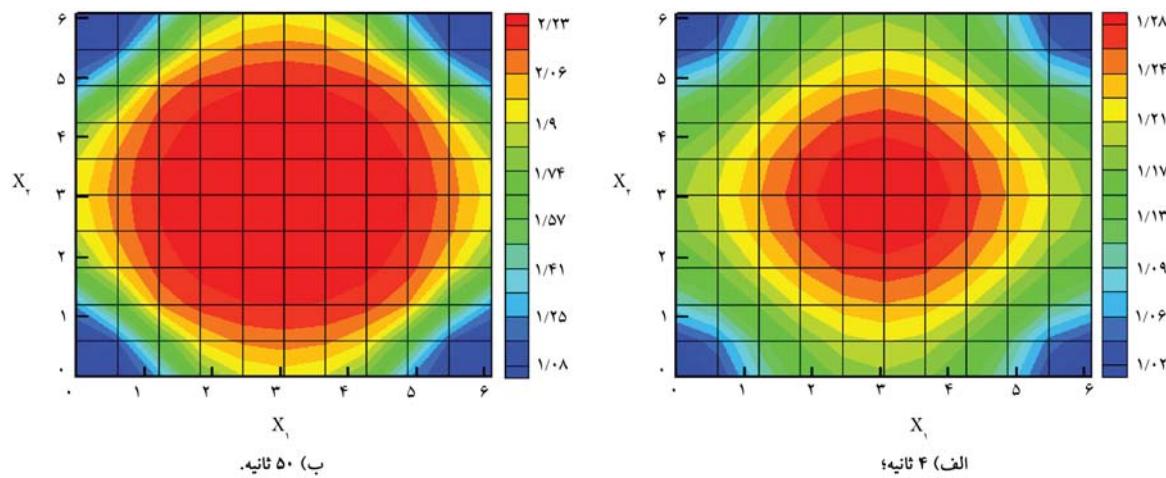
از طریق انبساط‌دهنده به پوست اعمال می‌شود، با گذشت زمان سبب رشد پوست با اعمال تنفس و کرنش مکانیکی می‌شود. در واقع بدنه موجود زنده، به منظور کاهش درد ناشی از کشیده شدن پوست به دلیل اعمال فشار، شروع به تولید پوست جدید می‌کند تا با بزرگ‌تر شدن سطح مقطع، مقدار تنفس و درد را کاهش دهد. به عبارت دیگر، اعمال فشار توسط انبساط‌دهنده بدنه موجود زنده را وادار به تولید پوست جدید می‌کند. پس از آن که رشد پوست به اندازه‌ی کافی صورت گرفت، توسط عمل جراحی، قسمت‌های نامطلوب پوست (مانند خال گوشتی) بریده و حذف شده و قسمت‌های جدید رشد یافته و بدون عیب، به هم دوخته می‌شود. لذا پوست آسیب دیده با پوست تازه‌ی بدون عیب جایگزین می‌شود. نکته‌ی اساسی استفاده از پوست رشد یافته آن است که ساختار آن دقیقاً از نوع پوست در ناحیه‌ی آسیب دیده است. لذا استفاده از این نوع عمل جراحی، به لحاظ کیفیت پوست، بهتر از جایگزینی پوست با پوست‌های برداشته شده از نواحی دیگر بدین است.

نکته‌ی دیگری که باید بدان اشاره شود آن است که انبساط‌دهنده بین درم و هایپودرم جاسازی می‌شود و در واقع اپیدرم و درم روی انبساط‌دهنده قرار می‌گیرند. اما در شبیه‌سازی این مقاله، پوست به صورت یک لایه مدل‌سازی می‌شود. مطالعات تجربی نشان می‌دهند که نقش اصلی را درم بر عهده دارد و میزان نقش اپیدرم در رفتار پوست در مقایسه با درم بسیار ناچیز است، زیرا که درم ضخامت و مدول بزرگ‌تری نسبت به اپیدرم دارد و اجزای مهم پوست شامل فولیکول‌های مو و رگ‌های خونی را در بر می‌گیرد.^[۲۶، ۲۷]

فرایند بارگذاری بدین گونه است که پوست در بازه زمانی $t < t_{max}^4 < t < t_{max}^5$ تحت فشار قرار می‌گیرد، به گونه‌ی که مقدار آن از صفر شروع شده و با افزایش به صورت خطی به مقدار بیشینه p_{max} می‌رسد. سپس فشار بیشینه‌ی فوق در بازه $t < t < t_{max}^4$ ثابت نگه داشته می‌شود تا به پوست اجازه‌ی رشد داده شود. برای پوست با سطح مقطع دایره‌بی و مربعی مقدار بیشینه فشار $0.002 \times 0.002 \times 0.002 = 0.000008$ مگاپاسکال است. برای سطح مقطع مستطیلی این مقدار $0.00112 \times 0.00112 \times 0.00112 = 0.0000014$ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. به دلیل تقارن، در هر سه سطح مقطع تنها یک‌چهارم غشا در شبیه‌سازی المان محدود در نظر گرفته می‌شود. آنالیز همگرازی نشان می‌دهد که در هر سه مورد یک مشبندی با $16 \times 4 \times 4 = 256$ المان برای دست یافتن به منحنی همگرا کافیات می‌کند. با این وجود، یک مشبندی با $5 \times 5 \times 5 = 125$ المان در نظر گرفته می‌شود که منحنی‌های هموارتری حاصل شود. در شکل ۲، منحنی تغییرات نسبت تغییر سطح به سطح اولیه (یعنی $\Delta A/A_0$) بر حسب زمان ترسیم شده است. چنان‌که در شکل ۲ الف برای سطح مقطع مربعی و در شکل ۲ ب



شکل ۳. نمودار بیشینه پارامتر رشد پوست بر حسب زمان برای سطح مقطع مربعی و دایره‌بی.


 شکل ۴. توزیع متغیر رشد ΔA در پوست با سطح مقطع مربعی در زمان.

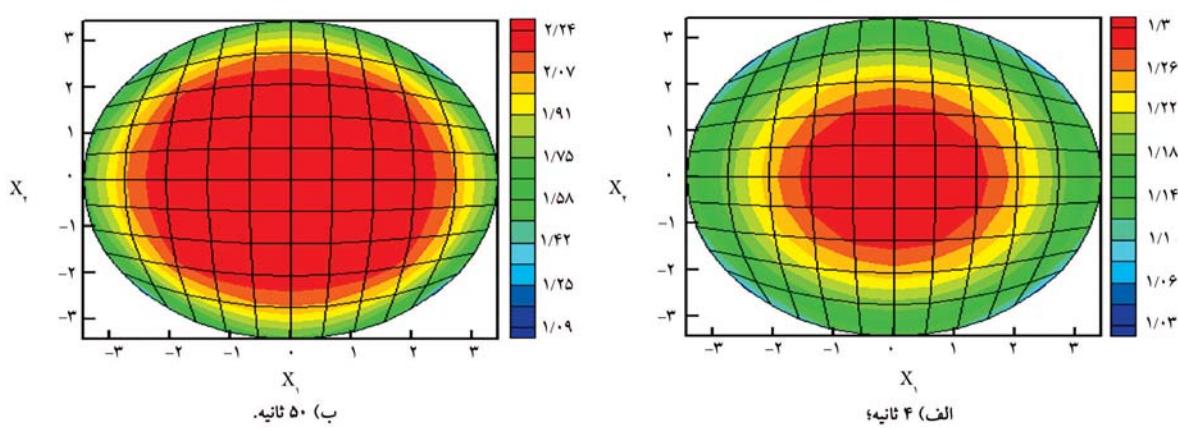
جدول ۱. مقایسه‌ی مقدار افزایش سطح ناشی از رشد پوست در نوشтар حاضر نسبت به مطالعه‌ی بالینی پیشین^[۲۵] برای پوست با سطح مقطع مستطیلی (ابعاد بر حسب سانتی‌متر بوده و مساحت بر حسب سانتی‌متر مربع است).

درصد خطا (%)	افزایش سطح مقاله حاضر	افزایش سطح مرجع ^[۲۵]	طول و عرض انبساط دهنده
۴/۴	۶۰/۱۲	۶۲/۹۰	$a = 12, b = 6$
۶/۷	۴۹/۸۷	۴۶/۵۵	$a = 10, b = 6$
۲/۷	۳۸/۹۶	۴۰/۰۴	$a = 8, b = 5$
۴/۹	۱۵/۴۳	۱۶/۲۴	$a = 6, b = 4$

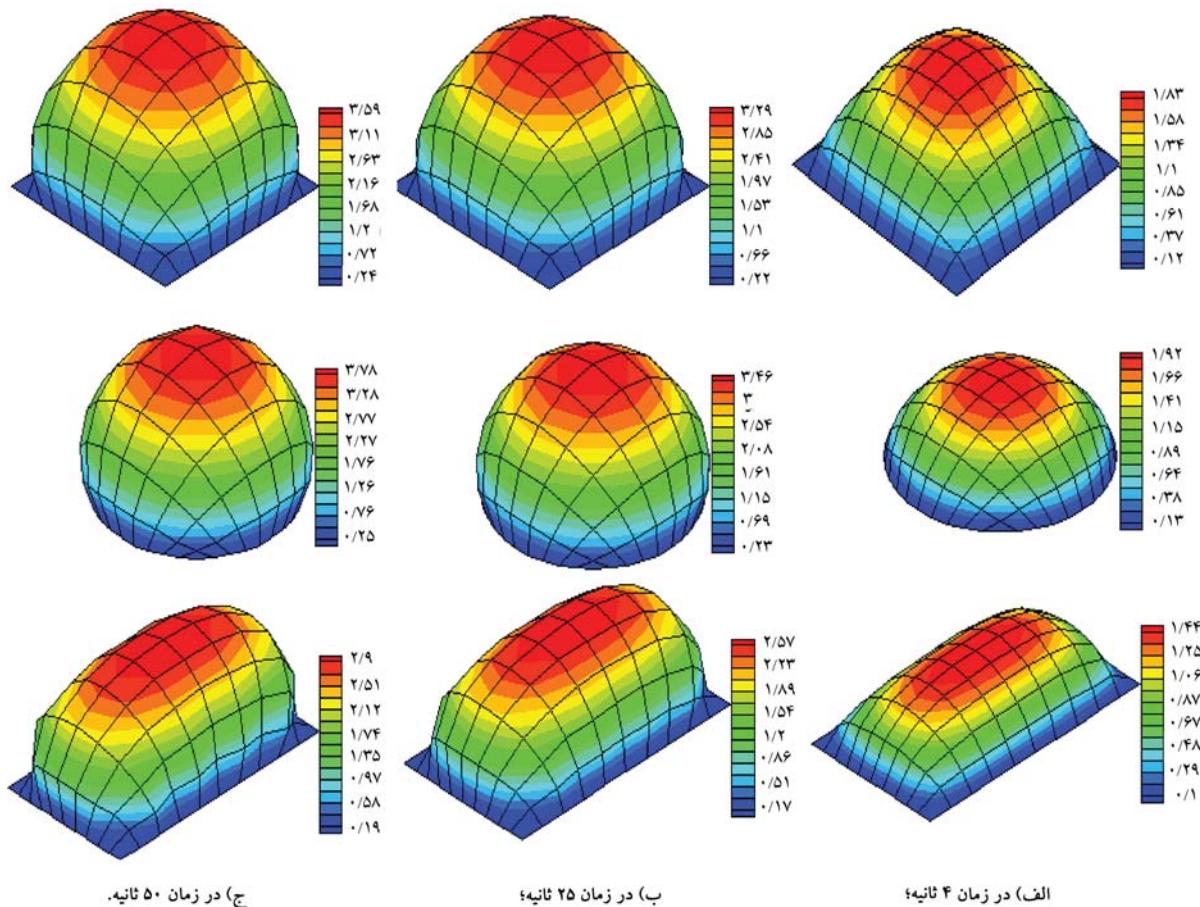
که سبب تغییر شکل بیشتر پوست در کنار افزایش مقدار ΔA می‌شود. همچنین توزیع نسبت جرم کنونی به جرم اولیه، یعنی dM/dm ، برای پوست با هندسه‌های مربعی، دایره‌بی و نیز مستطیلی با نسبت منظر $9/16$ و در زمان 50 ثانیه در شکل ۷ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نسبت جرم در قسمت‌های میانی این سه هندسه کمی بیشتر از 3 است. به عبارت دیگر، اگر جرم اولیه یک المان کوچک دیفرانسیلی در مرکز هندسه برابر dM باشد، در اثر رشد پوست و نفوذ جرم جدید به داخل آن، جرم جدید حدود $3dM$ خواهد شد. همچنین بیشترین افزایش جرم در پوست با سطح مقطع مربعی رخ می‌دهد که مقدار بیشینه dM/dm حدوداً $3/24$ است.

از شکل‌های 4 و 5 می‌توان دریافت که متغیر رشد ΔA که در زمان 4 ثانیه به مقدار حدود $1/3$ رسیده و تمرکز آن در بخش مرکزی پوست بوده، پس از گذشت زمان و در فشار ثابت، افزایش قابل توجهی یافته و به حدود $2/5$ می‌رسد و همچنین به مناطق وسیع‌تری از سطح پوست توزیع می‌شود. در نهایت، شکل‌های مربوط به تغییر شکل و رشد پوست در زمان‌های مختلف برای سطح مقطع‌های مربعی، دایره‌بی و مستطیلی به ازای فشار یکسان $2/50$ مگاپاسکال برای همه‌ی هندسه‌ها در شکل 6 نمایش داده شده است.

پادآوری می‌شود که مقدار فشار در زمان 4 ثانیه بیشینه می‌شود و پس از آن ثابت می‌ماند. لذا در بازه زمانی $t < 4$ ثانیه صرفاً رشد پوست رخ می‌دهد



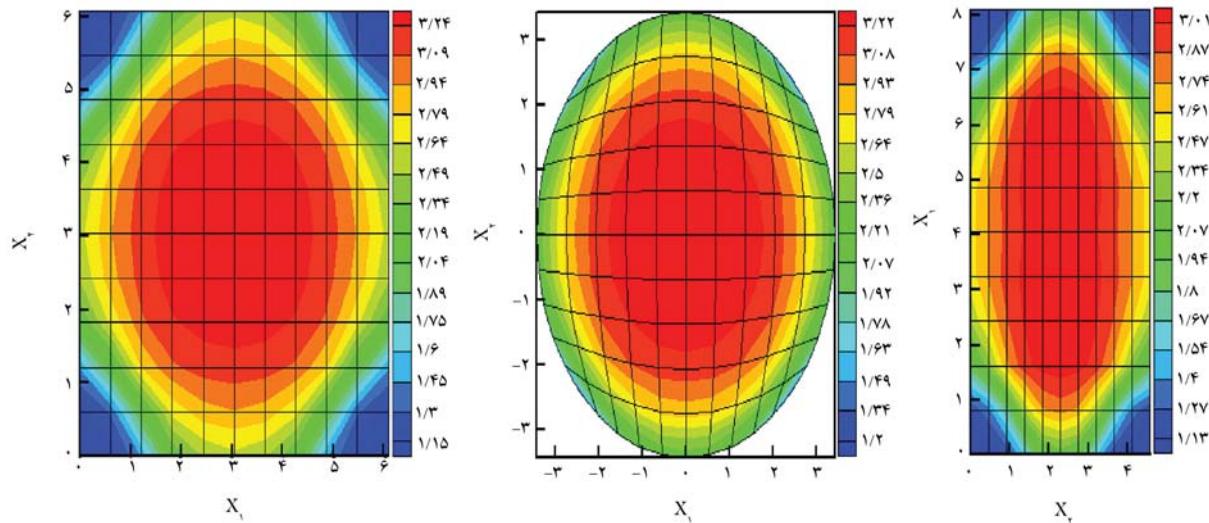
شکل ۵. توزیع متغیر رشد u^g در پوست با سطح مقطع دایره‌بی در زمان.



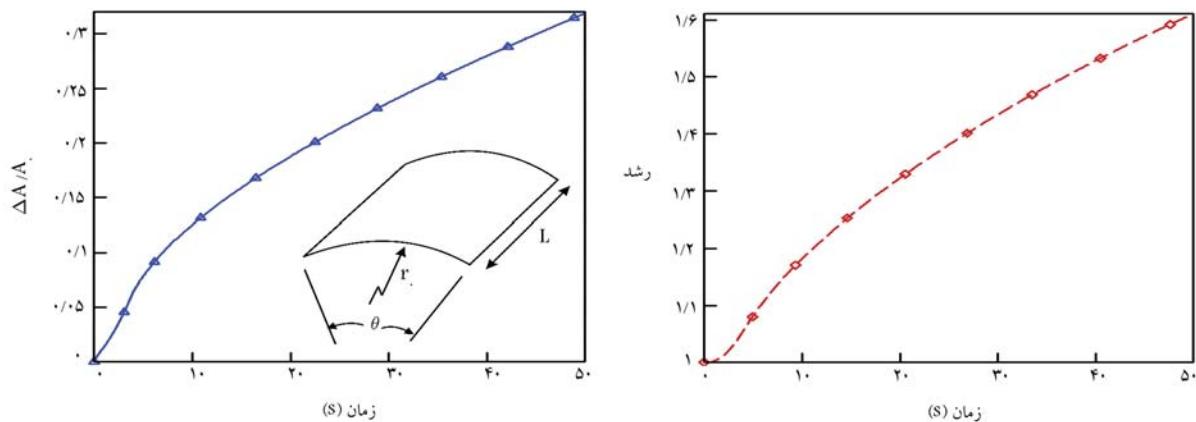
شکل ۶. توزیع مؤلفه‌ی جابه‌جایی u^c برای حالت تغییرشکل یافته‌ی پوست به ترتیب برای سطح مقطع مربعی، دایره‌بی و مستطیلی (با نسبت منظر $9/16$) در زمان‌های مختلف.

در نظر گرفته می‌شود. تمامی لبه‌های قطاع ثابت فرض می‌شوند. ذریند بارگذاری بدین گونه است که پوست در بازه زمانی $4S < t < 50S$ تحت فشار قرار می‌گیرد، به گونه‌ی که مقدار آن از صفر شروع شده و با افزایش به صورت خطی به مقدار بیشینه‌ی $p=0.00035$ می‌رسد. سپس فشار بیشینه‌ی $p=0.00035$ در بازه‌ی $t < 50S$ نگه داشته می‌شود تا به پوست اجازه‌ی رشد داده شود. از مدل نئوهوکین تراکم پذیر برای مدل‌سازی استفاده می‌شود. تمامی خواص مادی و

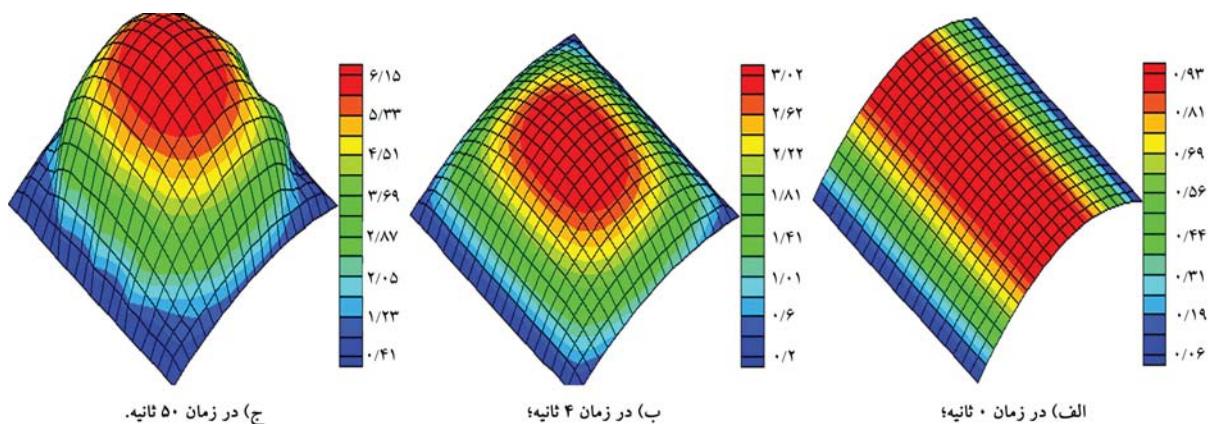
۲.۵. رشد پوست به صورت قطاع استوانه‌بی
در این مثال، رشد پوست به صورت غشایی با انحنای اولیه مورد بررسی قرار می‌گیرد. به دلیل این که پوست در تمامی سطح بدن دارای انحنایست، لذا در نظر گرفتن انحنای اولیه تعییر درست‌تری از فیزیک مسئله به دست خواهد داد. یک قطاع استوانه‌بی با شعاع $r = 50$ و طول $L = 20$ سانتی‌متر و زاویه‌ی $\theta = 4/3$ رadian



شکل ۷. توزیع نسبت جرمی dm/dM به ترتیب از چپ به راست برای پوست با سطح مقطع مربعی، دایره‌ی و مستطیلی (با نسبت منظر $9/16$) در زمان 50 ثانیه.



شکل ۸. نمودار بیشینه میزان پارامتر رشد پوست بر حسب زمان.



شکل ۹. توزیع مؤلفه‌ی x_2 برای حالت تغییرشکل یافته‌ی پوست به صورت قطاع استوانه‌یی.

هموارتری حاصل شود. نمودار متغیر رشد ϑ^g بر حسب زمان در شکل ۸ الف نشان داده شده است. همچنین، شکل ۸ ب منحنی تغییرات زمانی $\Delta A/A$ را نمایش می‌دهد. شکل‌های مربوط به تغییرشکل پوست در زمان‌های مختلف در شکل ۹ نشان داده شده است.

پارامترهای مربوط به رشد مانند مسئله‌ی قبل در نظر گرفته می‌شود. به دلیل تقارن، تنها یک‌چهارم مقطع مدل می‌شود. تحلیل همگرایی نشان می‌دهد که یک مشبندی $8 \times 8 = 64$ المان برای دست یافتن به منحنی همگراکفایت می‌کند. با این وجود، یک مشبندی با 100×100 المان در نظر گرفته می‌شود که منحنی‌های

۶. نتیجه‌گیری

بسیار نزدیک به مقادیر متناظر گزارش شده در مطالعات پیشین هستند. از دیدگاه محاسباتی، از آن جا که در فرمول بندي حاضر المان دو بعدی غشای (با ۲ درجه آزادی در المان ۴ ضلعی) جایگزین المان های سه بعدی (با ۲۴ درجه آزادی در المان ۸ گرهی) شده است، مدل کنونی به مراتب ساده‌تر از تحقیقات پیشین بوده و حجم محاسبات را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. به عبارت دیگر، تعداد المان‌ها در تحقیق حاضر کمتر از ۱/۵ درصد تعداد المان‌های در نظر گرفته شده در تحقیقات مشابه است. همچنین توزیع نسبت جرم کنونی به جرم اولیه نیز مورد بررسی قرار گرفت و ملاحظه شد که در اثر رشد پوست و نفوذ جرم جدید به داخل آن، جرم اولیه در مثال‌های بررسی شده بیش از ۳ برابر جرم اولیه خواهد شد. برای پوست با سطح مقطع مستطیلی، سطح حاصل از رشد بر اساس فرمول بندي ارائه شده در این مقاله با نتایج بالینی گزارش شده در مرجع [۲۵] مقایسه شد و مطابقت خوبی بین نتایج کنونی و نتایج مرجع مذکور حاصل شد. همچنین، مسئله‌ی رشد سطحی دارای انحنای اولیه نیز مورد بررسی قرار گرفت و بر اساس بارگذاری صورت گرفته، بیش از ۳۰ درصد رشد در مساحت پوست حاصل شد.

در این مقاله، پدیده‌ی رشد در پوست تحت اعمال بار مکانیکی مورد بررسی قرار گرفت. به عنوان نقطه‌ی تمایز این تحقیقات از تحقیقات مشابه، پوست به صورت یک غشای هایپرالاستیک مدل سازی شد. فرمول بندي لازم برای ترکیب رشد و تغییرشکل مکانیکی ارائه شد و رشد پوست توسط یک کمیت اسکالار به همراه یک معادله‌ی تکاملی مناسب در محاسبات مد نظر قرار گرفت. سپس یک فرمول بندي المان محدود در شکل لاگرانژی کامل توسعه داده شد. جهت اعتبارسنجی، مدل سازی رشد پوست تحت اعمال فشار بازی هندسه‌های مختلف در دو حالت، یعنی غشای اولیه‌ی تخت (بدون انحنای) و نیز غشای دارای انحنای اولیه صورت گرفت. نتایج حاصل نشان می‌دهد که مدل غشای ارائه شده برای رشد پوست به خوبی با نتایج مطالعات پیشین مطابقت می‌کند. به ویژه آن که منحنی‌های مقدار رشد سطحی پوست بسیار نزدیک به منحنی‌های موجود در مطالعات پیشین هستند. همچنین مقدار نهایی متغیر رشد در مدل سازی کنونی برای سطح مقطع‌های مربعی و دایره‌ی

پانوشت‌ها

1. skin flap
2. expanders
3. saline solution
4. crescent shape
5. relaxation
6. reconstructive surgery
7. pure shear
8. Ogden strain energy
9. transversely isotropic
10. neo-Hookean
11. tissue necrosis
12. Cartesian coordinate system
13. orthonormal
14. midsurface
15. curvilinear coordinate system
16. covariant basis vectors
17. stretch
18. deformation gradient tensor
19. invariant
20. Green-Saint Venant strain tensor
21. Kronecker delta
22. multiplicative decomposition
23. area stretch
24. Nanson's formula
25. evolution equation
26. weighting function
27. growth criterion
28. adaptation speed
29. second Piola-Kirchhoff stress tensor
30. double contraction
31. Young's modulus
32. Poisson's ratio
33. finite difference
34. Euler backward differentiation
35. iterative
36. residual
37. update
38. Total Lagrangian
39. discretized geometry
40. isoparametric
41. assembly operator
42. increment
43. assembly of elements
44. Cholesky factorization method
45. Conugate gradients method

منابع (References)

1. Albanna, M.Z. and Holmes, J.H. *Skin Tissue Engineering and Regenerative Medicine*, Academic Press, pp.1-17 (2016).
2. Beauchenne, J.G., Chambers, M.M., Peterson, A.E. and et al. "Biochemical, biomechanical, and physical changes in the skin in an experimental animal model of the therapeutic tissue expansion", *Journal of Surgical Research*, **47**, pp. 507-514 (1989).
3. Tepole, A.B., Ploch, C.J., Wong, J. and et al. "Growing skin: A computational model for skin expansion in reconstructive surgery", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, bf 59, pp. 2177-2190 (2011).
4. Tepole, A.B., Gosain, A.K. and Kuhl, E. "Stretching skin: The physiological limit and beyond", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **47**, pp. 938-949 (2012).
5. Neumann, C.G. "The expansion of an area of skin by progressive distension of a subcutaneous balloon; use of the method for securing skin for subtotal reconstruction of the ear", *Plastic and Reconstructive Surgery*, **19**, pp. 124-130 (1957).

6. Agrawal, K. and Agrawal, S. "Tissue regeneration during tissue expansion and choosing an expander", *Indian Journal of Plastic Surgery*, **45**, pp. 7-15 (2012).
7. Hollestein, M., Ehert, A.E., Itskov, M. and et al. "A novel experimental procedure based on pure shear testing of dermatome-cut samples applied to porcine skin", *Journal of Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, **10**, pp. 651-661 (2011).
8. Zhao, Y., Feng, B., Lee, J. and et al. "A multi-layered computational model for wrinkling of human skin predicts aging effects", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **103**, 103552 (2019).
9. Tonge, T.K., Altan, L.S., Voo, L.M. and et al. "Full-field bulge test for planar anisotropic tissues: Part I-experimental methods applied to human skin tissue", *Acta Biomaterialia*, **9**, pp. 5913-5925 (2013).
10. Smalls, L.K., Wickett, R. and Visscher, M.O. "Effect of dermal thickness, tissue composition, and body site on skin biomechanical properties". *Journal of Skin Research and Technology*, **12**, pp. 43-49 (2006).
11. Paillet-Mattei, C., Laquieze, L., Debret, R. and et al. "Rheological behavior of reconstructed skin", *Journal of Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **37**, pp. 251-263 (2014).
12. Sajadi, B., Saidi, M.H. and Ahmadi, G. "Numerical evaluation of the operating room ventilation performance: Ultra-Clean Ventilation (UCV) systems", *Scientica Iranica B*, **26**, pp. 2394-2406 (2019).
13. Sajadi, B., Saidi, M.H. and Ahmadi, G. "Computer modeling of the operating room ventilation performance in connection with surgical site infection", *Scientica Iranica B*, **27**, pp. 704-714 (2020).
14. Kumaraswamy, N., Khatam, H., Reece, G.P. and et al. "Mechanical response of human female breast skin under uniaxial stretching", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **74**, pp. 164-175 (2017).
15. Barbarino, G.G., Jabareen, M. and Mazza, E. "Experimental and numerical study on the mechanical behavior of the superficial layers of the face", *Journal of Skin Research and Technology*, **17**, pp. 434-444 (2011).
16. Afsar Kazerooni, N., Srinivasa, A.R. and Criscione, J.C. "A multinetwerk inelastic model for the hysteretic response during cyclic loading of pig and rat skin", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **126**, 103555 (2020).
17. Jobanputra, R.D., Boyle, C.J., Dini, D. and et al "Modelling the effects of age-related morphological and mechanical skin changes on the stimulation of tactile mechanoreceptors", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **112**, 104073 (2020).
18. Flynn, C., Taberner, A. and Nielsen, P. "Mechanical characterisation of in vivo human skin using a 3D force-sensitive micro-robot and finite element analysis", *Journal of Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, **10**, pp. 27-38 (2011).
19. Groves, R.B., Coulman, S.A., Birchall, J.C. and et al. "An anisotropic, hyperelastic model for skin: experimental measurements, finite element modelling and identification of parameters for human and murine skin", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **18**, pp. 167-180 (2013).
20. Pamplona, D.C., Velloso, R.Q. and Radwanski, H.N. "On skin expansion", *Journal of Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **29**, pp. 655-662 (2014).
21. Delfino, A., Stergiopoulos, N., Moore, J.E. and et al. "Residual strain effects on the stress field in a thick wall finite element model of the human carotid bifurcation", *Journal of Biomechanics*, **30**, pp. 777-786 (1997).
22. Remache, D., Caliez, M., Gratton, M. and et al. "The effects of cyclic tensile and stress-relaxation tests on porcine skin", *Journal of Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, **77**, pp. 242-249 (2018).
23. Socci, L., Rennati, G., Gervaso, F. AND ET AL. "An axisymmetric computational model of skin expansion and growth", *Journal of Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, **6**, pp. 177-188 (2007).
24. Zollner, A.M., Tepole, A.B. and Kuhl, E. "On the biomechanics and mechanobiology of growing skin", *Journal of Theoretical Biology*, **297**, pp. 166-175 (2012).
25. Zollner, A.M., Tepole, A.B., Gosain, A.K. and et al. "Growing skin: tissue expansion in pediatric forehead reconstruction", *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, **11**, pp. 855-867 (2012).
26. Tepole, A.B., Gosain, A.K. and Kuhl, E. "Computational modeling of skin: Using stress profiles as predictor for tissue necrosis in reconstructive surgery", *Computers & Structures*, **143**, pp.32-39 (2014).
27. Holzapfel, G.A., Gasser, T.C. and Ogden, R.W. "A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models", *Journal of Elasticity*, **61**, pp. 1-48 (2000).
28. Holzapfel, G.A. *Nonlinear Solid Mechanics*, Wiley- Lane, pp.55-108(2000).
29. Rodriguez, E.K., Hoger, A. and McCulloch, A.D., "Stress-dependent finite growth in soft elastic tissues", *Journal of Biomechanics*, **27**, 455-467 (1994).
30. Lubarda, A. and Hoger, A. "On the mechanics of solids with a growing mass", *International Journal of Solids and Structures*, **39**, pp. 4627-4664 (2002).
31. Ogden, R.W. *Nonlinear Elastic Deformations*, Ellis Horwood (1984).
32. Wriggers, P. *Nonlinear Finite Element Methods*, Springer-Verlag, pp.103-148 (2008).
33. Joodaki, H. and Panzer, M. B. "Skin mechanical properties and modeling: A review", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, **232**, pp. 323-343 (2018).
34. Lynch B., Pageon, H., Le Blay H. and et al. "A mechanistic view on the aging human skin through ex vivo layer-by-layer analysis of mechanics and microstructure of facial and mammary dermis", *Scientific Reports*, **12**, pp. 849, (2022).
35. van Rappard, J.H.A., Molenaar, J., van Doorn, K. and et al. "Surface-area increase in tissue expansion", *Plastic and Reconstructive Surgery*, **82**, pp. 833-839 (1988).

حل تحلیلی معادله‌ی انتقال جرم در شبکه‌ی رودخانه

محمدجواد فردادی شیل‌سر (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مهدي مظاهري * (دانشجو)

جمال محمد ولی سامانی (استاد)

گروه مهندسی و مدیریت آب، دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

در این پژوهش، با روش تبدیل لاپلاس حل تحلیلی معادله‌ی انتقال آلودگی در دامنه‌ی محدود برای شبکه‌ی رودخانه به ازای شرایط مرزی بالاً‌دست و پایین دست دیریکله و شرط اولیه‌ی صفر استخراج شد و شبیه‌سازی برای دو شبکه‌ی شاخه‌ی و حلقه‌ی با شرایط مرزی ثابت و متغیر انجام شد. بعد از نامگذاری گره‌ها، با تشکیل ماتریس‌های نحوه اتصال، مشخصات جریان و هندسی رودخانه برای هر شبکه به عنوان ورودی مستله، ماتریس انتشار براساس تابعی از متغیر δ لاپلاس ایجاد می‌شود که با حل دستگاه پیچیده‌ی ایجاد شده و استفاده از تبدیل لاپلاس معکوس، مقدار غلظت در هر گره محاسبه می‌شود. در نهایت برای اعتبارسنجی، حل تحلیلی با حل عددی مقایسه و سپس شاخص‌های خطای آماری محاسبه شد. در شبیه‌سازی‌های انجام شده، به عمل تغییر دبی ورودی به هر شاخه و تغییر سطح مقطع چریان در هر شاخه، در محل‌های اتصال شاخه‌ها به یکدیگر تغییرات غلظت آلودگی به صورت افزایشی یا کاهشی رخ می‌دهد. نتایج حاکی از عملکرد مطلوب و توانایی بالای حل تحلیلی در مدل سازی دو شبکه‌ی مذکور و انتباق خوب آن با حل عددی است که به دلیل دقت و سرعت محاسبات بالا می‌تواند جایگزین حل عددی شود. همچنین از حل تحلیلی موجود می‌توان به عنوان ابزاری برای صحبت‌سننجی سایر حل‌های تحلیلی در شبکه‌ی رودخانه استفاده کرد.

m.fardadi@modares.ac.ir
m.mazaheri@modares.ac.ir
samani_j@modares.ac.ir

وازگان کلیدی: حل تحلیلی، روش تبدیل لاپلاس، معادله‌ی جابه‌جاوی - پراکنندگی - واکنش، شبکه‌ی رودخانه، تابع توزیع غلظت.

۱. مقدمه

آلودگی یک شبکه‌ی رودخانه صدمات شدیدی به انسان‌ها، موجودات زنده و محیط زیست وارد خواهد کرد و هزینه‌ی پاک‌سازی آن نسبت به یک شاخه‌ی رودخانه بیشتر است. همچنین با توجه به این که یک شبکه‌ی رودخانه می‌تواند به تعدادی روستا یا شهر یا حتی کشور متصل باشد، از این رو خسارات ناشی از آلودگی بین عوامل ذکر شده تقسیم می‌شود. بنابراین می‌توان از طریق مدل سازی ریاضی سهم هریک از عوامل را در آلوده‌سازی شبکه‌ی رودخانه پیدا کرد.^[۷]

معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر انتقال و انتشار آلاینده‌ها در رودخانه معادله‌ی جابه‌جاوی^{-۱} - پراکنندگی^{-۲} - واکنش (ADER)^۳ بوده که از نوع معادلات دیفرانسیل خطی با مشتقات جزئی نسبت به مکان و زمان است. این معادله از قانون اول فیک^۴ به دست آمده و پاسخ آن یک تابع توزیع غلظت برحسب مکان و زمان در رودخانه خواهد بود. برای یک شبکه‌ی رودخانه، استفاده از مدل‌های دو بعدی و سه بعدی معادله‌ی ADRE به دلیل وقت‌گیر بودن محاسبات آنها و کمبود داده برای اعتبارسنجی آنها امکان‌پذیر نیست و استفاده از مدل یک بعدی ADRE برای

پیش‌بینی غلظت آلاینده در یک شبکه‌ی رودخانه توصیه می‌شود.^[۸] گزارش‌ها حاکی از آن است که تقریباً تمامی پژوهش‌های انجام گرفته تاکنون برای حل معادله‌ی ADRE، در یک شاخه از رودخانه بوده و آن هم به صورت

نقش آب به عنوان یک ماده‌ی حیاتی برای حفظ حیات، فعالیت‌های بشر، محیط زیست و منابع آن انکارناپذیر است. ورود مواد آلاینده یک تهدید بسیار جدی برای منابع آب محسوب می‌شود، از این رو مستله‌ی انتقال آلودگی و میزان آن از عوامل مهم و قابل بررسی در محیط زیست است. رودخانه‌ها یکی از مهم‌ترین منابع آب در جهان به شمار می‌روند که وظیفه‌ی تأمین آب شرب و آب لازم در بخش صنعت و کشاورزی را بر عهده دارند، پس بایستی بیشتر از لحاظ کیفیت آب و آلودگی آن مورد توجه قرار گیرند.

(شبکه‌ی رودخانه) متشکل از تمامی مسیرهایی است که توسط هر شاخه‌ی رودخانه‌ی اصلی در حوضه زهکشی خود تشکیل شده است. شبکه‌های رودخانه‌ی بی به عنوان اتصالات ایستایی بین گره‌های ثابت که بر اساس توپوگرافی زمین تعریف شده‌اند تصور می‌شوند.^[۱-۲] عملکرد زیست‌محیطی شبکه‌های رودخانه‌ی می‌تواند به طور قابل توجهی توسط شرایط هیدرولیکی نامساعد که موجودات زنده‌ی موجود در آب مانند ماهی‌ها و ... را به چالش می‌کشد، کاهش یابد.^[۳-۴] بنابراین مستله‌ی

* نویسنده مستول

تاریخ: دریافت ۳۱/۰۵/۱۴۰۰، اصلاحیه ۱۷/۰۸/۱۴۰۰، پذیرش ۱۸/۰۸/۱۴۰۰

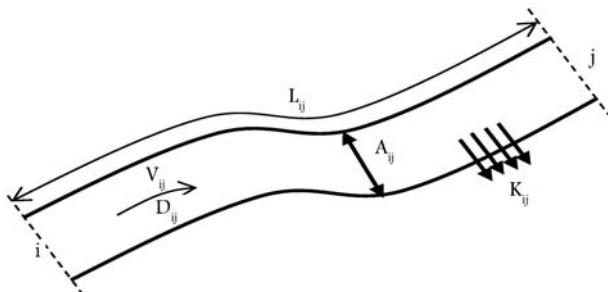
DOI:10.24200/J40.2021.58767.1613

همکاران^[۲۲] صحبت سنجی کردند. همچنین محققینی از جمله چن و همکاران^[۲۳] و گورو و اسکاگس^[۲۴] استفاده از روش GITT را مورد نظر داشته‌اند. روش تبدیل فوریه یکی از روش‌های قدیمی حل تحلیلی بوده که همچنان مورد توجه محققینی مانند بهارانی و همکاران^[۲۵] و شاکلا^[۲۶] است. یانگ و همکاران^[۲۷] در پژوهشی با استفاده از تبدیل معکوس فوریه^۹ و توزیع گستردگی گاوی^{۱۰} معادله‌ی ADE یک بعدی را با مشتق سازگار توسعه دادند و به معادله‌ی CADE^{۱۱} تبدیل کردند و نشان دادند که از راه حل استخراج شده می‌توان برای توصیف دقیق جریان سیال و انتقال املاح بهره جست. از دیگر مزایای روش تبدیل فوریه می‌توان به توانایی آن برای مدل‌سازی انتقال املاح واکنش‌ناپذیر در محیط ناهمگن با ضرایب متغیر اشاره کرد.^[۲۸] در پژوهشی که توسط سیمپسون و الی^[۱۲] انجام شد، معادله‌ی یک بعدی ADE را با استفاده از تبدیل لاپلاس و سری مک‌لورن و با در نظر گرفتن ضرایب ثابت و دامنه‌ی نیمه‌محدود حل کردند و نتایج را با حل عددی اعتبارسنجی کردند. ویلیامز و توماسکو^[۲۹] معادله‌ی ADE را در حالی حل کردند که از ترم منبع صرف نظر کردند و معادله‌ی را با ضرایب ثابت و در دامنه‌ی نیمه‌محدود با روش تبدیل لاپلاس حل کردند. اخیراً نیز محققین برای حل معادله‌ی انتقال آلودگی به صورت تحلیلی، از ترکیب روش لاپلاس با روش انتگرال تعیین‌یافته استفاده می‌کنند. کومار و ساده‌ندر^[۳۰] طی پژوهشی معادله‌ی انتقال آلودگی را با استفاده از روش تبدیل لاپلاس و GITT با در نظر گرفتن شرایط مرزی نوع اول و سوم در بالادست به صورت الگوی زمانی تابع نمایی در محیط متخلخل و به صورت تحلیلی حل کردند. همچنین در پژوهشی دیگر، از ترکیب روش لاپلاس و GITT به منظور حل معادله‌ی انتقال جرم با در نظر گرفتن ترم‌های مختلف منبع در محیط متخلخل استفاده شده است.^[۳۱] روش تبدیل لاپلاس یک ابزار تحلیلی قدرتمند برای حل مسائل پیچیده‌ی ریاضی است. در تحقیقی کار^[۳۲] با استفاده از روش تبدیل لاپلاس معادله‌ی انتقال جرم را در یک محیط متخلخل m لایه با شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست نوع سوم، به صورت نیمه‌تحلیلی حل کرد و از الگوریتم‌های لاپلاس‌کری معمکوس عددی استفاده کرد و نهایتاً حل خود را با حل عددی و سایر روش‌های تحلیلی مقایسه کرد. یداو و کومار^[۳۳] معادله‌ی دو بعدی انتقال آلودگی را در یک دامنه‌ی نیمه‌محدود با در نظر گرفتن شرط مرزی بالادست نوع اول، شرط اولیه و ترم منبع حل کردند. در پژوهشی دیگر نیز معادله‌ی سه بعدی انتقال جرم با استفاده از تبدیل لاپلاس، در یک دامنه‌ی نیمه‌محدود و با شرط مرزی بالادست نوع اول (دیریکله) به صورت غلظت ثابت در محیط متخلخل حل شد.^[۳۴] اخیراً، پژوهشگران از روش تبدیل لاپلاس برای حل معادله‌ی ADE در یک شاخه از رودخانه استفاده کردند و راه حل های تحلیلی مفیدی با استفاده از این روش برای محیط رودخانه ارائه کردند.^[۳۵] همچنین استفاده از روش تبدیل لاپلاس در محیط متخلخل مورد توجه بسیاری از محققین نظر کومار و همکاران^[۳۶] و بیتس^[۳۷] بوده است. با توجه به مروری بر تحقیقات انجام شده، امروزه حل یک بعدی معادله‌ی انتقال آلودگی با ضرایب ثابت با مغایر در رودخانه‌ی مورد نظر بسیاری از پژوهشگران ایرانی بوده است و در این زمینه راه حل‌های مفیدی ارائه کردند.^[۳۸-۴۰] همچنین برآورد ضریب پراکندگی در رودخانه‌ها نیز امری مهم بوده که در خصوص برآورد و تخمین آن، محققین بسیاری در این راستا با به کارگیری روش‌های مختلفی تلاش کرده‌اند.^[۴۱]

امروزه شبکه‌های رودخانه‌ی بسیاری در ایران وجود دارد و برای شبیه‌سازی آلودگی ناشی از غلظت آلاینده‌ها در این شبکه‌ها، از مدل‌های عددی مبتنی بر روش‌های عددی یا روش‌های جداسازی عددی استفاده می‌شود؛ این مدل‌ها دارای خطای هستند و تاکنون حل تحلیلی برای آنها ارائه نشده است. از طرفی حل های تحلیلی خود مبنا بوده و به دلیل دقت باتر نسبت به روش‌های عددی، ابزاری برای

عددی یا تحلیلی است. اما تاکنون برای شبکه‌ی رودخانه حل تحلیلی انجام نشده و تنها حل های عددی، آن هم به صورت محدود، انجام گرفته است که از آن جمله می‌توان به پژوهش یانگ و همکاران^[۱۱] اشاره کرد که در آن، یک مدل هیدرودینامیکی و یکی از مبتنی بر روش اتصال رودخانه برای شبکه‌ی رودخانه به صورت عددی با استفاده از روش جداسازی معادله‌ی ADE ارائه شد. هیتون و همکاران^[۱۰] نیز در پژوهشی، معادله‌ی انتقال املاح و مواد را در یک سیستم زیست‌ساختی و زووفیزیکی گیاهی شبکه‌های قارچی می‌سیلیوم (قسمت رویشی قارچ، که املاح از طریق آن جذب می‌شود) با استفاده از تبدیل لاپلاس به صورت تحلیلی با در نظر گرفتن شرایط مرزی ثابت در همه‌ها، حل کردند و با در نظر گرفتن آمینواسید به عنوان منبع معذنی و با استفاده از آزمایش ردبای رادیویی، داده‌های حاصل از آزمایش‌ها و عکس‌برداری و نیز نحوه‌ی پخش و انتقال آن را به کل انشعابات بررسی کردند. تقریباً تمامی معادلات دیفرانسیل را می‌توان با روش‌های عددی حل کرد و این یک مزیت حل های عددی نسبت به حل های تحلیلی است، ولی گاهی روش‌های عددی زمان ببر و هزینه‌بر است و از این رو روش‌های حل تحلیلی بیشتر توصیه می‌شود. به طور کلی حل های تحلیلی به دلیل بالا بودن سرعت انجام محاسبات و میران دقت بر روش‌های عددی ارجحیت دارند و از آنها به عنوان ابزاری برای صحبت سنجی روش‌های عددی استفاده می‌شود.^[۱۱]

تا به امروز حل های تحلیلی بسیاری برای معادله‌ی ADRE در یک شاخه‌ی رودخانه توسط محققین ارائه شده است، از این رو می‌توان گفت که عموماً حل های تحلیلی صورت گرفته برای معادله‌ی ADRE مبتنی بر چهار روش حل -- روش تابع گرین^۵، روش تبدیل انتگرال تعیین‌یافته^۶، روش تبدیل فوریه^۷ و روش تبدیل لاپلاس^۸ هستند. در زمینه‌ی حل تحلیلی با استفاده از روش تابع گرین، پارک و یان^[۱۱] در پژوهشی، معادله‌ی یک بعدی دوبعدی و سه بعدی انتقال آلودگی را با ضرایب ثابت و صرف نظر از گرادیان سرعت در راستای عرض و عمق در یک آبخوان محصور حل کردند. در پژوهشی دیگر معادله‌ی ADE، با فرض یکنواختی جریان و ثابت بودن ضرایب به صورت تحلیلی حل شد.^[۱۲] از کاربردهای دیگر روش تابع گرین در حالت یک بعدی نیز می‌توان به مدل‌سازی انتقال آلودگی با حل معادله‌ی ADE در حالت یک بعدی دو بعدی و سه بعدی در دامنه‌های محدود، نیمه‌محدود و نامحدود در محیط متخلخل اشاره کرد.^[۱۳] در این راستا، سانسکریتیان و همکاران^[۱۴] معادله‌ی یک بعدی ADE را با استفاده از ترکیب روش تابع گرین و تغییر مغایر با الگوی آلودگی نقطه‌ی و با در نظر گرفتن سرعت و ضریب پراکندگی به صورت تابعی از زمان و مکان حل کردند. آنان در پژوهشی دیگر^[۱۵] معادله‌ی دو بعدی ADE را با روش تابع گرین و با در نظر گرفتن سرعت و ضریب پراکندگی در راستای طولی و عرضی تابعی از زمان و مکان در محیط آب زیرزمینی حل کردند و اثرات سرعت و ضریب پراکندگی را با الگوی آلودگی نقطه‌ی نشان دادند. در زمینه‌ی کاربرد روش تابع گرین در رودخانه، مشهد گرمه و همکاران^[۱۶] در پژوهشی معادله‌ی یک بعدی و دو بعدی انتقال جرم را با استفاده از روش تابع گرین به ازای چند منبع آلاینده‌ی نقطه‌ی با الگوی نامنظم در محیط رودخانه حل کردند و تابع حل تحلیلی استفاده از روش انتگرال تعیین‌یافته‌ی GITT یکی دیگر از روش‌های حل تحلیلی استفاده از کاربردهای مهم این روش توانایی بالای آن در حل مسائل پیچیده‌ی معادله‌ی دیفرانسیل جزئی، شرایط مرزی و دامنه‌ی حل است.^[۱۷] آدریان و همکاران^[۱۸] معادله‌ی ADRE را با روش تبدیل انتگرال تعیین‌یافته با فرض ضرایب ثابت در دامنه‌ی نیمه‌محدود با در نظر گرفتن شرایط مرزی بالادست دیریشلت و حد غلظت در بین نهایت در پایین دست حل کردند؛ سپس رابطه‌ی استخراج شده را با دو حل تحلیلی درستاک و دایینز^[۱۹] و یو و



شکل ۱. ویژگی‌های یک شاخه‌ی رودخانه در یک شبکه‌ی رودخانه.

با فرایندهای جایه‌جایی و پراکنده‌ی حرکت می‌کند؛ در این صورت فرض می‌شود که سیستم اختلاط کامل در گره‌ها وجود دارد. در شکل ۱ یک شاخه‌ی رودخانه‌ی شماتیک ملاحظه می‌شود که در آن، گره i به عنوان گره رودخانه (بالا درست رودخانه)، گره j به عنوان گره خروجی (پایین درست رودخانه)، L_{ij} طول یک شاخه‌ی رودخانه، A_{ij} سطح قطع جریان، D_{ij} مقدار ضربی پراکنده‌ی در راستای x ، K_{ij} بیان‌گر ضربی زوال واکنش و V_{ij} سرعت متوسط جریان در یک شاخه است و زمانی مقدار آن مثبت خواهد بود که جهت جریان از گره i به j باشد ($V_{ij} = -V_{ji}$).

۲. معادلات اساسی مدل‌سازی

برای یک شبکه‌ی رودخانه فرض می‌شود که آلوگی با سازوکارهای جایه‌جایی و پراکنده‌ی حرکت می‌کند و در سرتاسر شبکه پخش می‌شود؛ در نتیجه تغییر غلظت در هر نقطه انجام می‌گیرد. با توجه به شکل ۱، معادله‌ی انتقال و انتشار آلوگی برای یک شاخه‌ی رودخانه در دامنه‌ی محدود $j \leq x \leq i$ به صورت معادله‌ی ۱ در نظر گرفته می‌شود:

$$\frac{\partial c_{ij}}{\partial t} = D_{ij} \frac{\partial^2 c_{ij}}{\partial x^2} - V_{ij} \frac{\partial c_{ij}}{\partial x} - K_{ij} c_{ij} \quad (1)$$

$$IC : c_{ij}(x, 0) = 0 \quad (2)$$

که در آن، c_{ij} تابع غلظت آلوگی در واحد طول در مکان x و زمان t ، D_{ij} ضربی پراکنده‌ی در راستای x ، V_{ij} سرعت متوسط جریان و K_{ij} ضربی زوال واکنش است. همچنین معادله‌ی ۲ نشان‌دهنده‌ی شرط اولیه‌ی رودخانه است. در این پژوهش، شرط اولیه برابر با صفر در نظر گرفته شده است، دلیل این امر این است که در پژوهش حاضر فرض شده است که غلظت آلاینده‌ی ورودی از شرط اولیه، آلاینده‌ی باشد که غلظت آن ناچیز بوده است. همچنین در بسیاری از تحقیقات، محققین بسیاری از شرط اولیه برای حل تحلیلی معادله‌ی انتقال آلوگی صرف نظر کرده‌اند.^[۲۹، ۲۷، ۲۰] لازم به ذکر است که حل تحلیلی موجود برای شرایط اولیه‌ی غیر صفر نیز محدودیتی ندارد و می‌تواند قابل حل باشد. با توجه به این که c_{ij} در واحد طول در نظر گرفته شده است، برای تبدیل آن در واحد حجم با توجه به مساحت مقطع عرضی A_{ij} که باید در معادلات بعدی ظاهر شود از معادله‌ی ۳ استفاده می‌شود که بیان‌گر شرایط مرزی بالا درست و پایین دست می‌شوند، لذا:

$$\begin{cases} c_i(t) = \frac{c_{ij}(0, t)}{A_{ij}} \\ c_j(t) = \frac{c_{ij}(L_{ij}, t)}{A_{ij}} \end{cases} \Rightarrow BC : \begin{cases} c_{ij}(0, t) = A_{ij} c_i(t) \\ c_{ij}(L_{ij}, t) = A_{ij} c_j(t) \end{cases} \quad (3)$$

چنان‌که ذکر شد، معادله‌ی ۳ بیان‌گر شرط مرزی بوده که در پژوهش حاضر، شرط مرزی بالا درست و پایین دست از نوع اول (دیریکله) در نظر گرفته شده است.

صحت‌سنجی حل‌های عددی یا مدل‌های عددی محسوب می‌شوند. بنابراین ارائه‌ی یک راه حل دقیق تحلیلی، هم می‌تواند غلظت آلوگی شبکه‌های رودخانه را به طور دقیق محاسبه کند و هم در مشکلات ناشی از آن، به عنوان یک ابزار مدیریتی برای غربال‌گری سریع قبل از استفاده از مدل‌های پیچیده‌تر کاربرد دارد. طی پژوهش‌های صورت گرفته تاکنون، تقریباً تمام حل‌های انجام شده برای معادله‌ی انتقال آلوگی (جرم)، در یک شاخه از رودخانه بوده که به صورت عددی با تحلیلی است و حل برای این معادله در شبکه‌ی رودخانه محدود و آن هم به صورت عددی است. بنابراین چنان‌که ذکر شد، استخراج یک راه حل تحلیلی برای معادله‌ی انتقال جرم در شبکه‌ی رودخانه در بین پژوهش‌های رودخانه، حجم محاسبات زیاد، محدودیت‌های روش حل تحلیلی، پیچیدگی حل و سیستم، تشکیل ماتریس‌های پیچیده و ... است. در این پژوهش، مهم‌ترین دستاورده آن، استخراج یک راه حل تحلیلی عام برای معادله‌ی انتقال جرم (آلوگی) در شبکه‌ی رودخانه با استفاده از روش تحلیلی تبدیل لاپلاس در شرایط مرزی بالا درست و پایین دست از نوع دیریکله (که شرط مرزی معمول و رایج در رودخانه است) و شرط اولیه‌ی صفر است. به منظور کاربرد حل تحلیلی موجود در این پژوهش، شبیه‌سازی روی دو نوع شبکه‌ی شاخه‌ی^[۱۲] و حلقه‌ی^[۱۳] به ازای الگوی آلوگی ثابت و متغیر برای شرایط مرزی انجام خواهد شد. در انتهای نیز حل تحلیلی انجام گرفته به منظور اعتبارسنجی با حل عددی مقایسه و شاخص‌های خطای آماری برای دو حل تحلیلی و عددی محاسبه می‌شود.

۲. مبانی نظری و روش‌ها

۱.۲. رویکرد حل تحلیلی

به طور کلی سه نوع تبدیل انتگرالی رایج شامل تبدیل فوریه، تبدیل لاپلاس و تبدیل انتگرالی تمیم‌یافته GITT در حل معادله‌ی انتقال جرم (آلوگی) به کار می‌رود. در پژوهش حاضر، چون اولویت اصلی محاسبه‌ی غلظت در محل اتصال شاخه‌های رودخانه به یکدیگر (یعنی گره‌های اتصال) است؛ لذا از شرایط مرزی بالا درست و پایین دست از نوع دیریکله استفاده می‌شود. بدین منظور، چون تبدیل فوریه برای دامنه‌ی نامحدود بین منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت کاربرد دارد و از نظر شبکه‌ی رودخانه اثر شرایط مرزی در نظر گرفته نمی‌شود، کاربرد این روش توصیه نمی‌شود. همچنین از تبدیل انتگرالی تمیم‌یافته GITT به دلیل وجود مشکلاتی نظری همگن‌سازی شرایط مرزی بالا درست و پایین دست، بالا بودن هزینه‌ی محاسبات و تشكیل دستگاه معادلات از نوع دیفرانسیل معمولی توصیه نمی‌شود. بنابراین در این پژوهش استفاده از روش تبدیل لاپلاس به دلیل عدم وجود مشکل دامنه‌ی حل (نیمه‌محدود بودن آن)، همگن‌سازی شرایط مرزی و پایین بودن هزینه‌ی محاسبات مورد نظر خواهد بود. لازم به ذکر است که روش حل تبدیل لاپلاس می‌تواند ابزار مفیدی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی باشد. تبدیل لاپلاس یک تبدیل انتگرالی است که اسفاده از روش‌های ترسیمی برای پیش‌بینی عملکرد سیستم را بدون حل واقعی معادلات دیفرانسیل میسر می‌سازد. یکی دیگر از مزایای آن این است که با حل معادله‌ی دیفرانسیل، می‌توان هر دو مؤلفه‌ی گذار و حالت ماندگار جواب را یک‌جا محاسبه کرد.^[۲۵] رویکرد مدل‌سازی در این پژوهش بدین صورت است که فرض می‌شود منابع آلاینده‌ی ورودی با یک ضربی زوال واکنش معین در شبکه مصرف یا تحويل داده می‌شود. این در حالی است که منبع باقی‌مانده در شبکه

و ریشه‌های این معادله فقط به ازای $s > 0$ دارای جواب است. در این صورت با یافتن ریشه‌های این معادله ثابت‌های B_1 و B_2 نمایان می‌شود.

$$C_{ij}(x, s) = B_1 e^{\frac{V_{ij} + \alpha_{ij}(s)}{\tau D_{ij}} x} + B_2 e^{\frac{V_{ij} - \alpha_{ij}(s)}{\tau D_{ij}} x} \quad (10)$$

که در آن:

$$\alpha_{ij}(s) = \sqrt{V_{ij}^2 + 4D_{ij}(s + K_{ij})} \quad (11)$$

به منظور یافتن ضرایب B_1 و B_2 از شرایط مرزی لاپلاس‌گیری شده معادله $\frac{d}{ds} C_{ij}(s) = 0$ استفاده می‌شود. با جایگذاری شرایط مرزی در نقاط $s = 0$ و $s = L_{ij}$ دارای $x = 0$ و $x = L_{ij}$ به صورت زیر می‌آید:

$$C_{ij}(0, s) = B_1 + B_2 = A_{ij} C_i(s)$$

$$C_{ij}(L_{ij}, s) = B_1 e^{\left(\frac{V_{ij} L_{ij}}{\tau D_{ij}} + \frac{\alpha_{ij}(s) L_{ij}}{\tau D_{ij}}\right)} + B_2 e^{\left(\frac{V_{ij} L_{ij}}{\tau D_{ij}} - \frac{\alpha_{ij}(s) L_{ij}}{\tau D_{ij}}\right)} = A_{ij} C_j(s) \quad (12)$$

همچنین برای هر شاخه‌ی j دو نسبت بدون بعد زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\theta_{ij} = \frac{V_{ij} L_{ij}}{2 D_{ij}}, \quad \xi_{ij}(s) = \frac{\alpha_{ij}(s) L_{ij}}{2 D_{ij}} \quad (13)$$

علت در نظر گرفتن دو نسبت بی‌بعد زیر در نظر گرفته می‌شود: اختصارسازی روند حل است. با جایگذاری معادلات θ_{ij} در معادلات θ_{ij} و ξ_{ij} در معادلات θ_{ij} و ξ_{ij} محسوبه می‌شود:

$$B_1 = \frac{A_{ij} C_j(s) e^{-\theta_{ij}} - A_{ij} C_i(s) e^{-\xi_{ij}(s)}}{2 \sinh(\xi_{ij}(s))} \quad (14)$$

و به طور مشابه:

$$B_2 = \frac{A_{ij} C_i(s) e^{\xi_{ij}(s)} - A_{ij} C_j(s) e^{-\theta_{ij}}}{2 \sinh(\xi_{ij}(s))} \quad (15)$$

با جایگذاری ضرایب B_1 و B_2 در معادلات θ_{ij} و ξ_{ij} در معادله $\frac{d}{ds} C_{ij}(s) = 0$ ، تابع غلظت آلدگی $C_{ij}(x, s)$ به صورت معادله $\frac{d}{ds} C_{ij}(x, s) = 0$ دست می‌آید:

$$C_{ij}(x, s) = A_{ij} C_i(s) \frac{\sinh\left(\frac{L_{ij}-x}{L_{ij}} \xi_{ij}(s)\right)}{\sinh(\xi_{ij}(s))} e^{\frac{x \theta_{ij}}{L_{ij}}} + A_{ij} C_j(s) \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_{ij}} \xi_{ij}(s)\right)}{\sinh(\xi_{ij}(s))} e^{\frac{x-L_{ij}}{L_{ij}} \theta_{ij}} \quad (16)$$

که در آن، $C_{ij}(x, s)$ تابع غلظت آلدگی بر حسب متغیر مکان s و لاپلاس در یک شاخه از رودخانه است.

۴.۲. تعمیم حل معادله انتقال آلدگی در یک شاخه ای رودخانه به شبکه ای رودخانه

پس از حل معادله انتقال آلدگی در یک شاخه ای رودخانه، اکنون به بررسی مسئله‌ی نحوه ایصال شاخه‌های شبکه‌ی رودخانه می‌پردازیم، به گونه‌ی که با حرکت از یک شاخه به شاخه دیگر غلظت به طور مدام تغییر کند. برای تعمیم حل انجام شده در یک شاخه ای رودخانه به شبکه‌ی رودخانه معادله $\frac{d}{ds} C_{ij}(x, s) = 0$ که لاپلاس شار عبوری از گره

دلیل انتخاب شرایط مرزی این است که شرط مرزی رایج برای رودخانه در بالادست و پایین دست دیریکله بوده، که در بسیاری از نرم‌افزارهای تخصصی مربوط به رودخانه هم صادق است. همچنین در این پژوهش، برای شبکه‌ی رودخانه چون مهم است که غلظت در محل اتصال شاخه‌ها یعنی گره‌ها محاسبه شود، از شرایط مرزی بالادست و پایین دست دیریکله استفاده شده است. چنانچه در شبکه‌ی رودخانه مربوط می‌باشد، $c_{ij}(x, t) = A_{ij} + \int_0^t c_{ij}(x, \tau) d\tau$ که از مجموع سازوکارهای جابه‌جایی و پراکندگی حاصل شده است.

$$J_{ij}(t) = \left[V_{ij} c_{ij}(x, t) - D_{ij} \frac{\partial c_{ij}(x, t)}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (4)$$

در رابطه‌ی $J_{ij}(t) = 0$ شار عبوری حاصل از مجموع سازوکارهای جابه‌جایی و پراکندگی بوده و نشان‌دهنده ورود یک منبع به گره j است. اگر چندین شاخه به گره j وارد شود، معادله $\frac{d}{ds} J_{ij}(s) = 0$ به صورت معادله $\sum_j J_{ij}(s) = 0$ بازنویسی می‌شود:

$$I_i(t) = \sum_j \left[V_{ij} c_{ij}(x, t) - D_{ij} \frac{\partial c_{ij}(x, t)}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (5)$$

که در آن، $I_i(t) = 0$ جریان خالص آلدگی خارج شده از هر گره i است.

۳.۲. حل معادله ای جابه‌جایی - پراکندگی - واکنش برای یک شاخه ای رودخانه

برای حل معادله $\frac{d}{ds} C_{ij}(x, s) = 0$ و شرایط مرزی $C_{ij}(0, s) = 0$ و $C_{ij}(L_{ij}, s) = 0$ (شرط مرزی بالادست و پایین دست هر دو از نوع اول دیریکله) ابتدا از معادلات $\frac{d}{ds} C_{ij}(x, s) = 0$ و $\frac{d}{ds} J_{ij}(x, s) = 0$ اعمال تبدیل لاپلاس در معادله ای انتقال جرم بر روی متغیر t این است که دامنه‌ی آن نیمه‌محدد بوده ($t < 0$) و اعمال آن بر متغیر مکان که دامنه‌ی آن محدود ($x < L$) است امکان‌پذیر نیست، بدین منظور:

$$s C_{ij}(x, s) - c_{ij}(x, 0) + K_{ij} C_{ij}(x, s) + V_{ij} \frac{\partial C_{ij}(x, s)}{\partial x} - D_{ij} \frac{\partial^2 C_{ij}(x, s)}{\partial x^2} = 0 \quad (6)$$

در نتیجه:

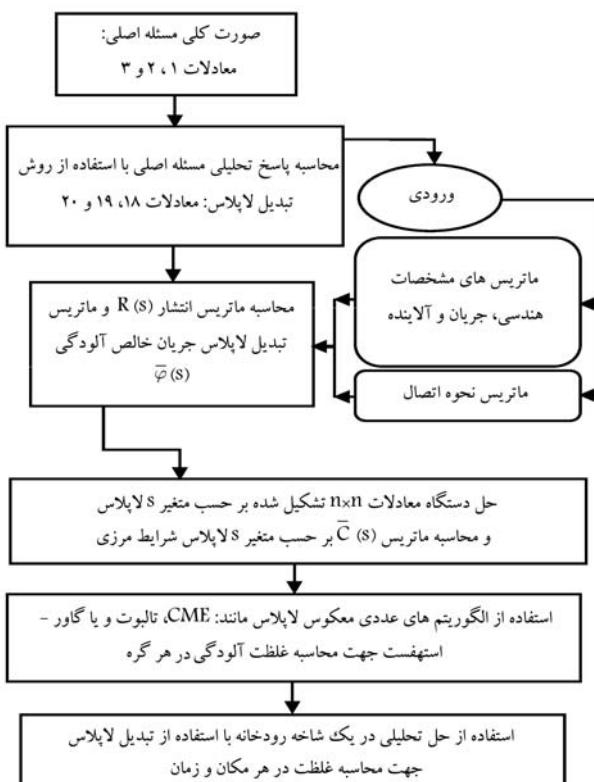
$$(s + K_{ij}) C_{ij} + V_{ij} \frac{\partial C_{ij}}{\partial x} - D_{ij} \frac{\partial^2 C_{ij}}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

$$BC : \begin{cases} C_{ij}(0, s) = A_{ij} C_i(s) \\ C_{ij}(L_{ij}, s) = A_{ij} C_j(s) \end{cases} \quad (8)$$

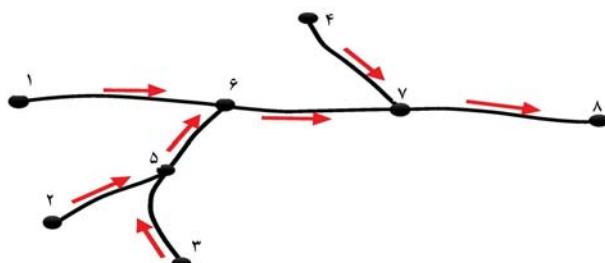
علاوه بر لاپلاس‌گیری از معادلات $\frac{d}{ds} C_{ij}(x, s) = 0$ و $\frac{d}{ds} J_{ij}(x, s) = 0$ نیز نسبت به t لاپلاس گرفته می‌شود:

$$\varphi_i(s) = \sum_j \left[V_{ij} C_{ij}(x, s) - D_{ij} \frac{\partial C_{ij}(x, s)}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (9)$$

که در آن، $\varphi_i(s) = 0$ بیان‌گر تبدیل لاپلاس ($I_i(t)$) شار عبوری از گره i است. به منظور حل معادله ای جابه‌جایی - پراکندگی - واکنش یعنی معادله $\frac{d}{ds} I_i(s) = 0$ و با لاپلاس‌گیری از این معادله، رابطه $\frac{d}{ds} \varphi_i(s) = 0$ به دست آمد که یک معادله دیفرانسیل معمولی $\varphi_i''(s) = 0$ همگن بوده



شکل ۲. فلوچارت کلی مدل سازی تحلیلی شبکه‌ی رودخانه با استفاده از روش تبدیل لاپلاس.



شکل ۳. شماتیک شبکه‌ی شاخه‌ی پا جهت جریان در هر مسیر:

٣. الگوریتم حل

در فلوجارت شکل ۲ روند کلی مدل سازی آمده است. به منظور شبیه سازی کلی یک شبکه‌ی رودخانه با توجه به رابطه‌ی تحلیلی استخراج شده از روش تبدیل لاپلاس براساس معادلات ۱۸ تا ۲۰، داده‌های ورودی برای شبکه شامل ماتریس نحوی اتصال شاخه‌ها، ماتریس میانگین سرعت، ماتریس ضوابط پراکنده‌ی، ماتریس ضریب زوال واکنش، ماتریس طول رودخانه، ماتریس سطح مقطع عرضی شاخه‌ها، الگوی غلط ورودی مربوط به شرایط مرزی و مدت زمان لازم برای شبیه سازی است. لازم به ذکر است که ماتریس نحوی اتصال یک ماتریس $n \times n$ است که به عبارت دیگر، برای یک شبکه‌ی معمول اگر اتصالی وجود داشته باشد مقدار درایه برای دو گره مورد نظر برابر با ۱ خواهد بود و اگر اتصالی وجود نداشته باشد، درایه مورد نظر برابر با صفر خواهد شد. در یک توضیح تکمیلی‌تر، با توجه به شبکه‌ی رودخانه‌ی شاخه‌ای، شکل ۳، ماتریس نحوی اتصال حسن است:

ز است، م د نظر بوده است. در این صورت با در نظر گرفتن معادله ۱۶ و اعمال تغییرات لازم آن برای جایگذاری در معادله ۹، معادلات ۱۷ به دست می آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{ij} \frac{dC_{ij}(x, s)}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{-A_{ij}C_i(s)D_{ij} \cosh(\xi_{ij}(s))\xi_{ij}(s)}{L_{ij} \sinh(\xi_{ij}(s))} \\ + \frac{A_{ij}C_i(s)D_{ij}\theta_{ij}}{L_{ij}} + \frac{A_{ij}C_j(s)D_{ij}\xi_{ij}(s)e^{-\theta_{ij}}}{L_{ij} \sinh(\xi_{ij}(s))} \\ V_{ij}C_{ij}(\cdot, s) = V_{ij}A_{ij}C_i(s) \end{array} \right. \quad (\text{IV})$$

آمد: با جایگذاری معادلات ۱۳ و ۱۷ در معادله ۹، نهایتاً معادله ۱۸ به دست خواهد

$$\varphi_i(s) = \sum_j \left[A_{ij} C_i(s) \left\{ \frac{V_{ij}}{\gamma} + \frac{\alpha_{ij}(s)}{\gamma \tanh(\xi_{ij}(s))} \right\} - A_{ij} C_j(s) \left\{ \frac{\alpha_{ij}(s) e^{-\theta_{ij}}}{\gamma \sinh(\xi_{ij}(s))} \right\} \right] \quad (\text{1A})$$

بنابراین با دانستن تبدیل لاپلاس غلظت گره $\bar{C}(s) = \{C_1(s), \dots, C_m(s)\}$ جایی که m تعداد گره هاست، می توان با توجه به $\bar{I}(t) = \{I_1(t), \dots, I_m(t)\}$ (جریان خالص آلوگی خارج شده از هر گره)، $\{\varphi_1(s), \dots, \varphi_m(s)\}$ (تبدیل لاپلاس $\bar{I}(s)$) را محاسبه کرد و $\bar{C}(s)$ را به دست آورد. به عبارت دیگر برای هر گره i ، یک معادله‌ی خطی در $C_i(s), C_1(s), \dots, C_m(s)$ وجود دارد. از این رو $\varphi(s)$ و $\bar{C}(s)$ بردارهای ستونی خواهند بود:

$$R(s)\bar{C}(s) = \bar{\varphi}(s) \quad (19)$$

که در آن:

$$R_{ij}(s) = \begin{cases} \sum_k A_{ik} \left[\frac{V_{ik}}{\gamma} + \frac{\alpha_{ik}(s)}{\gamma \tanh(\xi_{ik}(s))} \right] & i = j \\ \frac{-A_{ij}\alpha_{ij}(s)e^{-\theta_{ij}}}{\gamma \sinh(\xi_{ij}(s))} & otherwise \end{cases} \quad (\textcircled{1})$$

R(s) به عنوان ماتریس انتشار در نظر گرفته می شود و برای هر گره در شبکه، یک ردیف و یک ستون دارد. ماتریس R(s) یک ماتریس نامتقاضن و پراکنده $n \times n$ (n تعداد گره هاست) که عناصر قطری (مورب) آن همگنی مثبت است. همچنین اگر اتصالی بین نقاط i و j وجود نداشته باشد، درایه های آن صفر و اگر اتصالی وجود داشته باشد عناصر آن منفی خواهد بود. با توجه به توابع R(s) و $\bar{C}(s)$ ، می توان $\bar{C}(s)$ را با استفاده از الگوریتم های حل عددی دستگاه معادلات محسابه کرد و در نهایت برای یافتن مقادیر $c_1(t), c_2(t), ..., c_m(t)$ می توان از الگوریتم های لاپلاس گیری معکوس عددی مانند CME^[۱۶] یا گاور- استهفست^[۱۷] [۲۷، ۴۸]، تالبوت^[۱۸] [۴۹] و ... استفاده کرد. در این پژوهش از الگوریتم لاپلاس گیری معکوس عددی CME به دلیل بالا بودن سرعت و دقت محاسبات، نسبت به دو الگوریتم گاور- استهفست و تالبوت استفاده شده است. در روش مذکور، لاپلاس گیری معکوس عددی بر اساس توزیع نمایی ماتریس متمرکز (CME) انجام می شود، که ضمن حفظ دقت نتایج در مرتبه 10^{00} نیز از نظر عددی پایدار است. این در حالی است که سایر روش ها برای مرتبه 10^0 ناپایدار می شوند، همچنین روش CME هنگام کار با توزیع احتمالاتی، روشن، انده آل است.^[۴۶]

جدول ۱. مشخصات جریان و آلینده تخلیه شده در شبکه‌ی شاخه‌یی.

$Q(m^3/s)$	$D(m^2/s)$	$V(m/s)$	s	مسیر
۱۵	۸	۰/۴	۰/۰۰۰۱	۱۶
۳۳	۱۵	۰/۸۶	۰/۰۰۰۱	۶۷
۴۰	۱۰	۱/۰۲	۰/۰۰۰۱	۷۸
۸	۱۸	۰/۲۳	۰/۰۰۰۱	۲۵
۱۸	۱۰	۰/۴۸	۰/۰۰۰۱	۵۶
۱۰	۵	۰/۲۸۵	۰/۰۰۰۱	۳۵
۷	۲۰	۰/۱۸۶	۰/۰۰۰۱	۴۷

۴. نتایج و بحث

به منظور استفاده از حل تحلیلی صورت گرفته در این پژوهش برای شبکه‌ی رودخانه، ابتدا کاربرد حل مذکور برای دو نوع شبکه‌ی شاخه‌یی و حلقه‌یی با شرایط مرزی ثابت و متغیر مورد بررسی قرار گرفته است. سپس با توجه به این که برای شبکه‌ی رودخانه راه حل تحلیلی وجود ندارد، به منظور ارزیابی و اعتبارسنجی حل انجام شده، از حل عددی تمام ضمنی^{۱۹} تفاضل محدود^{۲۰} با تقریب مشتق مرکزی در مکان^{۲۱} با هدف کاهش مقادیر پراکندگی عددی استفاده شده است. در نهایت با استفاده از شاخص‌های آماری نظریه ضربه همبستگی^(R)، جذر میانگین مربع خطاهای (RMSE) و میانگین خطای مطلق (MAE) دو حل عددی و تحلیلی با یکدیگر مقایسه شده است.

۱.۴. مثال اول: ارزیابی و کاربرد حل تحلیلی در مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه شاخه‌یی

در مثال اول، شبکه‌ی رودخانه شاخه‌یی به صورت شکل ۳ در نظر گرفته شده است. برای نامگذاری گره‌ها از اعداد استفاده شده و جهت جریان در آن مشخص شده است. در تمامی شاخه‌ها مقطع از نوع کانال مستطیلی به عرض ۵ متر و طول ۴ کیلومتر است و تمامی مشخصات جریان و کانال در جدول ۱ آمده است. در ادامه نیز دو شرط مرزی ثابت و متغیر برای کاربرد حل تحلیلی برای شبکه‌ی شاخه‌یی مورد نظر در نظر گرفته شده است.

۱.۱.۴. مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه شاخه‌یی با شرایط مرزی ثابت

برای شبیه‌سازی شبکه‌ی شاخه‌یی مدنظر با شرایط مرزی ثابت، زمان شبیه‌سازی ۱۰ ساعت و غلظت در نقاط ورودی ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برای با، ۸، ۵، ۷ و ۴ کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شده است. شکل ۴ نتایج حاصل از مدل‌سازی شبکه‌ی شاخه‌یی شکل ۳ را در دو زمان ۰/۵ و ۰/۸ (زمان بی بعد شده) برای چهار مسیر ۱۶۷۸، ۲۵۶۷۸، ۳۵۶۷۸ و ۴۷۸ نشان می‌دهد. چنان که در شکل ۴ و مقایسه‌ی آماری دو حل تحلیلی و عددی در جدول ۲ مشاهده می‌شود، دو حل تحلیلی و عددی دارای انطباق خوبی نسبت به هم هستند.

با توجه به شکل ۴، در مسیر ۴۷۸، ابتدا آلدگی با غلظت ثابت ۴ کیلوگرم بر مترمکعب از نقطه ۴ وارد مسیر مورد نظر شده و سپس در کیلومتر ۵/۰ به علت ورود برآیند غلظت از شاخه‌ی ۶۷ با گذشت زمان، غلظت در مسیر تقویت شده و افزایش می‌یابد. در مسیر ۱۶۷۸، غلظت ثابت ۸ کیلوگرم بر مترمکعب از مرز بالادست گره

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

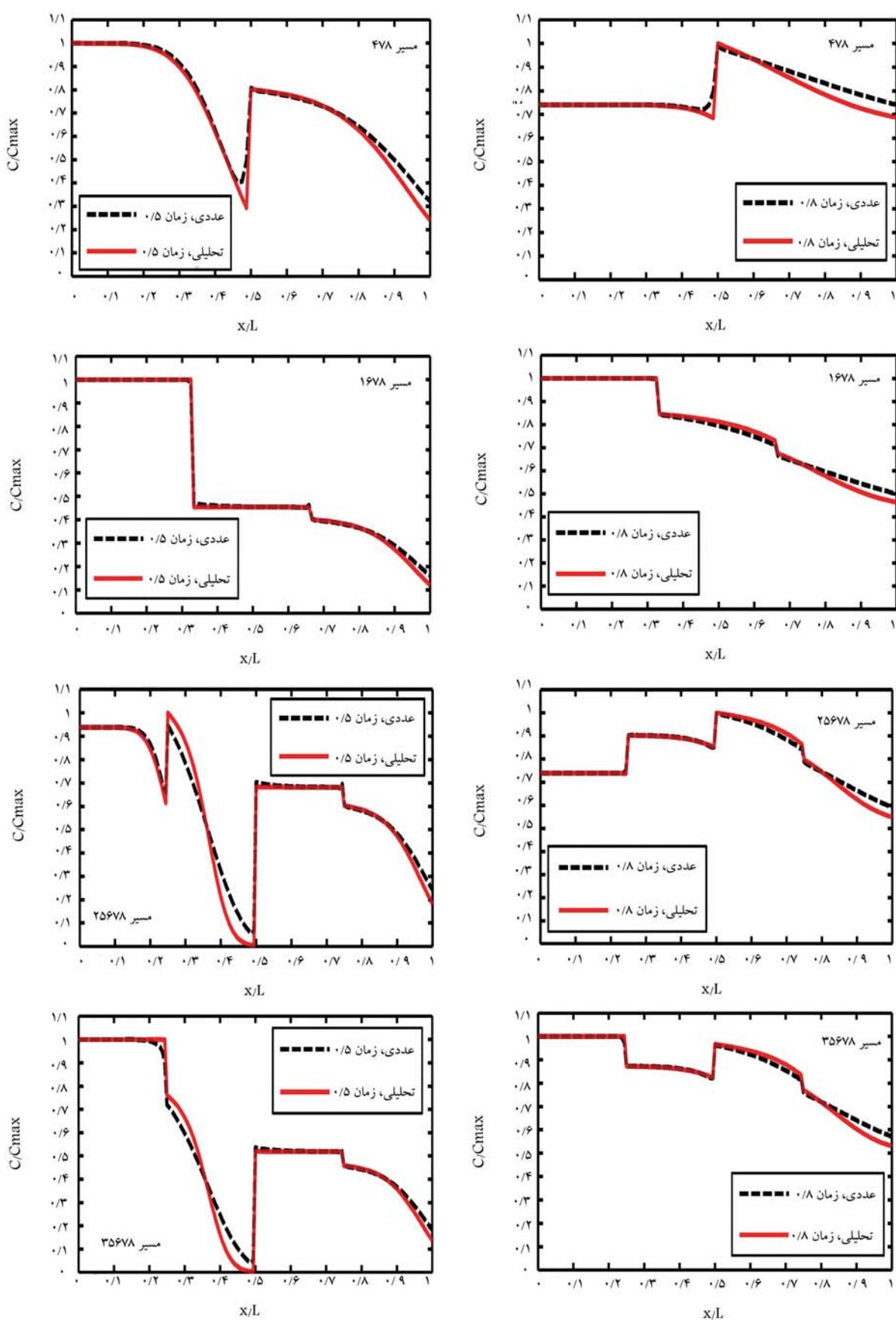
ماتریس نحوی اتصال در ماتریس رابطه‌ی ۲۱، به طور مثال، سطر اول و ستون ششم برای با یک شده است که اتصال گره نقطه ۱ به ۶ را نشان می‌دهد. در خصوص توضیحات تکمیلی در مورد ماتریس‌های مشخصات هندسی، جریان و آلینده، این ماتریس‌ها همگی براساس ماتریس نحوی اتصال پر و مقداردهی می‌شود، به طور مثال، با توجه به شبکه‌ی رودخانه شاخه‌یی شکل ۳، ماتریس‌های ذکر شده عبارت اند از:

$$V\left(\frac{m}{s}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{47} & 0 \\ 0 & V_{52} & V_{53} & 0 & 0 & 0 & V_{56} & 0 & 0 \\ V_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{65} & 0 & V_{67} \\ 0 & 0 & 0 & V_{72} & 0 & V_{76} & 0 & V_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

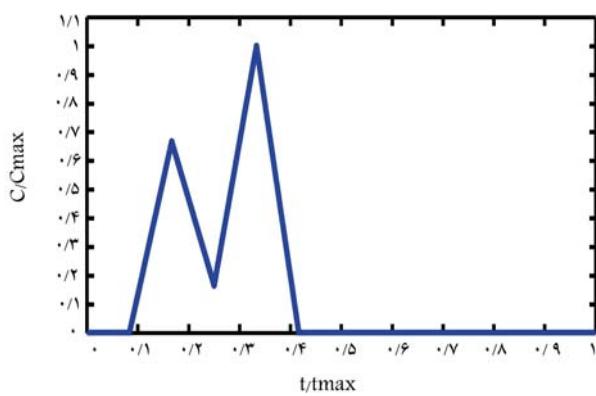
$$D\left(\frac{m^3}{s}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{47} & 0 \\ 0 & D_{52} & D_{53} & 0 & 0 & 0 & D_{56} & 0 & 0 \\ D_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{65} & 0 & D_{67} \\ 0 & 0 & 0 & D_{72} & 0 & D_{76} & 0 & D_{78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$A(m^4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{47} & 0 \\ 0 & A_{52} & A_{53} & 0 & 0 & 0 & A_{56} & 0 & 0 \\ A_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{65} & 0 & A_{67} \\ 0 & 0 & 0 & A_{72} & 0 & A_{76} & 0 & A_{78} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

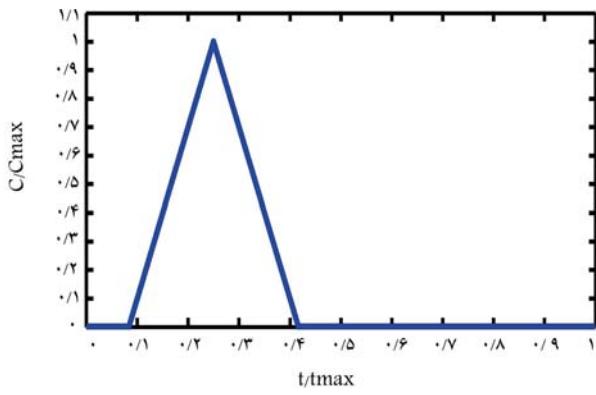
در ماتریس‌های ۲۲ تا ۲۴، V بیان‌گر ماتریس جریان، D بیان‌گر ماتریس آلینده و A بیان‌گر ماتریس مشخصات هندسی رودخانه است. پس از شبیه‌سازی، خروجی کار به صورت پروفیل غلظت آلدگی در زمان و مکان دلخواه خواهد بود.



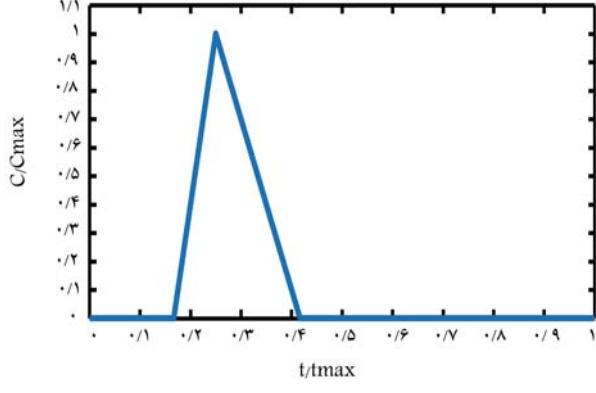
شکل ۴. مقایسه‌ی پروفیل مکانی غلظت دو حل تحلیلی و عددی برای زمان‌های بی بعد شده ۰/۵ و ۰/۸ برای مثال ۱-۱-۴.



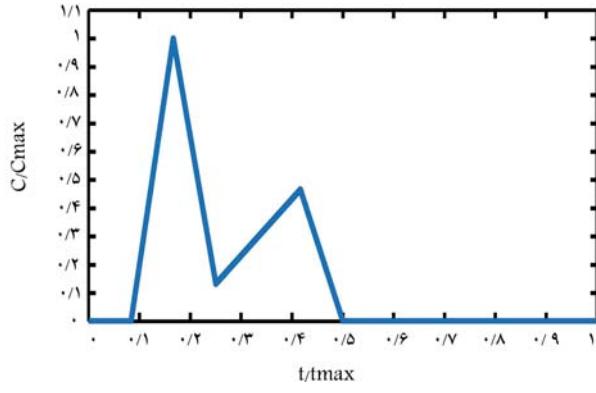
شکل ۵. الگوی غلظت ورودی از نقطه ۱.



شکل ۶. الگوی غلظت ورودی از نقطه ۲.



شکل ۷. الگوی غلظت ورودی از نقطه ۳.



شکل ۸. الگوی غلظت ورودی از نقطه ۴.

جدول ۲. مقایسه پروفیل مکانی دو حل تحلیلی و عددی با استفاده از شاخص‌های آماری برای شبکه‌ی رودخانه شاخه‌ی با شرط مرزی ثابت.

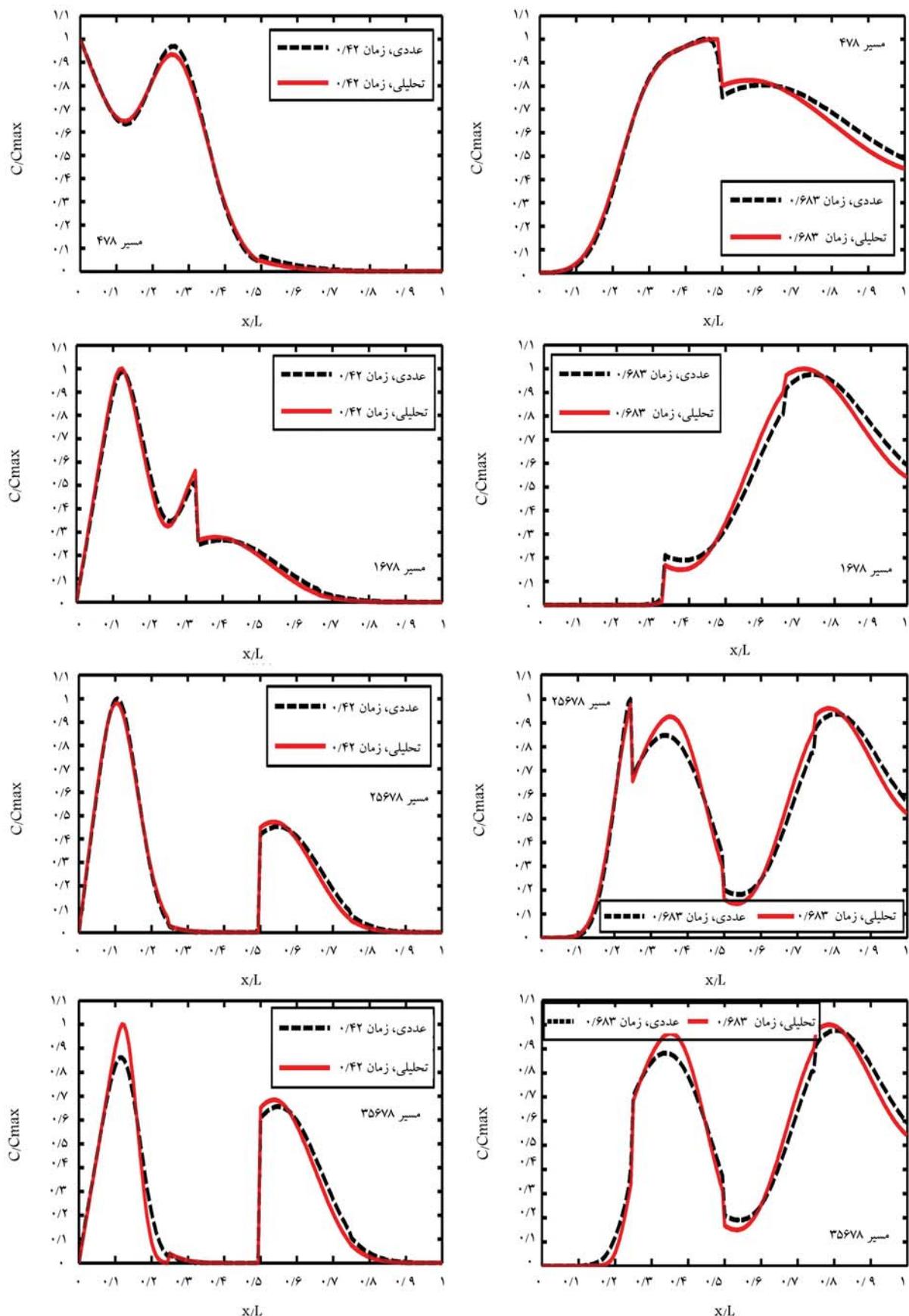
R^*	MAE (%)	$RMSE$ (kg/m ³)	مسیر و زمان
۹۸/۸۴	۰/۰۷۳۵	۰/۱۴۰۵	۰/۵، زمان ۴۷۸
۹۹/۹۲	۰/۰۴۰۸	۰/۰۸۵۴	۰/۵، زمان ۱۶۷۸
۹۸/۵۶	۰/۱۴۲۸	۰/۲۳۶	۰/۵، زمان ۲۵۶۷۸
۹۹/۱	۰/۱۴۴۵	۰/۲۴۳۲	۰/۵، زمان ۳۵۶۷۸
۹۰/۷۸	۰/۱۰۸۱	۰/۱۷۰۲	۰/۸، زمان ۴۷۸
۹۹/۳۴	۰/۰۹۹۹	۰/۱۴۴۱	۰/۸، زمان ۱۶۷۸
۹۹/۰۲	۰/۰۷۸۳	۰/۱۲۵۱	۰/۸، زمان ۲۵۶۷۸
۹۹/۱۵	۰/۰۷۸۹	۰/۱۲۶	۰/۸، زمان ۳۵۶۷۸

وارد مسیر شده و در کیلومتر ۳۳/۰ به دلیل بارگذاری ناشی از برآیند غلظت شاخه‌ی ۵۶، با گذشت زمان غلظت کاهش می‌شود. سپس در شاخه‌ی ۶۷ و در گره ۷ به علت بارگذاری ناشی از شاخه‌ی ۴۷، برآیند غلظت‌ها کاهش یافته و غلظت در کیلومتراز ۶۶/۰ در زمان ۸/۰ کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که اصطلاح «بارگذاری» به حاصل ضرب دبی در غلظت گفته می‌شود. در مسیر ۲۵۶۷۸، در کیلومتراز ۲۵/۰ به علت ورود موج غلظت از مسیر ۳۵، غلظت تقویت شده و افزایش غلظت در کیلومتر ۵/۰ به دلیل بارگذاری ناشی از مسیر ۱۶ ادامه می‌یابد و در کیلومتر ۷۵/۰ با گذشت زمان کاهش پیدا می‌کند. در انتهای برابر مسیر ۳۵۶۷۸ در کیلومتر ۵/۰ افزایش دریافت موج تقویتی غلظت از مسیر ۱۶، مسیر ۶۷ در کیلومتر ۵/۰ افزایش غلظت را به دنبال خواهد داشت.

بنابراین، با توجه به شکل ۴، در محل‌های اتصال شاخه‌ها به یکدیگر یعنی نقاط ۵، ۶ و ۷، تغییر غلظت آلودگی رخ می‌دهد که این تغییرات در برخی مسیرها روند افزایشی و در برخی دیگر روند کاهشی دارد، دلیل این امر تغییرات دبی و سطح مقطع جریان در هر شاخه است. در شکل ۴ در زمان ۸/۰ برای مسیر ۴۷۸ مقدار ناچیزی اختلاف در انتهای بین حل عددی با تحلیلی وجود دارد که علت آن وجود خطاهای رایج در حل‌های عددی، مانند خطای پراکنده‌ی عددی، خطای گرد کردن ۲۲ و خطای کوتاه کردن جملات ریاضی ۲۳ بسط تیلور است که این خطاهای در حل‌های تحلیلی وجود ندارد.

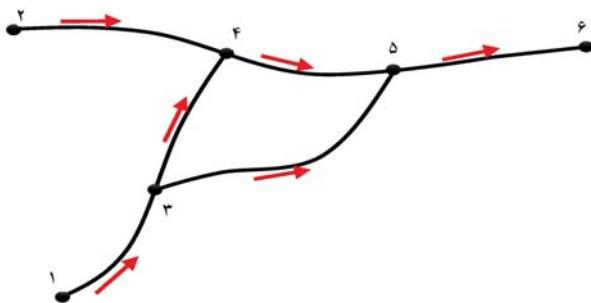
۲.۱.۴. مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه شاخه‌ی با شرایط مرزی متغیر

در این بخش به منظور مدل‌سازی شبکه‌ی شاخه‌ی شکل ۳، ۲، ۱، ۳ و ۴ به ترتیب مطابق شکل‌های ساعت و الگوی غلظت ورودی در نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ به دلیل شرایط مرزی مسیر ۱۲ تا ۸ است. نتایج حاصل از شبکه‌سازی شبکه‌ی شاخه‌ی شکل ۳ برای چهار مسیر ۴۷۸، ۱۶۷۸، ۳۵۶۷۸ و ۲۵۶۷۸ در دو زمان ۴۲/۰ و ۶۸۳/۰ (زمان بی بعد شده) مطابق با شکل ۹ است. همچنین شاخص‌های آماری محاسبه شده حاصل از دو حل تحلیلی و عددی در جدول ۳ قابل مشاهده است. با توجه به شکل ۹، آلودگی‌های مورد نظر به صورت الگوهای مثلثی منظم و نامنظم متغیر با زمان، از چهار نقطه‌ی ۱، ۲، ۳ و ۴ وارد سیستم می‌شوند و به دلیل این که آلودگی به صورت ثابت و پیوسته نیست، آلودگی در انتهای با گذشت زمان خارج می‌شود. در شکل ۹، در مسیر ۴۷۸، در ابتدا آلودگی مورد نظر با الگوی مثلثی نامنظم با دو پیک غلظت وارد مسیر شده و در کیلومتر ۵/۰ به علت ورود برآیند



شکل ۹. مقایسه پروفیل مکانی غلطت دو حل تحلیلی و عددی برای زمان های بی بعد شده $۰/۴۲$ و $۰/۶۸۳$ برای مثال ۴-۱-۲.

جدول ۳. مقایسه‌ی پروفیل مکانی دو حل تحلیلی و عددی با استفاده از شاخص‌های آماری برای شبکه‌ی رودخانه‌ی شاخه‌ی با شرط مرزی متغیر.



شکل ۱۰. شکل شماتیک شبکه‌ی حلقه‌ی با جهت جریان در هر مسیر.

جدول ۴. مشخصات جریان و الایندگی تخلیه شده در شبکه‌ی حلقه‌ی.

$Q(m^3/s)$	$D(m^3/s)$	$V(m/s)$	s	مسیر
۸	۲۰	۰/۳۵	۰/۰۰۰۱	۲۴
۱۴/۲	۸	۰/۵	۰/۰۰۰۴	۴۵
۲۵	۱۲	۰/۷۳	۰/۰۰۰۱	۵۶
۱۷	۵	۱/۳۲	۰/۰۰۰۵	۱۳
۶/۲	۱۵	۰/۳۳	۰/۰۰۰۵	۳۴
۱۰/۸	۱۰	۰/۵۳	۰/۰۰۰۹	۳۵

با عرض ۵ متر و طول ۵ کیلومتر است. مشخصات جریان و کanal شامل شیب (S)، سرعت (V)، ضریب پراکنده‌ی (D) و دبی جریان (Q) برای هر شاخه در جدول ۴ آمده است. به منظور کاربرد حل تحلیلی صورت گرفته در مدل‌سازی شبکه‌ی حلقه‌ی، دو شرایط مرزی ثابت و متغیر در نظر گرفته شده است.

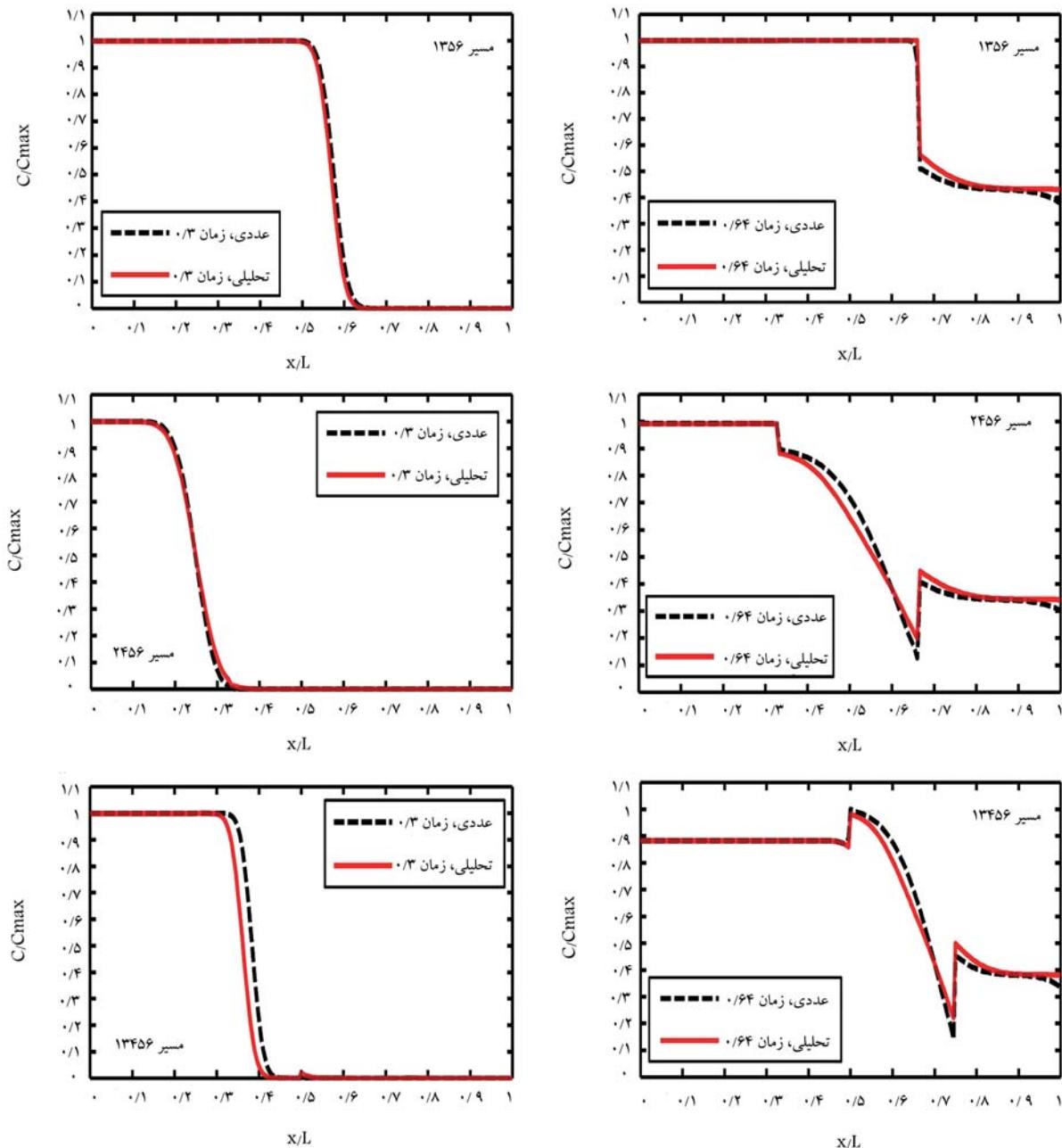
۱.۲.۴ مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه‌ی حلقه‌ی با شرایط مرزی ثابت به منظور شبیه‌سازی شبکه‌ی مورد نظر با شرایط مرزی ثابت در این بخش، زمان شبیه‌سازی ۱۰ ساعت و غلظت در نقاط ورودی ۱ و ۲ به ترتیب برابر با ۴ و ۵ کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شده است. همچنین نتایج حاصل از شبیه‌سازی در زمان‌های ۰/۳ و ۰/۶۴ (زمان بی بعد شده) برای سه مسیر ۱۳۴۵۶، ۲۴۵۶ و ۱۳۵۶ مطابق شکل ۱۱ است. با توجه به شکل ۱۱، در مسیر ۱۱، ابتدا آلودگی با غلظت ثابت ۴ کیلوگرم بر مترمکعب از مرز ۱ وارد مسیر مورد نظر شده و در کیلومتر ۲/۳۳ غلظت آلاینده ثابت مانده و در کیلومتر ۶/۶۰ با گذشت زمان در زمان ۰/۶۴، به دلیل برآیند غلظت ناشی از شاخه ۴۵، در شاخه ۵۶ از میزان غلظت آلودگی کسر می‌شود. در مسیر ۲۴۵۶، ابتدا آلودگی با غلظت ۵ کیلوگرم بر مترمکعب از گره ۲ وارد سیستم شده و در طول مسیر حرکت می‌کند و در کیلومتر ۳/۳۳ به دلیل موج منفی برآیند بارگذاری ناشی از شاخه ۳۴، در شاخه ۴۵، کاهش غلظت رخ می‌دهد و در انتهای نیز در کیلومتر ۶/۶۰ به دلیل موج تقویتی غلظت از شاخه ۳۵، برآیند غلظت در شاخه ۵۶ تقویت شده و افزایش می‌یابد. در مسیر ۱۳۴۵۶، غلظت آلودگی ۴ کیلوگرم بر مترمکعب از نقطه ۱ حرکت کرده و به دلیل بارگذاری برابر با شاخه ۳۵، در کیلومتر ۲/۵۰ تا ۰/۵۰ غلظت آلاینده همان‌طور ثابت می‌ماند و در کیلومتر ۲/۵۰ (گره ۴) به علت موج مشیت غلظت از شاخه ۲۴، غلظت در شاخه ۴۵ افزایش یافته و به طور مشابه نیز در نتیجه بارگذاری مثبت شاخه ۳۵، در ادامه مسیر برای شاخه ۵۴ افزایش غلظت با گذشت زمان روی می‌دهد. چنان‌که در شکل ۱۱ ملاحظه می‌شود،

R^*	MAE (%)	$RMSE$ (kg/m³)	مسیر و زمان
۹۹/۹	۰/۰۰۶۳	۰/۰۰۹۳	۰/۴۲، ۴۷۸
۹۹/۵۸	۰/۰۱۵	۰/۰۱۹۷	۰/۴۲، ۱۶۷۸
۹۹/۶۶	۰/۰۰۷۲	۰/۰۱۰۶	۰/۴۲، ۲۵۶۷۸
۹۸/۱۸	۰/۰۱۱۵	۰/۰۱۸۸	۰/۴۲، ۳۵۶۷۸
۹۹/۱۳	۰/۰۱۲	۰/۰۱۶	۰/۶۸۳، ۴۷۸
۹۸/۷۹	۰/۰۱۳۶	۰/۰۱۸۶	۰/۶۸۳، ۱۶۷۸
۹۸/۲۲	۰/۰۱۶۹	۰/۰۲۰۸	۰/۶۸۳، ۲۵۶۷۸
۹۸/۴۱	۰/۰۱۷۶	۰/۰۲۱۶	۰/۶۸۳، ۳۵۶۷۸

بارگذاری ناشی از شاخه ۶/۷، با گذشت زمان الگوی غلظت کاهش می‌یابد. تأخیر در زمان تزریق آلودگی در هریک از بارگذاری‌ها می‌تواند یکی از عوامل کاهش غلظت در مسیر ۴۷۸ باشد. در مسیر ۱۶۷۸، آلودگی با دو پیک غلظت از گره ۱ وارد مسیر مورد نظر شده و در کیلومتر ۳/۳ به علت کاهش برآیند غلظت در اثر بارگذاری ناشی از برآیند غلظت در مسیر ۵۶، غلظت شاخه ۶/۷ کاهش می‌یابد. اما با گذشت زمان در اثر ورود موج تقویتی مشیت غلظت از کیلومترهای ۳/۳ و ۰/۶۶ یعنی نقاط ۶ و ۷ (مربوط به شاخه‌های ۴۷ و ۵۶) وارد مسیر شده و در زمان ۸/۰ غلظت افزایش می‌یابد. در مسیر ۲۵۶۷۸، در ابتدا آلودگی به صورت یک پیک غلظت از گره ۲ وارد شده و در کیلومتر ۰/۲۵ (گره ۵) به دلیل تأخیر در تزریق غلظت از شاخه ۳۵، شاخه ۶/۷ کاهش می‌شود. در مسیر ۰/۳۳ به علت کاهش بوده و در کیلومتر ۰/۰ (گره ۶) به دلیل موج تقویتی غلظت از شاخه ۲۶ غلظت مسیر ۶/۷ افزایش می‌یابد. با گذشت زمان و در زمان ۰/۸ به دلیل برآیند غلظت مسیر ۶/۷ وارده از شاخه ۳۵، غلظت روند افزایشی در طول مسیر پیدا کرده و در انتهای با گذشت زمان کم ترشده و خارج می‌شود. در مسیر ۳۵۶۷۸ نیز همانند مسیر ۰/۲۵ به دلیل آلودگی در ابتدا در کیلومتر ۰/۲۵ به دلیل تأخیر در بارگذاری ورودی از شاخه ۲۵، غلظت در شاخه ۵۶ ناچیز بوده که در طول گذشت زمان، غلظت روند افزایشی پیدا کرده و کم کم در انتهای خارج می‌شود. در شکل ۹، نتایج نشان می‌دهد که اختلاف بین حل تحلیلی و عددی ناچیز بوده و دو حل تقریباً بر هم متنطبق‌اند و برای بالا بردن دقت می‌توان گام مکانی و گام زمانی را در هر دو حل تا حد ممکن کوچک‌تر در نظر گرفت تا این اختلاف بسیار کم‌تر شود. عمدۀ اختلاف‌ها برای دو حل معمولاً در محل قله‌ی نمودارها روی می‌دهد که دلیل اصلی آن وجود خطای پراکنده‌ی عددی در حل عددی است.

۲.۴. مثال دوم: ارزیابی و کاربرد حل تحلیلی در مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه‌ی حلقه‌ی

در مثال دوم، شبکه‌ی رودخانه‌ی حلقه‌ی به صورت شکل ۱۰ در نظر گرفته شده است. در این شبکه گره‌ها به صورت اعداد نامگذاری شده و جهت جریان مشخص شده است، همچنین تمامی مقاطع در این شبکه از نوع کanal مستطیلی



شکل ۱۱. مقایسه پروفیل مکانی غلظت دو حل تحلیلی و عددی برای زمان‌های بی بعد شده $\frac{0}{3}$ و $\frac{0}{64}$ برای مثال ۱-۲-۴.

جدول ۵. مقایسه پروفیل مکانی دو حل تحلیلی و عددی با استفاده از شاخص‌های آماری برای شبکه‌ی رودخانه حلقه‌ی با شرط مرزی ثابت.

R^*	MAE (%)	RMSE (kg/m^3)	مسیر و زمان
۹۹/۸۵	۰/۰۲۴۶	۰/۰۷۹۳	۰/۳، زمان ۱۳۵۶
۹۹/۹۲	۰/۰۲۵۱	۰/۰۶۲	۰/۳، زمان ۲۴۵۶
۹۷/۵۶	۰/۰۸۸	۰/۳۰۸۲	۰/۳، زمان ۱۳۴۵۶
۹۹/۸۱	۰/۰۳۰۴	۰/۰۶۴۸	۰/۶۴، زمان ۱۳۵۶
۹۹/۱۴	۰/۰۹۶۴	۰/۱۴۷۳	۰/۶۴، زمان ۲۴۵۶
۹۸/۸۶	۰/۰۷۳۶	۰/۱۲۸۱	۰/۶۴، زمان ۱۳۴۵۶

نتایج حاصل از حل عددی انطباق خوبی با حل تحلیلی در این پژوهش دارد. مقایسه‌ی آماری دو حل تحلیلی و عددی برای شبکه‌ی حلقه‌ی سکل ۱۰ در هر یک از مسیرها با استفاده از شاخص‌های آماری در جدول ۵ به ازای دو زمان مذکور آمده است. نتایج آماری نشان می‌دهد که دو حل تحلیلی و عددی انطباق خوبی دارند.

چنان‌که ذکر شد، با توجه به شکل ۱۱، با افزایش زمان، تغییراتی در نمودارهای سه مسیر ایجاد می‌شود که دلیل آن، تغییرات غلظت در محل‌های اتصال یعنی نقاط ۳، ۴ و ۵ است. این تغییرات به دلیل تغییر مشخصات جریان و سطح مقطع عرضی جریان در هر شاخه رخ می‌دهد و باعث کاهش یا افزایش غلظت از یک شاخه به شاخه‌ی دیگر می‌شود.

جدول ۶. مقایسه‌ی پروفیل مکانی دو حل تحلیلی و عددی با استفاده از شاخص‌های آماری برای شبکه‌ی رودخانه حلقه‌ی با شرط مرزی متغیر.

R^*	MAE	RMSE	مسیر و زمان
(%)	(kg/m³)	(kg/m³)	
۹۷/۴۵	۰/۰۳۵۸	۰/۰۶۰۱	۰/۴۲، زمان ۱۳۵۶
۹۹/۷۹	۰/۰۰۶	۰/۰۱۰۸	۰/۴۲، زمان ۲۴۵۶
۹۷/۶۵	۰/۰۲۷۹	۰/۰۵۶۱	۰/۴۲، زمان ۱۳۴۵۶
۹۷	۰/۰۴۲۳	۰/۰۶۹۱	۰/۶، زمان ۱۳۵۶
۹۶/۴۷	۰/۰۲۵۳	۰/۰۳۴۲	۰/۶، زمان ۲۴۵۶
۸۸/۴۷	۰/۰۴۳۷	۰/۰۸۰۳	۰/۶، زمان ۱۳۴۵۶

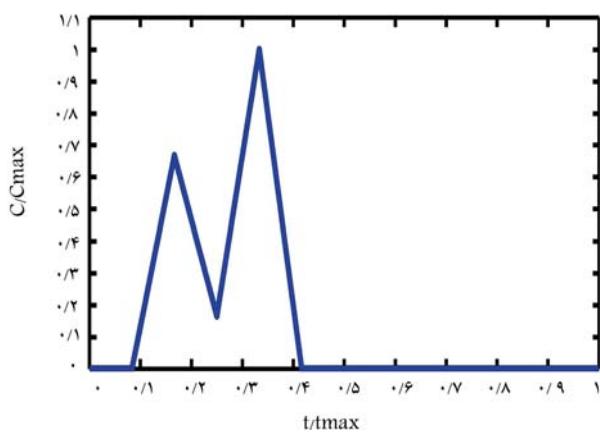
۳۵ غلطت آلودگی در کیلومترهای ۰/۲۵ تا ۰/۵ با همان الگوی اولیه حرکت می‌کند. در ادامه نیز در کیلومتراز ۵/۰ به دلیل ورود برآیند مشبت از شاخه‌ی ۲۴، در شاخه‌ی ۴۵ افزایش غلطت روی می‌دهد که در ادامه مسیر نیز با ورود موج مشبت آلودگی از سمت شاخه‌ی ۳۵، غلطت آلودگی تقویت شده و به تدریج از محیط خارج می‌شود.

چنان‌که در شکل ۱۴ ملاحظه می‌شود، حل تحلیلی با حل عددی انتطباق خوبی داشته و شاخص‌های آماری محاسبه شده در جدول ۶ دلالت بر این امر دارد. در محل‌های اتصال ۴، ۳ و ۵ در شکل ۱۴ به علت تغییر پارامترهای جریان و مقطع در هر شاخه، غلطت کاهش یا افزایش می‌پابد.

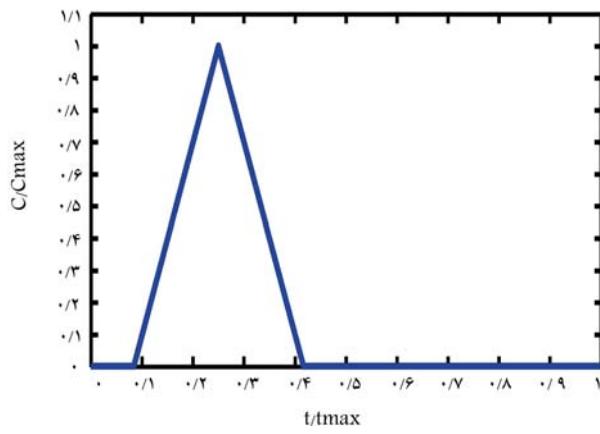
در این شکل، در زمان ۰/۶ برای مسیر ۱۳۴۵۶ به علت وجود خطاهای رایج حل عددی نظیر خطاهای پراکنده‌ی عددی، خطای گرد کردن و خطای کوتاه کردن جملات ریاضی، مقدار ناچیزی اختلاف بین حل عددی با تحلیلی وجود دارد که این خطاهای در حل تحلیلی نیست. هرچه گام مکانی و زمانی در این شبیه‌سازی کمتر در نظر گرفته شود، میزان خطای کاهش خواهد یافت.

۵. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، حل تحلیلی معادله‌ی انتقال و انتشار آلودگی ADRE برای شبکه‌ی رودخانه به طور عام، در یک دامنه‌ی محدود به ازای شرایط مرزی X_{11} (بالا دست و پایین دست از نوع دیریکله) و برای شرط اولیه صفر با استفاده از روش تبدیل لاپلاس به دست آمد، سپس با استفاده از حل تحلیلی انجام شده، مدل‌سازی دو نوع شبکه‌ی شاخه‌ی و حلقه‌ی با در نظر گرفتن شرایط مرزی ثابت و متغیر برای هر کدام انجام گرفت. این پژوهش نشان داد که روش تبدیل لاپلاس یک روش تحلیلی و ابزاری قدرتمند برای حل یک مسئله‌ی پیچیده مانند معادله‌ی انتقال جرم در شبکه‌ی رودخانه محسوب شده و توانایی شبیه‌سازی انواع شرایط مرزی پیچیده را دارد. همچنین حل تحلیلی صورت گرفته در این پژوهش برای شبیه‌سازی شبکه‌های پیچیده‌تر نیز کاربرد دارد. «محدودیت‌های الگوریتم‌های لاپلاس‌گیری معکوس عددی» از جمله معایب روش تبدیل لاپلاس در حل مسائل انتقال جرم است، که در این مورد باید الگوریتم‌هایی را در نظر گرفت که ضمن داشتن توانایی لازم برای لاپلاس معکوس توابع پیچیده‌ی محاسبه شده بر حسب متغیر ζ لاپلاس، دقت بالایی در محاسبات نیز داشته باشند؛ چراکه هرچه توابع بر حسب ζ ایجاد شده پیچیده‌تر شود، نمی‌توان لاپلاس وارون را به صورت تحلیلی گرفت. بنابراین باید از



شکل ۱۲. الگوی غلطت ورودی از نقطه ۱.

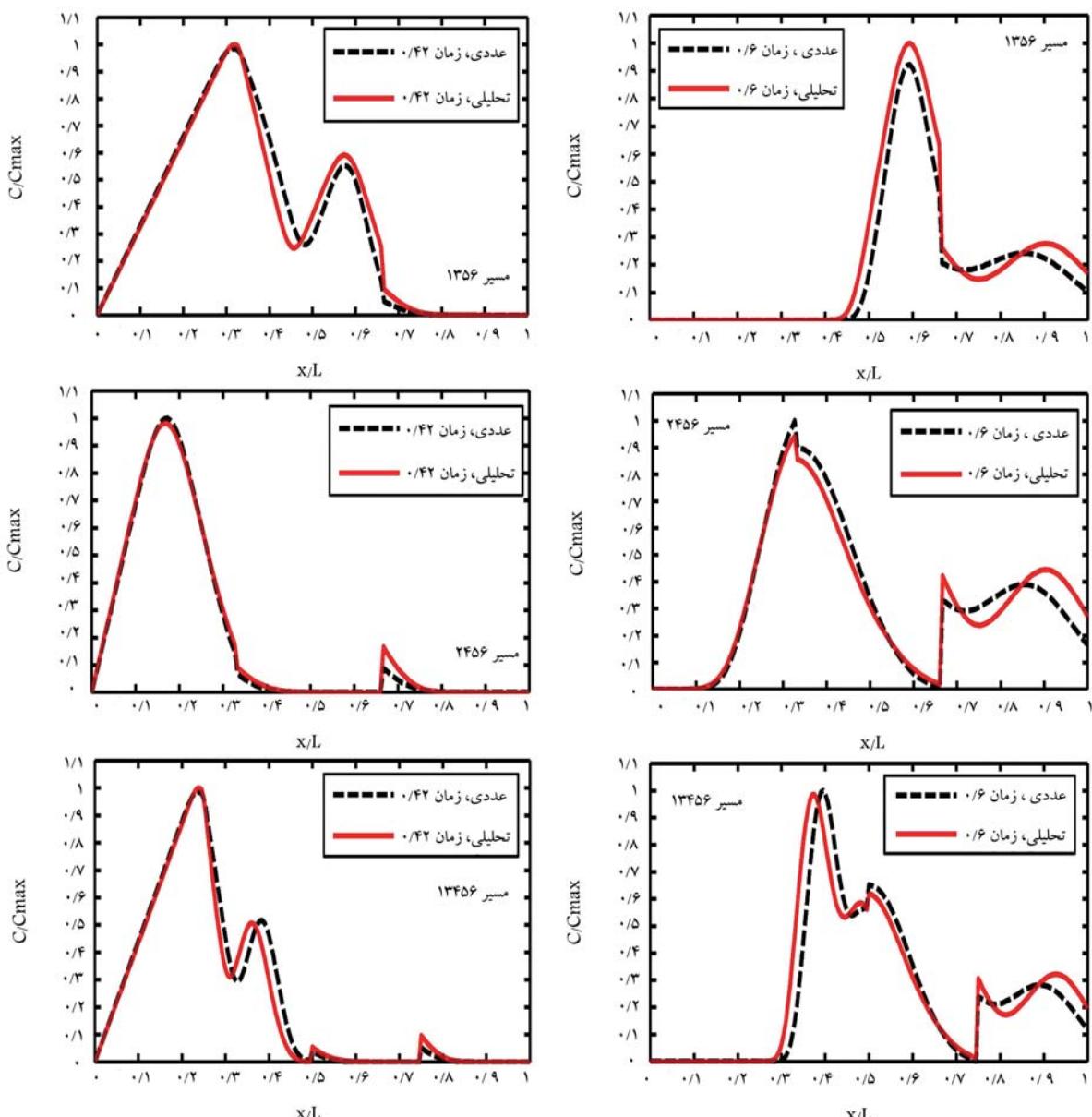


شکل ۱۳. الگوی غلطت ورودی از نقطه ۲.

۲.۲.۴. مدل‌سازی شبکه‌ی رودخانه حلقه‌ی با شرایط مرزی متغیر

در این بخش از شبیه‌سازی، زمان کل شبیه‌سازی ۱۲ ساعت و غلطت در نقاط ورودی ۱ و ۲ در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ قابل مشاهده است. همچنین نتایج حاصل از شبیه‌سازی در دو زمان ۰/۴۲ و ۰/۶ (زمان بی بعد شده) مطابق با شکل ۱۴ برای سه مسیر ۲۴۵۶، ۱۳۴۵۶ و ۱۳۵۶ ارائه شده است.

با توجه به شکل ۱۴، آلودگی‌های مورد نظر به صورت الگوهای متشابه منظم و نامنظم متغیر با زمان، از دو نقطه ۱ و ۲ وارد شبکه‌ی حلقه‌ی می‌شود و به دلیل این که آلودگی به صورت ثابت و پیوسته نیست لذا آلودگی در انتهای با گذشت زمان خارج می‌شود. در شکل ۱۴، برای مسیر ۱۳۵۶، آلودگی با الگوی متشابه غلطت متغیر با زمان از نقطه ۱ وارد مسیر شده و در کیلومتراز ۳/۳ به دلیل برابری بازگذاری‌های دو شاخه‌ی ۳۴ و ۳۵، آلودگی با همان الگو بدون تغییر وارد شاخه‌ی ۳۵ می‌شود؛ در کیلومتراز ۶/۶ به دلیل برآیند غلطت خارج می‌شود. در شاخه‌ی ۴۵، کاهش غلطت رخ داده و در انتهای خارج می‌شود. در مسیر ۲۴۵۶، آلودگی با الگوی متشابه نامنظم غلطت متغیر با زمان به صورت دو یک غلطت از گره ۲ وارد مسیر شده و به دلیل تأخیر در زمان بازگذاری ناشی از شاخه‌ی ۳۴، در شاخه‌ی ۴۵ در کیلومتراز ۳/۳ ابتدا غلطت ناچیز و سپس با گذشت زمان افزایش غلطت روی می‌دهد و در کیلومتراز ۶/۶ با گذشت زمان، به دلیل موج مشبت برآیند ناشی از شاخه‌ی ۳۵، در شاخه‌ی ۵۶ افزایش غلطت داشته و در انتهای کم غلطت خارج می‌شود. در مسیر ۱۳۴۵۶، آلودگی با دو یک غلطت وارد مسیر شده و به دلیل برابری بازگذاری دو شاخه‌ی ۳۴ و ۳۵، در شاخه‌ی



شکل ۱۴. مقایسه پروفیل مکانی غلظت دو حل تحلیلی و عددی برای زمان‌های بی بعد شده $0/42^{\circ}$ و $0/6^{\circ}$ برای مثال ۲-۴.

خطاهای (RMSE) و میانگین خطای مطلق (MAE) برای هر دو حل انجام شده در هر یک از شرایط مذکور محاسبه شد. نتایج نشان داد که، حل عددی انطباق خوبی نسبت به حل تحلیلی در شبکه‌ی رودخانه دارد و در مواردی که سرعت و ضریب پراکندگی در هر شاخه یک مقدار ثابت جدا از هم داشته باشد، حل‌های تحلیلی را به دلیل دقت و سرعت بالاتر انعطاف پیشتر و توانایی شبیه‌سازی‌های دلخواه می‌توان جایگزین حل‌های عددی در شبکه‌ی رودخانه کرد. بنابراین حل تحلیلی صورت گرفته در این پژوهش برای شبکه‌ی رودخانه به طور عام و کاربرد آن در مدل‌سازی دو شبکه‌ی شاخه‌یی و حلقه‌یی از مهم‌ترین نوآوری این پژوهش است. همچنین، نتایج حاصله نشان داد که در محل‌های اتصال شاخه‌ها به یکدیگر تغییرات غلظت آلوگری به صورت افزایشی یا کاهشی است؛ که علت آن تغییر مشخصات جریان ورودی به هر شاخه (مانند دبی جریان) و سطح مقطع در هر شاخه است.

آن دسته الگوریتم‌های لاپلاس‌گیری وارون عددی استفاده کرد که دقت و سرعت محاسبات بالایی داشته باشند. در مواردی که شبکه‌ی رودخانه از نظر تعداد شاخه‌ها، تقاضا مقدار ضریب پراکندگی و سرعت پیچیده‌تر باشد، حجم محاسبات به دلیل افزایش حجم ماتریس‌ها نظیر ماتریس نحوی اتصال، ماتریس سرعت، ماتریس ضریب پراکندگی، ماتریس سطح مقطع عرضی و ... به عنوان داده‌های ورودی برای شبکه بیشتر شده، در نهایت محاسبه‌ی ماتریس انتشار دشوارتر و دستگاه معادلات بزرگ‌تر خواهد بود. این امر علاوه بر افزایش هزینه محاسبات، زمان بر نیز هست. اما در مواردی که شبکه‌ی رودخانه از نظر تعداد شاخه‌ها، تقاضا مقدار ضریب پراکندگی و سرعت ساده‌تر باشد، هزینه محاسبات کم‌تر و شامل زمان کمتری خواهد بود. در ادامه به منظور اعتبارسنجی و ارزیابی حل تحلیلی، از حل عددی استفاده شد و شاخص‌های آماری شامل ضریب همبستگی (R^*)، جذر میانگین مربع

پانوشت‌ها

1. advection
2. dispersion
3. reaction
4. First fick's Law
5. Green Function Method
6. generaliaed integral transform technique (GITT)
7. Fourier Transform Method
8. Laplace Trtransform Method
9. inverse fourier transform
10. stretched gaussian distribution
11. conformable advection-dispersion equation
12. branch
13. loop
14. Dirichlet
15. ordinary differential equation (ODE)
16. concentrated matrix exponential
17. Gaver-Stehfest
18. Talbot
19. fully implicit
20. finite difference
21. central space
22. round-off errors
23. truncation errors

(References) منابع

1. Dietrich, WE., Wilson, CJ., Montgomery, DR. and et al. "Analysis of erosion thresholds, channel networks, and landscape morphology using a digital terrain model", *The Journal of Geology*, **101**(2), pp.259-78 (1993).
2. Montgommery, D. and Foufoula-Georgiou, E. "Channel network source representation using digital elevation model", *Water resources research*, **29**, pp. 3925-34 (1993).
3. Tarboton, DG., Bras, RL. and Rodriguez-Iturbe, I. "On the extraction of channel networks from digital elevation data", *Hydrological Processes*, **5**(1), pp. 81-100 (1991).
4. Campbell, RE., Winterbourn, MJ., Cochrane, TA. and et al. "Flow-related disturbance creates a gradient of metacommunity types within stream networks", *Landscape Ecology*, **30**(4), pp. 667-80 (2015).
5. Lazzaro, G., Soulsby, C., Tetzlaff, D. and et al. "A probabilistic approach to quantifying hydrologic thresholds regulating migration of adult Atlantic salmon into spawning streams", *Water Resources Research*, **53**(3), pp. 2264-77 (2017).
6. Sarremejame, R., Cañedo-Argüelles, M., Part, N. and et al. "Do metacommunities vary through time? Intermittent rivers as model systems", *Journal of Biogeography*, **44**(12), pp. 2752-63 (2017).
7. Dong, B., Ni, D. and Wang, Y. "Sharing a polluted river network", *Environmental and Resource Economics*, **53**(3), pp. 367-87 (2012).
8. Leibundgut, C., Maloszewski, P. and Külls, C. "Tracers in hydrology ", *John Wiley & Sons*, p.432 (2011).
9. Zhang, M-l., Shen, Y-m. and Guo, Y. "Development and application of a eutrophication water quality model for river networks", *Journal of Hydrodynamics*, **20**(6), pp. 719-26 (2008).
10. Heaton, LL., López, E., Maini, PK. and et al. "Advection, diffusion, and delivery over a network", *Physical Review E*, **86**(2), pp. 021905 (2012).
11. Guerrero, JP., Pimentel, LCG., Skaggs, TH. and et al. "Analytical solution of the advection-diffusion transport equation using a change-of-variable and integral transform technique", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **52**(13-14), pp. 3297-304 (2009).
12. Park, E. and Zhan, H. "Analytical solutions of contaminant transport from finite one-, two-, and three-dimensional sources in a finite-thickness aquifer", *Journal of contaminant hydrology*, **53**(1-2), pp. 41-61 (2001).
13. Wang, H. and Wu, H. "Analytical solutions of three-dimensional contaminant transport in uniform flow field in porous media", *A library Frontiers of Environmental Science & Engineering in China*, **3**(1), pp. 112-28 (2009).
14. Leij, FJ. and Van Genuchten, MT. "Analytical modeling of nonaqueous phase liquid dissolution with Green's functions", *Transport in Porous Media*, **38**(1), pp. 141-66 (2000).
15. Sanskrityayn, A., H. Suk, and N. Kumar, "Analytical solutions for solute transport in groundwater and riverine flow using Green's function method and pertinent coordinate transformation method", *Journal of hydrology*, **547**, pp. 517-533 (2017).
16. Sanskrityayn, A., et al. "Analytical solution of two-dimensional advection-dispersion equation with spatio-temporal coefficients for point sources in an infinite medium using Green's function method", *Environmental Fluid Mechanics*, **18**(3), pp. 739-757 (2018).
17. Mashhadgarne, N., Mazaheri, M. and Mohammad Vali Samani, J., "Analytical solutions to one-and two-dimensional Advection-Dispersion-Reaction equation with arbitrary source term time pattern using Green's function method", *Sharif Journal of Civil Engineering*, **33-2**, pp. 77-91 (in Persian) (2017).
18. Leij, FJ., Toride, N. and Van Genuchten, MT. "Analytical solutions for non-equilibrium solute transport in three-dimensional porous media", *Journal of Hydrology*, **151**(2-4), pp. 193-228 (1993).
19. Cotta, R.M., Knupp, D.C. and Naveira-Cotta, C.P. "Analytical heat and fluid flow in microchannels and microsystems", *Springer*, p.175 (2016).
20. Adrian, DD, Yu, FX .and Barbe, D. "Water quality modeling for a sinusoidally varying waste discharge concentration", *Water Research*, **28**(5), pp. 1167-74 (1994).
21. Dresnack, R. and Dobbins WE. "Numerical analysis of BOD and DO profiles", *Journal of the Sanitary Engineering Division*, **94**(5), pp. 789-808 (1968).
22. Yu. F., Adrian, D. and Singh, V. "Modeling river quality by the superposition method", *Journal of Environmental Systems*, **20**(4), pp. 1-16 (1991).
23. Chen, J-S., Liu, C-W., Liang, C-P. and et al. "Generalized analytical solutions to sequentially coupled multi-species advective-dispersive transport equations in a finite domain subject to an arbitrary time-dependent source boundary condition", *Journal of hydrology*, **456**, pp. 101-9 (2012).

24. Guerrero, JP. and Skaggs, T. "Analytical solution for one-dimensional advection-dispersion transport equation with distance-dependent coefficients", *Journal of Hydrology*, **390**(1-2), pp. 57-65 (2010).
25. Bharati, VK., Singh, VP., Sanskrityayn, A. and et al. "Analytical solution for solute transport from a pulse point source along a medium having concave/convex spatial dispersivity within fractal and Euclidean framework", *Journal of Earth System Science*, **128**(8), pp. 1-19 (2019).
26. Shukla, V. "Analytical solutions for unsteady transport dispersion of nonconservative pollutant with time-dependent periodic waste discharge concentration", *Journal of Hydraulic Engineering*, **128**(9), pp. 866-9 (2002).
27. Yang, S., Zhou, H., Zhang, S. and et al. "Analytical solutions of advective-dispersive transport in porous media involving conformable derivative", *Applied Mathematics Letters*, **92**, pp. 85-92 (2019).
28. Xu, Z. and Meakin, P. "Upscaling of solute transport in heterogeneous media with non-uniform flow and dispersion fields", *Applied Mathematical Modelling*, **37**(18-19), pp. 8533-42 (2013).
29. Simpson, MJ. and Ellery, AJ. "Exact series solutions of reactive transport models with general initial conditions", *Journal of Hydrology*, **513**, pp. 7-12 (2014).
30. Williams, GP. and Tomasko, D. "Analytical solution to the advective-dispersive equation with a decaying source and contaminant", *Journal of Hydrologic Engineering*, **13**(12), pp. 1193-6 (2008).
31. Kumar, P. and Sudheendra, S. "Mathematical solution of transport of pollutant in unsaturated porous media with retardation factor", *International Journal of Applied Engineering Research*, **13**(1), pp. 100-4 (2018).
32. Chen, J.-S., et al. "Analytical model for advective-dispersive transport involving flexible boundary inputs, initial distributions and zero-order productions", *Journal of Hydrology*, **554**, pp. 187-199 (2017).
33. Carr, E.J. "New semi-analytical solutions for advection-dispersion equations in multilayer porous media", *Transport in Porous Media*, **135**(1), pp. 39-58 (2020).
34. Yadav, R. and Kumar, L. "Solute transport for pulse type input point source along temporally and spatially dependent flow", *Pollution*, **5**(1), p. 53-70 (2019).
35. Yadav, R. and Yadav, V. "Three-dimensional analytical models for time-dependent coefficients through uniform and varying plane input source in semi-infinite adsorbing porous media", *Pollution*, **5**(1), pp. 81-98 (2019).
36. Genuchten, MT., Leij, FJ., Skaggs, TH. and et al. "Exact analytical solutions for contaminant transport in rivers 1. The equilibrium advection-dispersion equation", *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, **61**(2), pp. 146 (2013).
37. Mazaheri, M., MV Samani, J. and Samani H. "Analytical solution to one-dimensional advection-diffusion equation with several point sources through arbitrary time-dependent emission rate patterns", *Journal of Agricultural Science and Technology*, **15**(6):1231-45 (2013).
38. Kumar, A., Jaiswal, DK. and Kumar, N. "Analytical solutions of one-dimensional advection-diffusion equation with variable coefficients in a finite domain", *Journal of Earth System Science*, **118**(5), pp. 539-49 (2009).
39. Yates, SR. "An analytical solution for one-dimensional transport in heterogeneous porous media", *Water Resources Research*, **26**(10), pp. 2331-8 (1990).
40. Bavandpouri Gilan, N., Mazaheri, M. and Fotouhi Firouzabadi, M. "Analytical solution of contaminant transport equation in river by arbitrary variable coefficients using generalized integral transform technique", *Journal of Advanced Mathematical Modeling*, **7**(1), pp. 89-116 (in Persian) (2017).
41. Mashhadgarme, N., Mohammadvali Samani, J. and Mazaheri, M. "Analytical solution of pollution transport equation with arbitrary time pattern of multiple point sources using Green's function method", *Journal of Hydraulics*, **8**(4), pp. 13-25 (in Persian) (2013).
42. Ramezani M., et al. "Numerical modelling-based comparison of longitudinal dispersion coefficient formulas for solute transport in rivers", *Hydrological Sciences Journal*, **64**(7), pp. 808-819 (2019).
43. Najafzadeh, M. et al. "A comprehensive uncertainty analysis of model-estimated longitudinal and lateral dispersion coefficients in open channels", *Journal of Hydrology*, **603**, pp. 126850 (2021).
44. Noori, R. et al. "Estimation of the dispersion coefficient in natural rivers using a granular computing model", *Journal of Hydraulic Engineering*, **143**(5), pp. 04017001 (2017).
45. Korn, G.A. and Korn, TM. "Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review", *Courier Corporation*, p.1152 (2000).
46. Horváth, G., Horváth, I., Almousa, SA-D. and et al. "Numerical inverse laplace transformation using concentrated matrix exponential distributions", *Performance Evaluation*, **137**, pp. 102067 (2020).
47. Stehfest, H. "Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]", *Communications of the ACM*, **13**(1), pp. 47-9 (1970).
48. Villinger, H. "Solving cylindrical geothermal problems using the Gaver-Stehfest inverse Laplace transform", *Geophysics*, **50**(10), pp. 1581-7 (1985).
49. Murli, A. and Rizzardi, M. "Algorithm 682: Talbot's method of the Laplace inversion problems", *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, **16**(2), pp. 158-68 (1990).

کنترل همزمان جهت‌گیری و ارتعاشات خمشی - پیچشی ماهواره‌ی دارای پانل‌های چندقسمتی به کمک کنترل - مشاهده‌گر مرزی مبتنی بر معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

محمد‌هدی عطایی (دانشجوی دکتری)

حسین نجات پیشکاری (دانشیار)

حسن سالاریه^{*} (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

مهمشی مکانیک شریف (پیاپی ۱۴۰) دری ۳-۸۷، شماره ۱، ص ۵۱-۶۴، (پژوهشی)

در این مقاله کنترل مرزی مبتنی بر مشاهده‌گر معادلات جزیی برای وضعیت و ارتعاشات یک فرم کالی از ماهواره‌های انعطاف‌پذیر و بالحظ پیچش و خشن توان ارائه شده است. دینامیک وضعیت پنهانی صلب و ارتعاشات صفحات خورشیدی یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبط معمولی و جزیی را تشکیل می‌دهد که در این مقاله مستقیماً و بدون گسسته سازی کنترل می‌شود. در روش ارائه شده کمینه تعداد سیکنال پسخوراند از مرز قابل استفاده است که توسط مشاهده‌گر تخمین زده می‌شود. بنابراین فقط داده‌های وضعیت ماهواره و آهنگ تغییرات آن پایستی اندازه‌گیری شود ولی هچنان سیستم کنترل اطلاعات مربوط به ارتعاشات در اجزای گستره بهره می‌برد. پایداری مجانبی سیستم مدار بسته اثبات می‌شود و از طریق شبیه‌سازی اجزای محدود، عملکرد مناسب این کنترل‌کننده‌ی مرزی مبتنی بر مشاهده‌گر نشان داده می‌شود.

mehdi.sut@gmail.com
nejat@sharif.edu
salarieh@sharif.edu

واژگان کلیدی: مشاهده‌گر معادلات جزیی، کنترل مرزی، ماهواره انعطاف‌پذیر، دینامیک خارج از صفحه.

۱. مقدمه

و پایداری پاسخ مداربسته را تحت تأثیر قرار دهد یا آن که ناپایداری سرریز^۱ رخ دهد. اخیراً برای اجتناب از خطاهای توجه بیشتری به کنترل مستقیم معادلات جزیی معطوف شده است. این ایده از طریق نصب حسگرها و عملگرها در هر نقطه از گستره‌ی جسم یا صرفاً روی مرزهای آن تحقق می‌یابد. در مطالعات پیشین، برای اعمال کنترل‌گر مود لغزشی مرزی بر یک تیر اولر- برزلی تحت اغتشاش‌های محدود نامعلوم، رویه‌ی ارائه شده است.^[۱۲] همچنین برای یک بازوی دو عضوی صلب - منعطف با کوانتیزه کردن ورودی یک کنترل‌کننده‌ی مرزی طراحی شده که به تعداد زیادی سیگنال پسخوراند از مرزها نیاز دارد.^[۱۳]

محققان برای پایدارسازی نمایی ارتعاشات انعطافی حین حرکت در یک جرثقیل دروازه‌ی یک کنترل‌گر مرزی ارائه کردند.^[۱۴] آنان مدل‌های ساده‌ی از ماهواره‌ها را به صورت یک تیر با تنها یک درجه آزادی انتقالی در نظر گرفتند.^[۱۵] دیگرانی نیز ماهواره را به صورت یک تیر چرخان در صفحه فرض کردند.^[۱۶] در این پژوهش‌ها کنترل‌کننده‌ی معادلات جزیی با استفاده از پسخوراندها و قوانین کنترلی پیچیده معرفی شده است.

به علاوه در مطالعات بعدی، کنترل‌کننده‌های مرزی با پایداری مجانبی و نمایی

در صنعت مدرن اجزای انعطاف‌پذیر کاربرد رو به رشدی دارند زیاد وزن کمتر و مصرف انرژی پایین تری دارند. سیستم‌های فضایی مانند ماهواره‌ها و بازوی مکانیکی صفتی از جمله کاربردهای رایج در این زمینه‌اند. این ادوات عموماً متشکل از اجزای صلب و منعطف هستند. اما درجات آزادی بی‌نهایت در یک قطعه‌ی گسترد و معادلات دیفرانسیل مرتبط معمولی و جزیی^۲ توان کنترل دقیق را با دشواری‌هایی مواجه می‌سازد.

در ادبیات روش‌های متنوعی برای کنترل وضعیت و ارتعاشات ماهواره‌های انعطاف‌پذیر بر اساس گسسته‌سازی معادلات جزیی معرفی شده است. برای مثال روش‌های زمان بهینه، توزیع گشتاور به صورت مقید، مود لغزشی به علاوه تنظیم کننده‌ی مرتبه‌ی دوم خطی^۳، ترکیب کنترل پسخوراند نزد تغییر کرنش با کنترل لیاپانوف، تطبیقی و مقاوم، پیش‌بینی مدل، پسخوراند تناسبی و مشتقی و برخی روش‌های ابتکاری^[۱۱-۱۳] به کارگرفته شده است. اما مودهای به حساب نیامده در این رویکردها امکان دارد کیفیت

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۰۰/۰۶/۱۴، اصلاحیه ۱/۱، ۱۴۰۰/۰۱/۱۰، پذیرش ۰۵/۰۱/۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J40.2021.58511.1604

بدنه‌ی اصلی به همراه تغییرشکل خمی صفحات خورشیدی پرداخته شده است. در نوشته حاضر علاوه بر درجات آزادی مذکور، معادلات جزیی پیچش صفحات خورشیدی به صورت مرتبط با دینامیک دوران بدنه‌ی صلب محاسبه و کنترل شده است.

- معادلات جزیی گسترش‌سازی نمی‌شود و تلاش بر آن است تا کمترین تعداد سیگنال پسخوراند مورد نیاز باشد.

• با طراحی مشاهده‌گر معادلات جزیی لازم نیست سیگنال‌های پسخوراند مشتمل بر مشتقات جزیی زمان و موقعیت از مرز سیستم اندازه‌گیری شود و فقط با اندازه‌گیری وضعیت و سرعت زاویه‌ی ماهواره، داده‌های مرزی به وسیله مشاهده‌گر محاسبه و استفاده می‌شود، که در نتیجه پیاده‌سازی روش کنترلی را به راحتی امکان‌پذیر می‌کند.

• در این نوشته کنترل وضعیت همزمان با فرونشاندن ارتعاشات انجام می‌شود در حالی که فقط از دو عملکرگشتاور معمول داخل بدنه‌ی اصلی استفاده می‌شود.

• کنترل‌گر مورد نظر علاوه بر تأثیر پایداری، امکان تنظیم خصوصیات رفتار گذرا در دینامیک وضعیت ماهواره را فراهم می‌کند.

• در مقالات موجود عموماً ساختار ماهواره به صورت تیرچرخان که بدنه‌ی اصلی در وسط آن قرار دارد مدل شده است. اما در این پژوهش تلاش شده است به شرایط واقعی نزدیک تر شویم. در این راستا چند قسمتی بودن صفحات خورشیدی بازشونده لحاظ شده است.

بدین منظور معادلات دینامیکی به کمک اصل هامیلتون محاسبه می‌شود. مشاهده‌گر و سپس کنترل‌کننده‌ی مرزی طراحی و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته انجام می‌شود. به منظور شیوه‌سازی مدل دینامیکی به روش اجرای محدود نیز به دست می‌آید و عملکرد کنترل‌کننده‌ی مبنی بر مشاهده‌گر ارائه شده بررسی می‌شود.

۲. فرضیات

صفحات خورشیدی دارای مقطع مستطیل شکل و به لحاظ هندسی و خواص فیزیکی یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. بدنه‌ی اصلی یک مکعب صلب است. صفحات خورشیدی با نظریه‌ی تیرکلاسیک مدل می‌شود یعنی از تغییرشکل مقطع^{۱۰} صرف نظر می‌شود. نظر به شعاع بسیار بزرگ حرکت مداری ماهواره، ثابت زمانی دینامیک مربوطه بسیار بزرگ‌تر از دینامیک وضعیت ماهواره همچنین ارتعاشات است؛ لذا ارتباط حرکات تغییر وضعیت و مداری ماهواره قابل صرف نظر کردن است. این فرضیات همگی در میان مقالات مربوط به کنترل معادلات جزیی وضعیت و ارتعاشات ماهواره رایج است.^[۱۹-۱۵]

با توجه به ابعاد و شکل هندسی، سختی خمی در راستای محور لولاهاي قطعات پانل بسیار کمتر از سختی خمی در راستای دیگر است. به این دلیل دامنه‌ی جابه‌جایی ارتعاشی عمود بر صفحات بیشتر قابل توجه است. در خمی، روابط تیر اولر - برنولی^{۱۱} لحاظ و با توجه به وجود دو محور تقارن در هر مقطع، معادلات پیچش و خمی به صورت غیر مرتبط^{۱۲} به دست می‌آید.^[۲۲] در واقع به لحاظ هندسی هر مقطع دارای دو محور تقارن و توزیع جرم نیز در صفحات خورشیدی و هاب به صورت یکنواخت فرض می‌شود.

برای ماهواره‌ی در حرکت صفحه‌ی طراحی شد.^[۱۸] مدل ماهواره به صورت دو تیر طره که به دو سمت بدنه‌ی صلب جوش شده‌اند فرض شده است. برای اعمال کنترل تعدادی سیگنال پسخوراند با مشتقات از مراتب مختلف نسبت به مکان و زمان مورد نیاز است.

برای کاهش یا رفع نیاز به حسگرهای مرزی و در عین حال بهره بردن از اطلاعات دینامیکی اجزای گسترده، یک راهکار عبارت است از استفاده از مشاهده‌گر معادلات جزیی. با این وجود تاکنون کاربردهای زیادی از این دست ارائه نشده است. مرور روش‌های متنوع طراحی مشاهده‌گر^[۱۹] نشان داده به منظور طراحی مشاهده‌گر باید بعد سیستم کاهش یابد، که به آن «متمرکزسازی»^{۲۰} گفته می‌شود. بنابراین دو دسته رویکرد قابل ذکر است: «متمرکزسازی پیشین»^۳ که از طریق گسترش‌سازی مدل دینامیکی انجام می‌شود و «متمرکزسازی پسین»^۴ که صرفاً حین محاسبه‌ی تابع مشاهده‌گر بی نهایت بعدی طراحی می‌شود.

از روش‌های اجرای محدود، اختلاف محدود^۵، تخمین گارکین، بسط توابع ویژه^۶ و تجزیه‌ی متعامد^۷ به منظور متمرکزسازی بهره می‌گیرند. برخی از مطالعات موجود^[۲۲ و ۲۱] نمونه‌هایی از متمرکزسازی پیشین هستند در حالی که در بررسی‌های دیگر^[۲۵-۲۴] مشاهده‌گرهای بی نهایت بعدی طراحی شده است.

محققان به وسیله‌ی مشاهده‌گر^۸, H_{∞} , پایدارسازی وضعیت ماهواره به صورت مقاوم در برابر اغتشاش را انجام داده‌اند.^[۲۶] آنان همچنین به کنترل وضعیت برای ماهواره‌های منعطف پرداخته^[۱۷] و مشاهده‌گری برای کواترنیون‌ها و مدل گسترش‌سازی شده طراحی کرده‌اند. در مطالعات دیگری^[۲۸]، یک کنترل کننده‌ی مقاوم به همراه یک جبران‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر طراحی شده است تا تعیین کردن وضعیت در مدل متمرکز شده دو ماهواره میکروصلب که با تیر انعطاف‌پذیر به یکدیگر متصل شده‌اند، بررسی شود.

پژوهشگران یک مشاهده‌گر برای بازوی مکانیکی دواعضوی بر اساس مدل دینامیکی غیرخطی با معادلات جزیی طراحی کرده‌اند^[۱۹] که به محاسبه‌ی پسخوراندهایی پیچیده از مرزها نیاز دارد. مشاهده‌گر دیگری نیز بر اساس مدل بازوی مکانیکی منعطف تک عضوی با معادلات جزیی معروفی شده است^[۲۰] که به پسخوراند وضعیت و نزد تغییر آن علاوه بر مکان و سرعت نوک بازو نیاز دارد.

کنترل مرزی خروجی مبنی بر مشاهده‌گر برای یک تیر اولر - برنولی^[۲۱] می‌تواند به طور نمونه برای عضو انعطاف‌پذیر در ربات‌ها اعمال شود. در مطالعه‌ی دیگری^[۲۲] نیز با استفاده از روش سیگام زدن، طراحی مشاهده‌گر برای یک دسته از معادلات مرتبط دیفرانسیل هذلولی معمولی و جزیی مربوط به سیستم‌های زنجیره‌ی^۹ معرفی شده است. اندازه‌گیری در یک مرز انتهایی انجام می‌شود و نویسنگان به طور موقفيت‌آمیزی روش خود را در فرایند حفاری چاه نفت به کار برده‌اند. معادلات دیفرانسیل مورد بررسی، فقط از مرتبه اول مشتقات زمان و مکان هستند.

در مطالعه‌ی دیگر، ماهواره‌ی منعطف به صورت یک تیر طره چرخان جوش شده به بدنه‌ی صلب مدل شده است.^[۲۳] به منظور کنترل وضعیت و ارتعاشات از دو قانون کنترلی مرزی و یک گشتاور کنترلی گسترده استفاده شده است. مشاهده‌گری برای تخمین نیروی اغتشاشی گسترده طراحی شده است. البته تمامی متغیرهای حالت از دینامیک وضعیت و ارتعاشات که در مدل دینامیکی ظاهر شده‌اند باستثنی اندازه‌گیری شود که عملیاتی نیست.

۱. نوآوری‌های مطالعه‌ی حاضر

- عموماً در کنترل مرزی ماهواره فقط به دینامیک صفحه‌ی شامل دوران صلب

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^l w''_{r1} d\xi_{r1} + \int_0^l w''_{r2} d\xi_{r2}] + \sqrt{k_b(w'_{r1})_0} \\
 & + \sqrt{k_s(w'_{r1})_0 - w'_{r1}}_l + \sqrt{k_b(w'_{r2})_0} \\
 & + \sqrt{k_s(w'_{r2})_0 - w'_{r2}}_l + \sqrt{G I_p} \left[\int_0^l \varphi'_{r1} d\xi_{r1} \right. \\
 & \left. + \int_0^l \varphi'_{r2} d\xi_{r2} + \int_0^l \varphi'_{l1} d\xi_{l1} + \int_0^l \varphi'_{l2} d\xi_{l2} \right] \quad (2-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta E_w = & \tau_z \delta \theta + \tau_x \delta \phi - c_b \dot{w}'_{r1} (\delta w'_{r1})_0 \\
 & - c_s (\dot{w}'_{r1})_0 - \dot{w}'_{r1} (\delta w'_{r1})_0 - \delta w'_{r1} \\
 & - c_s (\dot{w}'_{r2})_0 - \dot{w}'_{r2} (\delta w'_{r2})_0 - \delta w'_{r2} \\
 & - c_b \dot{w}'_{l1} (\delta w'_{l1})_0 - c \dot{\varphi}_{r1} \delta \varphi_{r1} - c \dot{\varphi}_{r2} \delta \varphi_{r2} \quad (2-3)
 \end{aligned}$$

در معادلات بالا پارامترهای ρ , E , I_p , A , G و I به ترتیب معرف چگالی، مدول یانگ، مساحت مقطع و ممان دوم اینرسی مقطع، مدول برشی و ممان قطبی سطح مقطع برای کلیدی تیره است. نماد $(\cdot)_0$ به معنای مشتق نسبت به مکان (\cdot) و عدد بالاترین مرتبه نشانگر مرتبه مشتق است. همچنین زیروند های $[\cdot]$ و $[\cdot]_l$ به معنای محاسبه کمیت پیش از آن در مکان های \cdot و l است. به منظور محاسبه می معادلات دینامیک حاکم، از اصل هامیتون استفاده می شود.

$$\int_0^t (\delta E_p - \delta E_k - \delta E_w) dt = 0 \quad (3)$$

نماد وردش به صورت δ در نظر گرفته می شود. با جایگزینی روابط انرژی جنبشی، پتانسیل و کار مجازی در معادله فوق و پس از انتگرال گیری جزئی و مرتب سازی داریم:

$$\delta w_{r1} : \rho A \ddot{y}_{r1} + EI w'''_{r1} = 0 \quad (4-1)$$

$$\delta w_{r2} : \rho A \ddot{y}_{r2} + EI w'''_{r2} = 0 \quad (4-2)$$

$$\delta w_{l1} : \rho A \ddot{y}_{l1} + EI w'''_{l1} = 0 \quad (4-3)$$

$$\delta w_{l2} : \rho A \ddot{y}_{l2} + EI w'''_{l2} = 0 \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned}
 \delta \theta : J_z \ddot{\theta} = & \tau_z + EI[-h w'''_{r1}]_0 + w''_{r1} - w''_{r1} \\
 & + w''_{r2} - h w'''_{l1} + w''_{l1} - w''_{l1} + w''_{l2} \quad (4-5)
 \end{aligned}$$

$$\delta \varphi_{r1} : \rho I_p \ddot{\Phi}_{r1} - GI_p \varphi''_{r1} = 0 \quad (5-1)$$

$$\delta \varphi_{r2} : \rho I_p \ddot{\Phi}_{r2} - GI_p \varphi''_{r2} = 0 \quad (5-2)$$

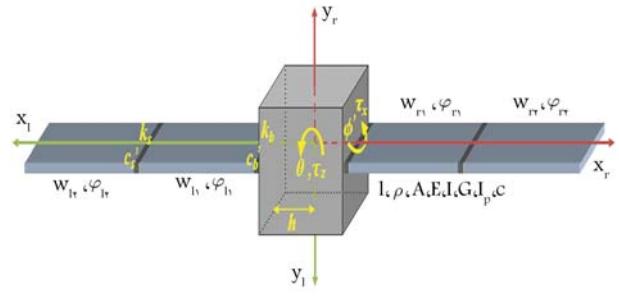
$$\delta \varphi_{l1} : \rho I_p \ddot{\Phi}_{l1} - GI_p \varphi''_{l1} = 0 \quad (5-3)$$

$$\delta \varphi_{l2} : \rho I_p \ddot{\Phi}_{l2} - GI_p \varphi''_{l2} = 0 \quad (5-4)$$

$$\begin{aligned}
 \delta \phi : J_x \ddot{\phi} = & \tau_x + GI_p [\varphi'_{r1}]_0 - \varphi'_{r1} \\
 & + \varphi'_{r2} + \varphi'_{l1} - \varphi'_{l1} + \varphi'_{l2} \quad (5-5)
 \end{aligned}$$

همچنین شرایط مرزی چنین محاسبه می شود:

$$\delta w'_{r1} : k_b w'_{r1} - EI w''_{r1} + c_b \dot{w}'_{r1} = 0 \quad (6-1)$$



شکل ۱. شماتیک مدل ماهواره.

۲. مدل سازی دینامیکی

در شکل ۱، نمای شماتیک ماهواره مورد نظر نشان داده شده است. متغیرهای τ_z , τ_x , I , k_b , c_b , k_s , c_s , c و پارامترهای θ , ϕ , w_{r1} , w_{r2} , φ_{r1} , φ_{r2} , w_{l1} , w_{l2} , φ_{l1} , φ_{l2} ترتیب معرف زوایای رول و پیچ ماهواره، تغییر شکل خمشی و پیچش در قسمت های صفحات خورشیدی سمت راست و چپ بدنه ای اصلی، گشتاور عملکر، طول هر قسمت از صفحات، ضرباب سختی و میرابی اتصالات مابین صفحات و بدنه ای اصلی همچنین مابین قسمت های صفحات خورشیدی در خمش و میرابی ساختاری تخمینی در پیچش است. دستگاه های مختصات بدنه مطابق شکل بالا با مراکز متصصل به مرکز جرم بدنه ای اصلی در نظر گرفته شده است. روابط مربوط به سرعت خطی و سرعت زاویه بیان هر المان روی تیرها، با فرض زاویه بیانی تغییر شکل پیچشی کوچک، عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_{r1} \hat{j}_r &= [(h + \xi_{r1})\dot{\theta} + \dot{w}_{r1}] \hat{j}_r \\
 \dot{y}_{r2} \hat{j}_r &= [(h + l + \xi_{r2})\dot{\theta} + \dot{w}_{r2}] \hat{j}_r \\
 \dot{y}_{l1} \hat{j}_l &= [(h + \xi_{l1})\dot{\theta} + \dot{w}_{l1}] \hat{j}_l \\
 \dot{y}_{l2} \hat{j}_l &= [(h + l + \xi_{l2})\dot{\theta} + \dot{w}_{l2}] \hat{j}_l \quad (1-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\Phi}_{r1} \hat{i}_r &= (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{r1}) \hat{i}_r, \dot{\Phi}_{r2} \hat{i}_r = (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{r2}) \hat{i}_r \\
 \dot{\Phi}_{l1} \hat{i}_r &= (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{l1}) \hat{i}_r, \dot{\Phi}_{l2} \hat{i}_r = (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{l2}) \hat{i}_r \quad (1-2)
 \end{aligned}$$

در روابط فوق \hat{j}_r , \hat{j}_l و \hat{i}_r به ترتیب معرف بردارهای یکه در راستای محورهای x_r , y_r , x_l , y_l و x_{l2} است. پارامتر ξ کمیت مکان در امتداد هر تیر است و باقی پارامترها در شکل ۱ نشان داده شده اند. بالاترین نقطه روی هر مختصات بیانگر مشتق نسبت به زمان است. انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار مجازی چنین محاسبه می شود:

$$\begin{aligned}
 E_k = & \frac{1}{2} \rho A \left[\int_0^l \dot{y}_{r1}^2 d\xi_{r1} + \int_0^l \dot{y}_{r2}^2 d\xi_{r2} + \int_0^l \dot{y}_{l1}^2 d\xi_{l1} \right. \\
 & \left. + \int_0^l \dot{y}_{l2}^2 d\xi_{l2} \right] + \frac{1}{2} J_z \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \rho I_p \left[\int_0^l \dot{\Phi}_{r1}^2 d\xi_{r1} \right. \\
 & \left. + \int_0^l \dot{\Phi}_{r2}^2 d\xi_{r2} + \int_0^l \dot{\Phi}_{l1}^2 d\xi_{l1} + \int_0^l \dot{\Phi}_{l2}^2 d\xi_{l2} \right] + \frac{1}{2} J_x \dot{\phi}^2 \quad (2-1)
 \end{aligned}$$

$$E_p = \frac{1}{2} EI \left[\int_0^l w''_{r1}^2 d\xi_{r1} + \int_0^l w''_{r2}^2 d\xi_{r2} \right. \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned}
 R_{bl} &= -EI[h w'''_{l\backslash}]_o - w''_{l\backslash}]_o \\
 &= -EIh w'''_{l\backslash}]_o + k_b w'_{l\backslash}]_o + c_b \dot{w}'_{l\backslash}]_o \\
 R_{br} &= -EI[h w'''_{r\backslash}]_o - w''_{r\backslash}]_o \\
 &= -EIh w'''_{r\backslash}]_o + k_b w'_{r\backslash}]_o + c_b \dot{w}'_{r\backslash}]_o \\
 \rho I_p \ddot{\Phi}_{r/l\backslash n} - GI_p \varphi''_{r/l\backslash n} &= 0 \\
 J_x \ddot{\phi} &= \tau_x + R_{tl} + R_{tr}, R_{tl} = GI_p \varphi'_{l\backslash}]_o + c \dot{\varphi}_{l\backslash}]_o \\
 R_{tr} &= GI_p \varphi'_{r\backslash}]_o + c \dot{\varphi}_{r\backslash}]_o
 \end{aligned} \tag{11-2}$$

در روابط فوق اندیس (n/r/1) سمت راست یا چپ و شماره قسمت مورد نظر از صفحات خورشیدی را تعیین می کند. به علاوه R_{bl} , R_{br} , R_{tl} و R_{tr} گشته اورهای عکس العملی در خمین و پیچش هستند که از جانب صفحات سمت چپ و راست به بدنه ای اصلی اعمال می شوند.

۳. طراحی مشاهده گر

با فرض آن که تنها مقادیر وضعیت و سرعت زاویه بی ماهواره اندازه گیری می شود، تمامی متغیرهای حالت دیگر به وسیله مشاهده گر تخمین زده می شود. برای محاسبه می معادلات مشاهده گر که به فرم دیفرانسیل مرتبط معمولی و جزیی است، معادلات دینامیکی سیستم چنین بازنویسی می شود:

$$\rho \ddot{A} y_{r/l\backslash n} + EI \ddot{w}_{r/l\backslash n} = 0 \tag{12-1}$$

$$J_z \ddot{\theta} = \tau_z + \hat{R}_{bl} + \hat{R}_{br} - k_{bop} \tilde{\theta} - k_{bod} \dot{\theta}; \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$$

$$\hat{R}_{bl} = -EI[h \hat{w}'_{l\backslash}]_o - \hat{w}''_{l\backslash}]_o$$

$$= -EIh \hat{w}'_{l\backslash}]_o + k_b \hat{w}'_{l\backslash}]_o + c_b \dot{\hat{w}}'_{l\backslash}]_o$$

$$\hat{R}_{br} = -EI[h \hat{w}'_{r\backslash}]_o - \hat{w}''_{r\backslash}]_o$$

$$= -EIh \hat{w}'_{r\backslash}]_o + k_b \hat{w}'_{r\backslash}]_o + c_b \dot{\hat{w}}'_{r\backslash}]_o$$

$$\rho I_p \ddot{\Phi}_{r/l\backslash n} - GI_p \varphi''_{r/l\backslash n} = 0$$

$$J_x \ddot{\phi} = \tau_x + \hat{R}_{tl} + \hat{R}_{tr} - k_{top} \tilde{\phi} - k_{tod} \dot{\tilde{\phi}}; \tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$$

$$\hat{R}_{tl} = GI_p \dot{\varphi}'_{l\backslash}]_l + c \dot{\varphi}_{l\backslash}]_l$$

$$\hat{R}_{tr} = GI_p \dot{\varphi}'_{r\backslash}]_l + c \dot{\varphi}_{r\backslash}]_l \tag{13-2}$$

نمادهای (۵) و (۶) به ترتیب معرف مقادیر تخمینی و خطای تخمین متغیرهای ضرایب k_{top} , k_{bod} , k_{bop} و k_{tod} بهره های مثبت مشاهده گر هستند. به طور مشابه روابط شرایط مرزی ۶ و ۷ قابل بازنویسی است. در ۲-۱۲ و ۲-۱۳ خطاهای تخمین وضعیت و سرعت زاویه بی ماهواره به عنوان ورودی در معادلات مشاهده گر استفاده شده است. با تفربیت روابط بالا از معادلات دینامیکی سیستم، دینامیک خطای به دست می آید:

$$\rho \ddot{A} y_{r/l\backslash n} + EI \ddot{w}_{r/l\backslash n} = 0 \tag{14-1}$$

$$J_z \ddot{\theta} = \tilde{R}_{bl} + \tilde{R}_{br} - k_{bop} \tilde{\theta} - k_{bod} \dot{\tilde{\theta}}; \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$$

$$\tilde{R}_{bl} = -EI[h \tilde{w}'_{l\backslash}]_o - \tilde{w}''_{l\backslash}]_o$$

$$\begin{aligned}
 \delta w'_{r\backslash}]_l : EI w''_{r\backslash}]_l - k_s(w'_{r\backslash}]_o - w'_{r\backslash}]_l) \\
 - c_s(\dot{w}'_{r\backslash}]_o - \dot{w}'_{r\backslash}]_l) = 0
 \end{aligned} \tag{6-2}$$

$$\begin{aligned}
 \delta w'_{r\backslash}]_o : -EI w''_{r\backslash}]_o + k_s(w'_{r\backslash}]_o - w'_{r\backslash}]_l) \\
 + c_s(\dot{w}'_{r\backslash}]_o - \dot{w}'_{r\backslash}]_l) = 0
 \end{aligned} \tag{6-3}$$

$$\delta w'_{l\backslash}]_o : k_b w'_{l\backslash}]_o - EI w''_{l\backslash}]_o + c_b \dot{w}'_{l\backslash}]_o = 0 \tag{6-4}$$

$$\begin{aligned}
 \delta w'_{l\backslash}]_l : EI w''_{l\backslash}]_l - k_s(w'_{l\backslash}]_o - w'_{l\backslash}]_l) \\
 - c_s(\dot{w}'_{l\backslash}]_o - \dot{w}'_{l\backslash}]_l) = 0
 \end{aligned} \tag{6-5}$$

$$\begin{aligned}
 \delta w'_{l\backslash}]_o : -EI w''_{l\backslash}]_o + k_s(w'_{l\backslash}]_o - w'_{l\backslash}]_l) \\
 + c_s(\dot{w}'_{l\backslash}]_o - \dot{w}'_{l\backslash}]_l) = 0
 \end{aligned} \tag{6-6}$$

$$\varphi_{r\backslash}]_l = \varphi_{r\backslash}]_o \rightarrow \delta \varphi_{r\backslash}]_l : GI_p (\varphi'_{r\backslash}]_l - \varphi'_{r\backslash}]_o) = 0 \tag{7-1}$$

$$\delta \varphi_{r\backslash}]_l : GI_p \varphi'_{r\backslash}]_l + c \dot{\varphi}_{r\backslash}]_l = 0 \tag{7-2}$$

$$\varphi_{l\backslash}]_l = \varphi_{l\backslash}]_o \rightarrow \delta \varphi_{l\backslash}]_l : GI_p (\varphi'_{l\backslash}]_l - \varphi'_{l\backslash}]_o) = 0 \tag{7-3}$$

$$\delta \varphi_{l\backslash}]_l : GI_p \varphi'_{l\backslash}]_l + c \dot{\varphi}_{l\backslash}]_l = 0 \tag{7-4}$$

از جمع معادلات شرایط مرزی ۶ برای تیرهای سمت راست و تیرهای سمت چپ خواهیم داشت:

$$k_b w'_{r\backslash}]_o + c_b \dot{w}'_{r\backslash}]_o + EI (w''_{r\backslash}]_l - w''_{r\backslash}]_o - w''_{r\backslash}]_o) = 0 \tag{8-1}$$

$$k_b w'_{l\backslash}]_o + c_b \dot{w}'_{l\backslash}]_o + EI (w''_{l\backslash}]_l - w''_{l\backslash}]_o - w''_{l\backslash}]_o) = 0 \tag{8-2}$$

پس از جایگذاری روابط ۴-۵ و ۷ در ۵-۶ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 J_z \ddot{\theta} &= \tau_z - EIh (w'''_{r\backslash}]_o + w'''_{l\backslash}]_o) \\
 &+ k_b (w'_{r\backslash}]_o + w'_{l\backslash}]_o) + c_b (\dot{w}'_{r\backslash}]_o + \dot{w}'_{l\backslash}]_o)
 \end{aligned} \tag{9-1}$$

$$\begin{aligned}
 J_x \ddot{\phi} &= \tau_x + GI_p (\varphi'_{r\backslash}]_o + \varphi'_{l\backslash}]_o) \\
 &+ c \dot{\varphi}_{r\backslash}]_l + c \dot{\varphi}_{l\backslash}]_l
 \end{aligned} \tag{9-2}$$

معادلات ۹ نشان می دهد چگونه ارتعاشات صفحات خورشیدی دینامیک وضعیت بدنه ای اصلی را تحت تأثیر قرار می دهد. جملات دوم، سوم و چهارم در سمت راست رابطه ۹-۱ به ترتیب مبنی گشته اور اعمال شده از طریق نیروی برشی و گشته اور ناشی از سختی ارجاعی و میرایی و یسکوز در اتصال بین صفحات خورشیدی با بدنه ای اصلی ماهواره است. همچنین جمله دوم در سمت راست معادله ۹-۲ معرف گشته اور برشی ناشی از پیچش صفحات خورشیدی در محل اتصال با هاب است.

برای یک فرم کلی از ماهواره ها با صفحات مشتمل از هر تعداد قسمت در دو یا یک سمت، دستگاه معادلات دینامیکی حاکم، شامل ۱۰-۱ و ۱۱-۱ را برای هر قسمت از صفحات به همراه ۱۰-۲ و ۱۱-۲ به عنوان دینامیک وضعیت، می توان نوشت:

$$\rho A \ddot{y}_{r/l\backslash n} + EI \ddot{w}_{r/l\backslash n} = 0 \tag{10-1}$$

$$J_z \ddot{\theta} = \tau_z + R_{bl} + R_{br}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^l \tilde{w}_{l\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{w}_{l\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \tilde{w}_{l\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{w}_{r\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} \\
 \dot{E}_{to} = & \rho I_p \left[\int_0^l \ddot{\Phi}_{r\backslash} \ddot{\Phi}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \ddot{\Phi}_{r\backslash} \ddot{\Phi}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} \right. \\
 & \left. + \int_0^l \ddot{\Phi}_{l\backslash} \ddot{\Phi}_{l\backslash} d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \ddot{\Phi}_{l\backslash} \ddot{\Phi}_{l\backslash} d\xi_{l\backslash} \right] + \\
 GI_p \int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{r\backslash}}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} + & \int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{r\backslash}}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} \\
 + \int_0^l \tilde{\varphi}'_{l\backslash} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{l\backslash}}{\partial t} \right) d\xi_{l\backslash} + & \int_0^l \tilde{\varphi}'_{l\backslash} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{l\backslash}}{\partial t} \right) d\xi_{l\backslash} \quad (17-3)
 \end{aligned}$$

انتگرال‌های ارزی جنبشی را بسط می‌دهیم:

$$\begin{aligned}
 \int_0^l \rho \dot{A} y_{r\backslash} \ddot{y}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} = & \int_0^l -E \dot{I} y_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''' d\xi_{r\backslash} = \\
 -E I [\dot{y}_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''']_0^l - & \int_0^l \dot{y}'_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''' d\xi_{r\backslash}] = \\
 -E I \{ [(h+l)\dot{\theta} + \dot{w}_{r\backslash}]_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'''_l - h\dot{\theta} \tilde{w}_{r\backslash}'''_0 \} - & \\
 -[\dot{y}'_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''']_0^l - & \int_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{y}_{r\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} \} \quad (18-1) \\
 \int_0^l \rho \dot{A} y_{r\backslash} \ddot{y}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} = & \int_0^l -E \dot{I} y_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''' d\xi_{r\backslash} = \\
 -E I [\dot{y}_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''']_0^l - & \int_0^l \dot{y}'_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''' d\xi_{r\backslash}] = \\
 -E I \{ [(h+2l)\dot{\theta} + \dot{w}_{r\backslash}]_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'''_l - & \\
 -[(h+l)\dot{\theta} + \dot{w}_{r\backslash}]_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'''_l - & \\
 -[\dot{y}_{r\backslash} \tilde{w}_{r\backslash}''']_0^l - & \int_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{y}_{r\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} \} \quad (18-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I) \int_0^l \rho I_p \dot{\Phi}_{r\backslash} \ddot{\Phi}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} \xrightarrow{(18)} & \int_0^l \dot{\Phi}_{r\backslash} G I_p \tilde{\varphi}_{r\backslash}'' d\xi_{r\backslash} = \\
 G I_p \dot{\Phi}_{r\backslash} \tilde{\varphi}'_{r\backslash}''_0 - & \int_0^l G I_p \dot{\Phi}'_{r\backslash} \tilde{\varphi}'_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} = G I_p \{-\dot{\phi} \tilde{\varphi}'_{r\backslash}\}_0^l \\
 + (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{r\backslash}) \tilde{\varphi}'_{r\backslash}''_0 - & \int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash} \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{r\backslash}}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} \quad (19-1)
 \end{aligned}$$

$$II) \int_0^l \rho I_p \dot{\Phi}_{r\backslash} \ddot{\Phi}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} = \int_0^l \dot{\Phi}_{r\backslash} G I_p \tilde{\varphi}_{r\backslash}'' d\xi_{r\backslash} =$$

$$\begin{aligned}
 & = -E I h \tilde{w}_{l\backslash}'''_0 + k_b \tilde{w}'_{l\backslash}''_0 + c_b \dot{w}'_{l\backslash}''_0 \\
 \tilde{R}_{br} = & -E I [h \tilde{w}_{r\backslash}'''_0 - \tilde{w}'_{r\backslash}''_0] \\
 = & -E I h \tilde{w}_{r\backslash}'''_0 + k_b \tilde{w}'_{r\backslash}''_0 + c_b \dot{w}'_{r\backslash}''_0 \quad (14-2) \\
 \rho I_p \ddot{\Phi}_{r/l} n - G I_p \tilde{\varphi}_{r/l}''_n = & 0 \quad (15-1) \\
 J_x \ddot{\phi} = & \tilde{R}_{tl} + \tilde{R}_{tr} - k_{top} \tilde{\phi} - k_{tot} \dot{\tilde{\phi}} ; \tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi} \\
 \tilde{R}_{tl} = & G I_p \tilde{\varphi}'_{l\backslash}''_0 + c \dot{\tilde{\varphi}}_{l\backslash}''_0 \\
 \tilde{R}_{tr} = & G I_p \tilde{\varphi}'_{r\backslash}''_0 + c \dot{\tilde{\varphi}}_{r\backslash}''_0 \quad (15-2)
 \end{aligned}$$

به منظور اثبات پایداری این مشاهده‌گر، یکتابع کاندید لیپانوف تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 V_o = & E_{bo} + 1/2 J_z \dot{\theta}^2 + 1/2 k_{bop} \tilde{\theta}^2 \\
 & + 1/2 J_x \dot{\phi}^2 + 1/2 k_s [(\tilde{w}'_{r\backslash}''_0 - \tilde{w}'_{r\backslash}''_l)^2 \\
 & + E_{to} + 1/2 k_{top} \tilde{\phi}^2 + (\tilde{w}'_{l\backslash}''_0 - \tilde{w}'_{l\backslash}''_l)^2] \\
 & + 1/2 k_b [(\tilde{w}'_{r\backslash}''_0)^2 + (\tilde{w}'_{l\backslash}''_0)^2] \quad (16-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{bo} = & 1/\sqrt{\rho A} [\int_0^l \dot{y}_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \dot{y}_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} \\
 & + \int_0^l \dot{y}_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \dot{y}_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash}] + 1/\sqrt{EI} [\int_0^l \tilde{w}''_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} \\
 & + \int_0^l \tilde{w}''_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \tilde{w}''_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \tilde{w}''_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash}] \quad (16-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{to} = & 1/\sqrt{\rho I_p} [\int_0^l \dot{\Phi}_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \dot{\Phi}_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} \\
 & + \int_0^l \dot{\Phi}_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \dot{\Phi}_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash}] + 1/\sqrt{GI_p} [\int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} \\
 & + \int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash}^2 d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \tilde{\varphi}'_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \tilde{\varphi}'_{l\backslash}^2 d\xi_{l\backslash}] \quad (16-3)
 \end{aligned}$$

سپس مشتق زمانی تابع کاندید لیپانوف مثبت معین بالا را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_o = & J_z \dot{\theta} \ddot{\theta} + k_{bop} \tilde{\theta} \ddot{\theta} + J_x \dot{\phi} \ddot{\phi} + k_{top} \tilde{\phi} \ddot{\phi} \\
 & + k_b [(\tilde{w}'_{r\backslash}''_0)(\dot{w}'_{r\backslash}''_l) + (\tilde{w}'_{l\backslash}''_0)(\dot{w}'_{l\backslash}''_l)] \\
 & + k_s [(\tilde{w}'_{r\backslash}''_0 - \tilde{w}'_{r\backslash}''_l)(\dot{w}'_{r\backslash}''_l - \dot{w}'_{r\backslash}''_l) + \dot{E}_{bo} \\
 & + (\tilde{w}'_{l\backslash}''_0 - \tilde{w}'_{l\backslash}''_l)(\dot{w}'_{l\backslash}''_l - \dot{w}'_{l\backslash}''_l)] + \dot{E}_{to} \quad (17-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_{bo} = & \rho A [\int_0^l \dot{y}_{r\backslash} \ddot{y}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \dot{y}_{r\backslash} \ddot{y}_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} \\
 & + \int_0^l \dot{y}_{l\backslash} \ddot{y}_{l\backslash} d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \dot{y}_{l\backslash} \ddot{y}_{l\backslash} d\xi_{l\backslash}] + \\
 EI [\int_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{w}_{r\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash} + & \int_0^l \tilde{w}_{r\backslash}'' \left(\frac{\partial \tilde{w}_{r\backslash}''}{\partial t} \right) d\xi_{r\backslash}
 \end{aligned}$$

محاسبه کنیم، قوانین کنترلی عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} \tau_z &= -k_{bd}\dot{\theta} - k_{bp}e_\theta - k_{bc}(\hat{w}'_{r\backslash}|_o + \hat{w}'_{l\backslash}|_o) \\ e_\theta &= \theta - \theta_d \end{aligned} \quad (22-1)$$

$$\begin{aligned} \tau_x &= -k_{ta}\dot{\phi} - k_{tp}e_\phi - k_{tc}(\hat{\varphi}'_{r\backslash}|_o + \hat{\varphi}'_{l\backslash}|_o) \\ e_\phi &= \phi - \phi_d \end{aligned} \quad (22-2)$$

و دینامیک مداربسته‌ی وضعیت عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} J_z\ddot{\theta} &= R_{bl} + R_{br} - k_{bd}\dot{\theta} - k_{bp}e_\theta \\ -k_{bc}(\hat{w}'_{r\backslash}|_o + \hat{w}'_{l\backslash}|_o) \end{aligned} \quad (23-1)$$

$$\begin{aligned} J_x\ddot{\phi} &= R_{tl} + R_{tr} - k_{td}\dot{\phi} - k_{tp}e_\phi \\ -k_{tc}(\hat{\varphi}'_{r\backslash}|_o + \hat{\varphi}'_{l\backslash}|_o) \end{aligned} \quad (23-2)$$

در واقع به منظور محاسبه‌ی پسخوراندها با استفاده از معادلات دینامیکی مشاهده‌گر با شرایط اولیه‌ی تخمینی به صورت همزمان حل شود. در این راستا روش اجرای محدود را به دلیل دقت بالای آن به کار می‌گیریم. مشابه فرایند اثبات پایداری برای روش کنترل ارائه شده، لازم است پایداری سیستم کنترلی مبنی بر مشاهده‌گر نیز اثبات شود. بنابراین مشابه قبل فرایند انتخاب تابع کاندید لیپانوف و روند اثبات را در پیش می‌گیریم:

$$\begin{aligned} V_c &= E_t + 1/2J_x\dot{\phi}^2 + 1/2\alpha_te_\phi^2 + E_b \\ &+ 1/2\beta_t(e_\phi + \frac{\varepsilon_t}{\beta_t}Sgn(\dot{\phi}))^2 + 1/2J_z\dot{\theta}^2 \\ &+ 1/2\beta_b(e_\theta + \frac{\varepsilon_b}{\beta_b}Sgn(\dot{\theta}))^2 + 1/2\alpha_be_\theta^2 \\ &+ 1/2k_s[(w'_{r\backslash}|_o - w'_{r\backslash}|_l)^2 + (w'_{l\backslash}|_o - w'_{l\backslash}|_l)^2] \\ &+ 1/2k_b[(w'_{r\backslash}|_o)^2 + (w'_{l\backslash}|_o)^2] \end{aligned} \quad (24-1)$$

$$\begin{aligned} E_b &= 1/\rho A[\int_0^l \dot{y}'_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \dot{y}'_{l\backslash} d\xi_{l\backslash}] \\ &+ \int_0^l \dot{y}'_{l\backslash} d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \dot{y}'_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + 1/\rho EI[\int_0^l w''_{r\backslash}|_l d\xi_{r\backslash} \\ &+ \int_0^l w''_{l\backslash}|_l d\xi_{l\backslash} + \int_0^l w''_{r\backslash}|_l d\xi_{r\backslash} + \int_0^l w''_{l\backslash}|_l d\xi_{l\backslash}] \end{aligned} \quad (24-2)$$

$$\begin{aligned} E_t &= 1/\rho I_p[\int_0^l \dot{\Phi}'_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \dot{\Phi}'_{l\backslash} d\xi_{l\backslash}] \\ &+ \int_0^l \dot{\Phi}'_{l\backslash} d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \dot{\Phi}'_{r\backslash} d\xi_{r\backslash} + 1/\rho GI_p[\int_0^l \varphi'_{r\backslash}|_l d\xi_{r\backslash} \\ &+ \int_0^l \varphi'_{r\backslash}|_l d\xi_{r\backslash} + \int_0^l \varphi'_{l\backslash}|_l d\xi_{l\backslash} + \int_0^l \varphi'_{l\backslash}|_l d\xi_{l\backslash}] \end{aligned} \quad (24-3)$$

ضرایب $\alpha_{b/t}$, $\varepsilon_{b/t}$ و $\beta_{b/t}$ در ادامه تعیین خواهد شد. مشتق زمانی تابع لیپانوف

$$GI_p[\dot{\Phi}_{r\backslash}\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_l] - \int_0^l GI_p[\dot{\Phi}'_{r\backslash}\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_l] d\xi_{r\backslash} =$$

$$\begin{aligned} GI_p[\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{r\backslash}|_l]\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_l - (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{r\backslash}|_o)\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_o \\ - \int_0^l \tilde{\varphi}'_{r\backslash}(\frac{\partial \tilde{\varphi}'_{r\backslash}}{\partial t}) d\xi_{r\backslash} \end{aligned} \quad (19-2)$$

پس از بسط دادن مشابه برای صفحات سمت چپ و با اعمال شرایط مرزی و مقداری ساده‌سازی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{bo} &= -(\dot{w}'_{r\backslash}|_o - \dot{w}'_{r\backslash}|_l)[k_s(\tilde{w}'_{r\backslash}|_o - \tilde{w}'_{r\backslash}|_l) \\ &+ c_s(\dot{w}'_{r\backslash}|_o - \dot{w}'_{r\backslash}|_l)] + hEI\dot{\theta}\tilde{w}'_{r\backslash}|_o \\ &- (\dot{w}'_{r\backslash}|_o + \dot{\theta})[k_b\tilde{w}'_{r\backslash}|_o + c_b\dot{w}'_{r\backslash}|_o] \\ &- (\dot{w}'_{l\backslash}|_o + \dot{\theta})[k_b\tilde{w}'_{l\backslash}|_o + c_b\dot{w}'_{l\backslash}|_o] \\ &- (\dot{w}'_{l\backslash}|_o - \dot{w}'_{l\backslash}|_l)[k_s(\tilde{w}'_{l\backslash}|_o - \tilde{w}'_{l\backslash}|_l) \\ &+ c_s(\dot{w}'_{l\backslash}|_o - \dot{w}'_{l\backslash}|_l)] + hEI\dot{\theta}\tilde{w}'_{l\backslash}|_o \end{aligned} \quad (20-1)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{to} &= -c(\dot{\varphi}'_{r\backslash}|_l + \dot{\varphi}'_{l\backslash}|_l) \\ &- \phi [GI_p(\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_o + \tilde{\varphi}'_{l\backslash}|_o) + c(\tilde{\varphi}'_{r\backslash}|_l + \tilde{\varphi}'_{l\backslash}|_l)] \end{aligned} \quad (20-2)$$

با لحاظ ۱۴ و ۱۵ از ۲۰ در ۱۷ جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= \dot{\theta}[-\tilde{R}_{bl} - \tilde{R}_{br}] - c(\dot{\varphi}'_{r\backslash}|_l + \dot{\varphi}'_{l\backslash}|_l) \\ &+ \dot{\theta}[\tilde{R}_{bl} + \tilde{R}_{br} - k_{bop}\tilde{\theta} - k_{bod}\dot{\theta}] + k_{bop}\tilde{\theta}\theta \\ &- c_s[(\dot{w}'_{r\backslash}|_o - \dot{w}'_{r\backslash}|_l)^2 + (\dot{w}'_{l\backslash}|_o - \dot{w}'_{l\backslash}|_l)^2] \\ &- c_b[(\dot{w}'_{r\backslash}|_o)^2 + (\dot{w}'_{l\backslash}|_o)^2] + \dot{\phi}[-\tilde{R}_{tl} - \tilde{R}_{tr}] \\ &+ \dot{\phi}[\tilde{R}_{tl} + \tilde{R}_{tr} - k_{top}\tilde{\phi} - k_{tod}\dot{\phi}] + k_{top}\tilde{\phi}\dot{\phi} \\ &= -k_{bod}\dot{\theta}^2 - k_{tod}\dot{\phi}^2 \\ &- c(\dot{\varphi}'_{r\backslash}|_l + \dot{\varphi}'_{l\backslash}|_l) - c_b[(\dot{w}'_{r\backslash}|_o)^2 + (\dot{w}'_{l\backslash}|_o)^2] \\ &- c_s[(\dot{w}'_{r\backslash}|_o - \dot{w}'_{r\backslash}|_l)^2 + (\dot{w}'_{l\backslash}|_o - \dot{w}'_{l\backslash}|_l)^2] \end{aligned} \quad (21)$$

به طور مشخص مشتق زمانی تابع لیپانوف منفی نیمه معین است؛ لذا تمامی جملات در این تابع مثبت معین و به عبارت دیگر خطاهای تخمین متغیرهای حالت مربوط به ارتعاشات و وضعیت ماهواره، محدود باقی می‌ماند. از این فراتر می‌توان تیجه‌گرفت خطاهای تخمین متغیرها به صورت مجانبی به صفر میل می‌کند. این استنتاج در قضیه‌ی ۱ (بخش ۵) بر اساس اصل ناوردایی لاسال^[۲۵] انجام گرفته است.

۴. طراحی کنترل کننده مرزی مبتنی بر مشاهده‌گر

با بهره‌گیری از مشاهده‌گر طراحی شده در بخش قبل، قادریم به کنترل مرزی وضعیت و ارتعاشات ماهواره بپردازیم. اگر فقط داده‌های وضعیت و سرعت زاویه‌ی هاب مورد نیاز باشد و سایر اطلاعات مرزی جهت پسخوراند را با تخمین توسط مشاهده‌گر

پس معادله‌ی ۲۶ چنین بازنویسی می‌شود:

چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= -c_s[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)^t] \\ &\quad - c_b[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s)^t] - c(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_l + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_l) \\ &\quad - k_{td}\dot{\phi}^t - k_{bd}\dot{\theta}^t + \begin{cases} \dot{\phi}f_{t\downarrow} < 0, \dot{\phi} < 0 \\ \dot{\phi}f_{t\downarrow} < 0, \dot{\phi} > 0 \\ 0, \dot{\phi} = 0 \end{cases} \\ &\quad + \begin{cases} \dot{\theta}f_{b\downarrow} < 0, \dot{\theta} < 0 \\ \dot{\theta}f_{b\downarrow} < 0, \dot{\theta} > 0 \\ 0, \dot{\theta} = 0 \end{cases} \Rightarrow \dot{V}_c \leq 0 \end{aligned} \quad (26)$$

لذا پایداری به مفهوم لیاپانوف به اثبات رسید.

۵. اثبات پایداری مجانبی با حضور مشاهده‌گر

در قضیه‌ی ۱ مجموعه‌ی ناوردای کل سیستم مداربسته مبتنی بر مشاهده‌گر تحلیل و محاسبه شده است. بدین جهت دوتابع لیاپانوف V_c و V_o جمع زده می‌شود تا تابع لیاپانوف ناظر بر کل سیستم به دست آید. مشتق زمانی این تابع کلی از روابط ۲۱ و ۲۹ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} V &= V_o + V_c \quad (30-1) \\ \dot{V} &= -c_s[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)^t \\ &\quad + (\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)^t] \\ &\quad - c_b[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s)^t + (\dot{w}'_{r\downarrow}|_s)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s)^t] \\ &\quad - c(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_l + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_l) - k_{bd}\dot{\theta}^t - k_{td}\dot{\phi}^t \\ &\quad - k_{bd}\dot{\theta}^t - k_{td}\dot{\phi}^t + \begin{cases} \dot{\phi}f_{t\downarrow} < 0, \dot{\phi} < 0 \\ \dot{\phi}f_{t\downarrow} < 0, \dot{\phi} \geq 0 \end{cases} \\ &\quad + \begin{cases} \dot{\theta}f_{b\downarrow} < 0, \dot{\theta} < 0 \\ \dot{\theta}f_{b\downarrow} < 0, \dot{\theta} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \dot{V} \leq 0 \end{aligned} \quad (30-2)$$

بنابراین سیستم به مجموعه‌ی ناوردای خود می‌کند که از اتحاد $V^\circ = 0$ محاسبه می‌شود.
قضیه‌ی ۱: شرط لازم برای $V^\circ = 0$ عبارت است از $\dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ و $\dot{\vartheta} = 0$. یعنی در چنین شرایطی، وضعیت و خطای تخمین آن مقادیری ثابت دارند که با $\theta = \theta^\circ$ و $\phi = \phi^\circ$ نامگذاری می‌شوند.

$$\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \theta = \theta^\circ = cte, \dot{\theta} = 0 \quad (10)$$

$$\rho A \ddot{w}_{r/l} + EI w'''_{r/l} = 0 \quad (31-1)$$

$$\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \tilde{\theta} = \tilde{\theta}^\circ = cte, \ddot{\theta} = 0 \quad (14)$$

$$\rho A \ddot{w}_{r/l} + EI \tilde{w}'''_{r/l} = 0 \quad (31-2)$$

$$\hat{\theta} = \theta - \tilde{\theta} \Rightarrow \hat{\theta} = \hat{\theta}^\circ = cte, \ddot{\theta} = 0 \quad (12)$$

$$\rho A \ddot{w}_{r/l} + EI \hat{w}'''_{r/l} = 0 \quad (31-3)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= J_x \dot{\phi} \ddot{\phi} + \alpha_t e_\phi \dot{\phi} + \beta_t \dot{\phi} (e_\phi + \frac{\varepsilon_t}{\beta_t} Sgn(\dot{\phi})) \\ &\quad + J_z \dot{\theta} \ddot{\theta} + \alpha_b e_\theta \dot{\theta} + \beta_b \dot{\theta} (e_\theta + \frac{\varepsilon_b}{\beta_b} Sgn(\dot{\theta})) \\ &\quad + k_s[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l) + \dot{E}_t] \\ &\quad + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)(\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l) + \dot{E}_b \end{aligned} \quad (25-1)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_b &= -(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)[k_s(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l) \\ &\quad + c_s(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)] + hEI \dot{\theta} w'''_{l\downarrow}|_s \\ &\quad - (\dot{w}'_{r\downarrow}|_s + \dot{\theta})[k_b \dot{w}'_{r\downarrow}|_s + c_b \dot{w}'_{r\downarrow}|_s] \\ &\quad - (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s + \dot{\theta})[k_b \dot{w}'_{l\downarrow}|_s + c_b \dot{w}'_{l\downarrow}|_s] \\ &\quad - (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)[k_s(\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l) \\ &\quad + c_s(\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)] + hEI \dot{\theta} w'''_{r\downarrow}|_s \end{aligned} \quad (25-2)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_t &= -c(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_l + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_l) \\ &\quad - \dot{\phi}[GI_p(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_s + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_s) + c(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_l + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_l)] \end{aligned} \quad (25-3)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= -k_{bd}\dot{\theta}^t + \dot{\phi}[-k_{tc}(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_s + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_s) \\ &\quad - k_{tp}e_\phi + \alpha_t e_\phi + \beta_t e_\phi + \varepsilon_t Sgn(\dot{\phi})] - k_{td}\dot{\phi}^t \\ &\quad - c(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_l + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_l) + \dot{\theta}[-k_{bc}(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s + \dot{w}'_{l\downarrow}|_s) \\ &\quad - k_{bp}e_\theta + \alpha_b e_\theta + \beta_b e_\theta + \varepsilon_b Sgn(\dot{\theta})] \\ &\quad - c_s[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s - \dot{w}'_{r\downarrow}|_l)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s - \dot{w}'_{l\downarrow}|_l)^t] \\ &\quad - c_b[(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s)^t + (\dot{w}'_{l\downarrow}|_s)^t] \end{aligned} \quad (26)$$

طبق اثبات پایداری لیاپانوف برای مشاهده‌گر در بخش قبل، متغیرهای تخمین زده شده توسط مشاهده‌گر همیشه محدود می‌مانند. بنابراین همواره ضرایب $\alpha_{b/t}, \varepsilon_{b/t}$ و $\beta_{b/t}$ را می‌توان به کمک روابط زیر تعیین کرد:

$$\begin{aligned} \forall k_{bp} > 0 : \exists \alpha_b, \beta_b > 0 | \alpha_b + \beta_b = k_{bp} \\ \forall t : \exists \varepsilon_b < 0 | \begin{cases} |\varepsilon_b| > |R_b| \\ R_b = k_{bc}(\dot{w}'_{r\downarrow}|_s + \dot{w}'_{l\downarrow}|_s) \end{cases} \end{aligned} \quad (27-1)$$

$$\begin{aligned} \forall k_{tp} > 0 : \exists \alpha_t, \beta_t > 0 | \alpha_t + \beta_t = k_{tp} \\ \forall t : \exists \varepsilon_t < 0 | \begin{cases} |\varepsilon_t| > |R_t| \\ R_t = k_{tc}(\dot{\varphi}'_{r\downarrow}|_s + \dot{\varphi}'_{l\downarrow}|_s) \end{cases} \end{aligned} \quad (27-2)$$

$$R_b + \varepsilon_b Sgn(\dot{\theta}) = \begin{cases} f_{b\downarrow} = -\varepsilon_b + R_b > 0, \dot{\theta} < 0 \\ f_{b\uparrow} = +\varepsilon_b + R_b < 0, \dot{\theta} > 0 \end{cases}$$

$$R_t + \varepsilon_t Sgn(\dot{\phi}) = \begin{cases} f_{t\downarrow} = -\varepsilon_t + R_t > 0, \dot{\phi} < 0 \\ f_{t\uparrow} = +\varepsilon_t + R_t < 0, \dot{\phi} > 0 \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [-E I h \chi'''_{br\backslash j}]_+ + k_b \chi'_{br\backslash j}]_+] \tilde{\eta}_{br\backslash j}(t) \\
 & = \sum_{i=1}^{\infty} [a_{bl\backslash i} \exp(\lambda_{bi} t) + \hat{a}_{bl\backslash i} \exp(\hat{\lambda}_{bi} t)] \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [a_{br\backslash j} \exp(\lambda_{bj} t) + \hat{a}_{br\backslash j} \exp(\hat{\lambda}_{bj} t)] \quad (37-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\tau}_{x^\circ} & = \sum_{i=1}^{\infty} G I_p \chi'_{tl\backslash i}]_+ \tilde{\eta}_{tl\backslash i}(t) + \sum_{j=1}^{\infty} G I_p \chi'_{tr\backslash i}]_+ \tilde{\eta}_{tr\backslash i}(t) \\
 & = \sum_{i=1}^{\infty} [a_{tl\backslash i} \exp(\lambda_{ti} t) + \hat{a}_{tl\backslash i} \exp(\hat{\lambda}_{ti} t)] \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [a_{tr\backslash j} \exp(\lambda_{tj} t) + \hat{a}_{tr\backslash j} \exp(\hat{\lambda}_{tj} t)] \quad (37-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{z^\circ} & = \sum_{i=1}^{\infty} [-E I h \chi'''_{bl\backslash i}]_+ + k_b \chi'_{bl\backslash i}]_+] \eta_{bl\backslash i}(t) \\
 & - k_{bc} \chi'_{bl\backslash i}]_+ \hat{\eta}_{bl\backslash i}(t) - k_{bc} \chi'_{bl\backslash j}]_+ \hat{\eta}_{bl\backslash j}(t) \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [-E I h \chi'''_{br\backslash j}]_+ + k_b \chi'_{br\backslash j}]_+] \eta_{br\backslash j}(t) \\
 & = \sum_{i=1}^{\infty} [b_{bl\backslash i} \exp(\lambda_{bi} t) + \hat{b}_{bl\backslash i} \exp(\hat{\lambda}_{bi} t)] \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [b_{br\backslash j} \exp(\lambda_{bj} t) + \hat{b}_{br\backslash j} \exp(\hat{\lambda}_{bj} t)] \quad (38-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{x^\circ} & = \sum_{i=1}^{\infty} G I_p \chi'_{tl\backslash i}]_+ \eta_{tl\backslash i}(t) - k_{tc} \chi'_{tl\backslash i}]_+ \hat{\eta}_{tl\backslash i}(t) \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} G I_p \chi'_{tr\backslash i}]_+ \eta_{tr\backslash i}(t) - k_{tc} \chi'_{tr\backslash j}]_+ \hat{\eta}_{tr\backslash j}(t) \\
 & = \sum_{i=1}^{\infty} [b_{tl\backslash i} \exp(\lambda_{ti} t) + \hat{b}_{tl\backslash i} \exp(\hat{\lambda}_{ti} t)] \\
 & + \sum_{j=1}^{\infty} [b_{tr\backslash j} \exp(\lambda_{tj} t) + \hat{b}_{tr\backslash j} \exp(\hat{\lambda}_{tj} t)] \quad (38-2)
 \end{aligned}$$

عبارات $b_{t/bl\backslash j}, \hat{b}_{t/bl\backslash i}, b_{t/bl\backslash i}, \hat{a}_{t/bl\backslash j}, a_{t/bl\backslash i}, \hat{a}_{t/bl\backslash i}$ و $\hat{b}_{t/bl\backslash j}$ ضرایب مختصر ترکیب شده هستند. حاصل جمع توابع نمایی متفاوت، برابر با یک مقدار ثابت شده است. این گزاره فقط و فقط زمانی برای همیشه برقرار خواهد بود که داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\tau}_{z^\circ} = \tau_{z^\circ} = 0 \\ \tilde{\tau}_{x^\circ} = \tau_{x^\circ} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\theta} = e_\theta = 0 \\ \tilde{\phi} = e_\phi = 0 \end{array} \right. \quad (39)$$

رابطه‌ی ۳۹ حاکی از آن است که خطای تخمین وضعیت و خطای وضعیت نسبت به مطلوب با مقادیر صفر، عضو مجموعه‌ی ناوردادست، حتی اگر از وجود میرایی صرف نظر شود. به علاوه چنان که در لم ۱ اثبات شده، خطای تخمین پارامترهای ارتعاشی و مقادیر واقعی آنها نیز با مقادیر صفر عضو مجموعه‌ی ناوردا هستند.

$$\dot{\phi} = 0 \Rightarrow \phi = \phi_0 = cte, \ddot{\phi} = 0 \quad (11)$$

$$\rho A \ddot{\varphi}_{r/l} - G I_p \varphi''_{r/l} = 0 \quad (32-1)$$

$$\dot{\tilde{\phi}} = 0 \Rightarrow \tilde{\phi} = \tilde{\phi}_0 = cte, \ddot{\tilde{\phi}} = 0 \quad (15)$$

$$\rho A \ddot{\varphi}_{r/l} - G I_p \tilde{\varphi}''_{r/l} = 0 \quad (32-2)$$

$$\dot{\hat{\phi}} = \phi - \tilde{\phi} \Rightarrow \hat{\phi} = \hat{\phi}_0 = cte, \ddot{\hat{\phi}} = 0 \quad (13)$$

$$\rho A \ddot{\varphi}_{r/l} - G I_p \hat{\varphi}''_{r/l} = 0 \quad (32-3)$$

صرف نظر از میرایی، به منظور تعیین مقادیر $\phi_0, \tilde{\phi}_0, \hat{\phi}_0$ و دینامیک خطای و سیستم مداربسته‌ی ۲۳ را بازنویسی می‌کنیم. چهار مقدار ثابت از این روابط به دست می‌آید که با پارامترهای $\tau_{x^\circ}, \tau_{z^\circ}, \tilde{\tau}_{z^\circ}$ و $\tau_{x^\circ}, \tau_{z^\circ}, \tilde{\tau}_{z^\circ}$ نمایش داده می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \tilde{\tau}_{z^\circ} \square k_{bop}(\theta_0 - \hat{\theta}_0) & = \\
 - E I h (\tilde{w}_{l\backslash}''' + \tilde{w}_{r\backslash}''')]_+ + k_b (\tilde{w}'_{l\backslash}]_+ + \tilde{w}'_{r\backslash}]_+) \quad (33-1)
 \end{aligned}$$

$$\tilde{\tau}_{x^\circ} \square k_{top}(\phi_0 - \hat{\phi}_0) = G I_p (\tilde{\varphi}'_{l\backslash}]_+ + \tilde{\varphi}'_{r\backslash}]_+) \quad (33-2)$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{x^\circ} \square k_{bp}(\theta_0 - \theta_d) & = - E I h (w'''_{l\backslash}]_+ + w'''_{r\backslash}]_+) \\
 + k_b (w'_{l\backslash}]_+ + w'_{r\backslash}]_+) - k_{bc} (w'_{l\backslash}]_+ + w'_{r\backslash}]_+) \quad (34-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_{x^\circ} \square k_{tp}(\phi_0 - \phi_d) & = G I_p (\varphi'_{l\backslash}]_+ + \varphi'_{r\backslash}]_+) \\
 - k_{tc} (\hat{\varphi}'_{r\backslash}]_+ + \hat{\varphi}'_{l\backslash}]_+) \quad (34-2)
 \end{aligned}$$

به منظور حل معادلات فوق با کمک جداسازی متغیرها داریم:

$$w = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{bi}(x) \eta_{bi}(t) \quad (35-1)$$

$$\eta_{bi}(t) = a_{b^\circ i} \exp(\lambda_{bi} t), \lambda_{bi} = \sigma_{bi} + j\omega_{bi} \quad (35-1)$$

$$\hat{w} = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{bi}(x) \hat{\eta}_{bi}(t) \quad (35-2)$$

$$\hat{\eta}_{bi}(t) = \hat{a}_{b^\circ i} \exp(\hat{\lambda}_{bi} t), \hat{\lambda}_{bi} = \hat{\sigma}_{bi} + j\hat{\omega}_{bi} \quad (35-2)$$

$$\tilde{w} = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{bi}(x) \tilde{\eta}_{bi}(t), \tilde{\eta}_{bi}(t) = \eta_{bi}(t) - \hat{\eta}_{bi}(t) \quad (35-3)$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{ti}(x) \eta_{ti}(t) \quad (36-1)$$

$$\eta_{ti}(t) = a_{t^\circ i} \exp(\lambda_{ti} t), \lambda_{ti} = \sigma_{ti} + j\omega_{ti} \quad (36-1)$$

$$\hat{\varphi} = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{ti}(x) \hat{\eta}_{ti}(t) \quad (36-2)$$

$$\hat{\eta}_{ti}(t) = \hat{a}_{t^\circ i} \exp(\hat{\lambda}_{ti} t), \hat{\lambda}_{ti} = \hat{\sigma}_{ti} + j\hat{\omega}_{ti} \quad (36-2)$$

$$\tilde{\varphi} = \sum_{i=1}^{\infty} \chi_{ti}(x) \tilde{\eta}_{ti}(t), \tilde{\eta}_{ti}(t) = \eta_{ti}(t) - \hat{\eta}_{ti}(t) \quad (36-3)$$

با استفاده از روابط ۳۵ و ۳۶ می‌توان روابط ۳۳ و ۳۴ را بسط داد تا بدون در نظر گرفتن میرایی، روابط زیر حاصل شود.

$$\tilde{\tau}_{z^\circ} = \sum_{i=1}^{\infty} [-E I h \chi'''_{bl\backslash i}]_+ + k_b \chi'_{bl\backslash i}]_+] \tilde{\eta}_{bl\backslash i}(t)$$

جنبشی و پتانسیل عبارتند از:

لم: ۱ طبق معادله‌ی ۲۱ داریم:

$$[m_b] = \frac{\rho A l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -12l_e \\ & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ & & 156 & -22l_e \\ Sym. & & & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

$$[k_b] = \frac{EI}{l_e^2} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ & & 12 & -6l_e \\ Sym. & & & 4l_e^2 \end{bmatrix}$$

$$[m_t] = \frac{\rho I_p l_e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}, [k_t] = \frac{G I_p}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

پارامترهای شبیه‌سازی طبق جدول ۱ در نظر گرفته شده‌اند. قانون کترولی مبنی بر مشاهده‌گر که در این فصل معرفی شد اعمال شده است. در شبیه‌سازی اول همه متغیرهای حالت به جز موارد ذیل از شرایط اولیه صفر و با زاویه مطلوب ۲۵ درجه برای رول و پیچ هاب لحاظ و یک شرایط اولیه فرضی برای مشاهده‌گر در نظر گرفته شده است.

می‌دانیم مشاهده‌گر بایستی از کنترل‌کننده سریع‌تر باشد لذا بهره‌های مربوطه ده بزرگ‌تر انتخاب شده است. شرایط اولیه و ضرایب مشاهده‌گر و کنترل‌کننده عبارت‌اند از:

$$k_{bp} = 1/5, k_{bd} = 20, k_{bc} = 20, k_{tp} = 3, k_{td} = 10, k_{tc} = 5$$

$$k_{bop} = 15, k_{bod} = 200, k_{top} = 30, k_{tod} = 100$$

$$t = 0 :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w'_{r2}|_0 = w'_{l2}|_0 = -10^\circ, w'_{r1}|_0 = w'_{l1}|_0 = 15^\circ, \theta = 0^\circ \deg \\ \hat{w}'_{r2}|_0 = \hat{w}'_{l2}|_0 = 5^\circ, \hat{w}'_{r1}|_0 = \hat{w}'_{l1}|_0 = -5^\circ, \hat{\theta} = -10^\circ \deg \\ \varphi_{r2}|_0 = \varphi_{l2}|_0 = 5^\circ, \varphi_{r1}|_0 = \varphi_{l1}|_0 = 10^\circ, \phi = -5^\circ \deg \\ \dot{\varphi}_{r2}|_0 = \dot{\varphi}_{l2}|_0 = -5^\circ, \dot{\varphi}_{r1}|_0 = \dot{\varphi}_{l1}|_0 = 5^\circ, \dot{\phi} = 5^\circ \deg \end{array} \right.$$

مقدار ناچیزی برای ضرایب میرایی (۵، ۲)، فرض شده است که نسبت میرایی معادل آن $0/006 = 0$ است تا کیفیت پایدارسازی کنترل‌کننده مستقل‌تر بررسی شود. با توجه به حجم بالای محاسبات، این میزان ناچیز میرایی از تأثیر مخرب خطاهای محاسباتی جلوگیری می‌کند.

نکته‌ی ۱: یک موضوع قابل بررسی تعیین تعداد مناسب المان‌ها برای مدل‌سازی هر تیر است. شبیه‌سازی با تغییر تعداد المان‌ها از یک تا بیش از ۵ عدد نشان داد با ۵ المان همگرایی مناسبی حاصل می‌شود و تعداد بیشتر از آن تنها فرکانس‌های بالاتر از 100 هرتز را اضافه و یا مقادیرشان را تغییر می‌دهد. در واقع دو فرکانس طبیعی اول تقریباً بدون تغییر هستند و تا فرکانس پنجم تغییر جزئی می‌یابد. می‌دانیم رفتار غالب توسط فرکانس‌های پایین‌تر شکل می‌گیرد و عمللاً تعداد بیش از ۵ المان

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= 0 \Rightarrow \dot{w}'_{r2}|_0 - \dot{w}'_{r1}|_l = \dot{w}'_{l2}|_0 - \dot{w}'_{l1}|_l \\ \dot{w}'_{r1}|_0 &= \dot{w}'_{l1}|_0 = \dot{\varphi}_{r2}|_l = \dot{\varphi}_{l2}|_l = 0 \\ \Rightarrow \tilde{w}'_{r2}|_0 - \tilde{w}'_{r1}|_l, \tilde{w}'_{l2}|_0 - \tilde{w}'_{l1}|_l, \tilde{w}'_{r1}|_l, \tilde{\varphi}_{r2}|_l, \tilde{\varphi}_{l2}|_l &= cte \end{aligned} \quad (40)$$

اما می‌دانیم $\tilde{w}_{r/l2}(x, t)$ پارامتری است که در معادله ارتعاش تیر ۲-۳۱، با شرایط مرزی لولا و فندر دو سر تیر صدق می‌کند. بنابراین اگر شیب آن در مکان صفر ثابت بماند، بدین معناست که تیر ارتعاش ندارد. یعنی $\tilde{w}_{r/l1}(x, t) = 0$. در خصوص $\tilde{w}_{r/l2}(x, t) = 0$ می‌توان از روابطی 41 نتیجه مشابه گرفت. همچنین ثابت ماندن $\tilde{\varphi}_{r/l2}(x, t) = 0$ که در معادله‌ی پیچش تیر ۲-۳۲ با شرایط مرزی یک سر آزاد یک سر درگیر صدق می‌کند، به معنای عدم ارتعاش پیچشی تیر است $\tilde{\varphi}_{r/l2}(x, t) = 0$. با توجه به شرایط مرزی یعنی قفل بودن تیرها به لحاظ پیچش در محل تماس با یکدیگر داریم $\tilde{\varphi}_{r/ln}(x, t) = 0$.

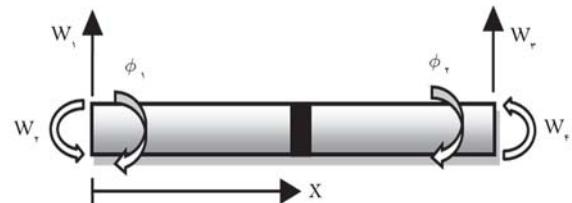
$$\tilde{w}'_{r2}|_0 - \tilde{w}'_{r1}|_l = cte, \tilde{w}'_{r1}|_l = 0 \Rightarrow \tilde{w}'_{r2}|_0 = 0 \quad (41)$$

مشابه بحث فوق روی دینامیک خط، در خصوص متغیرهای ارتعاشی در معادلات دینامیک ماهواره نیز با در نظر گرفتن روابط 29 ، $1-31$ و شرایط مرزی، استنتاج می‌شود.

۶. شبیه‌سازی و بحث روی نتایج

روش المان محدود جهت مدل‌سازی ماهواره مطابق شکل ۱ اتخاذ شده است. بخش‌های صفحات خورشیدی به وسیله‌ی المان‌های تیر اولر - برنولی مدل شده است. به علاوه دو مختصات تعییم‌یافته پیچشی به هر المان افزوده شده است. به منظور محاسبه‌ی ماتریس‌های سختی و اینرسی در تغییر شکل خمی تابع شکل مود خطی استفاده مود چندجمله‌ای مرتبه 3 و در تغییر شکل پیچشی تابع شکل مود خطی استفاده شده است.^[۴۶] شکل ۲ المان مورد نظر را به همراه مختصات تعییم‌یافته اش $(w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6)$ نشان می‌دهد.

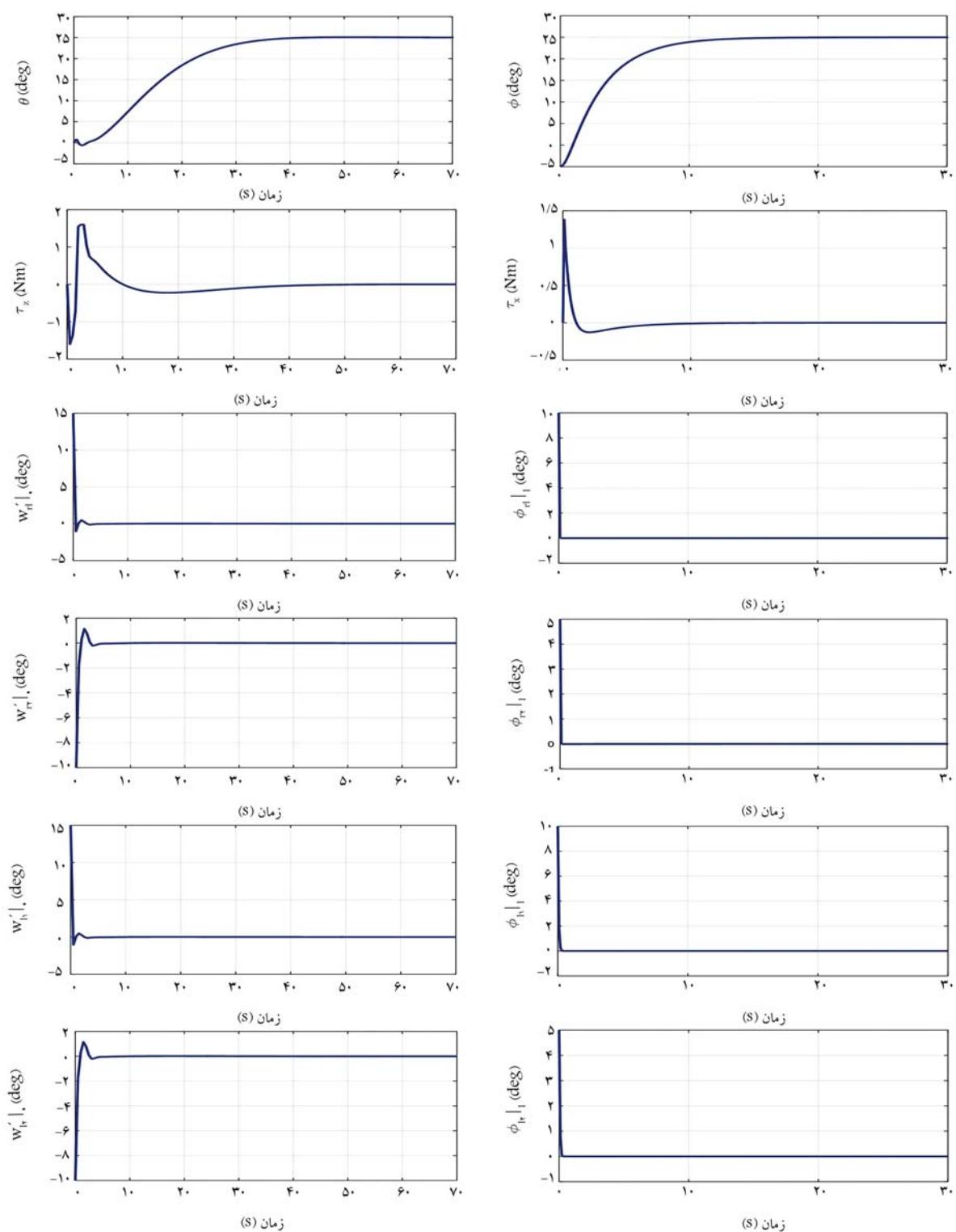
ماتریس‌های معادل اینرسی و سختی مربوطه برای هر المان از روابط انرژی



شکل ۲. یک المان تیر اولر - برنولی به اضافه پیچش.

جدول ۱. پارامترهای شبیه‌سازی.

پارامتر	تعداد المان‌ها	l	j_x, j_z	k_s, k_b	c_s, c_b	c	h	ρ	A	E	G	I	I_p
مقدار	۵	$0/8$	۴	200	$0/2$	$0/2$	$0/3$	$2e-3$	$0/01$	$5e-10$	$2e-10$	$6e-7$	$2e-5$

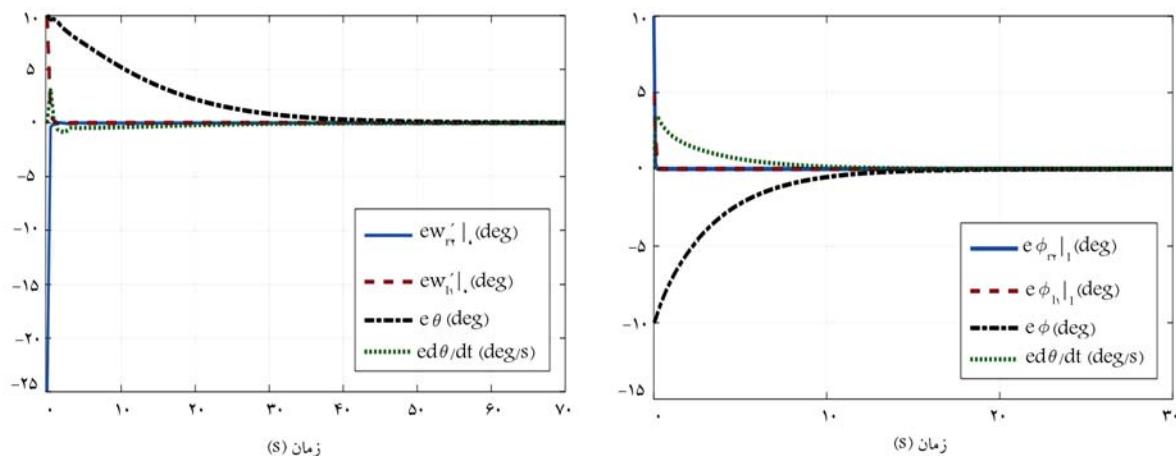


شکل ۳. نتایج شبیه‌سازی روی سیستم مدار بسته مبنی بر مشاهده‌گر.

علی‌رغم افزایش بسیار زیاد هزینه و زمان محاسبات، افزایش دقت محسوسی به قسمت‌های صفحات خورشیدی در لبه‌های نزدیک به هاب در دو سمت آن و پیچش - پیچ شامل زاویه‌ی پیچ هاب و تغییر شکل پیچشی قسمت‌های صفحات خورشیدی در لبه‌های دور از هاب در دو سمت آن رسم شده‌اند. نتایج حاکی از عملکرد خوب روش کنترل ارائه شده است. فراجهش ناچیز همزمان با زمان نشست مناسب و عدم وجود خطای مانندگار مشخصات خوب برای رفتار گذرای پاسخ هستند. همچنین طبق

به علاوه خطاهای همگرایی مشاهده‌گر برای تعدادی از متغیرهای حالت وضعیت و ارتعاشات طی این شبیه‌سازی در شکل ۴ نشان داده شده است.

در شکل ۳ نمودارهای پاسخ خمینش - رول شامل زاویه رول هاب و شبیه‌های



شکل ۴. خطاهای تغیین مشاهده‌گر.

به همراه کنترل کننده مرزی به منظور کنترل همزمان دینامیک وضعیت و ارتعاشات صفحات خورشیدی برای یک فرم کلی از ماهواره‌های منعطف، تنها با استفاده از عملگرهای گشتاور داخل هاب، طراحی شد. همچنین تغییر شکل پیچشی علاوه بر همین در نظر گرفته شد.

این واقعیت که صفحات خورشیدی بازشونده عموماً از قسمت‌های تشکیل یافته‌اند در معادلات دینامیک منظور شد. حاصل آن است که کنترل مرزی بدون نیاز به اندازه‌گیری فراتر از وضعیت و سرعت زاویه‌ی ماهواره محقق شده است. با بذاری مجانی برای مشاهده‌گر و همچنین کل سیستم مداربسته می‌توان مشاهده‌گر به اثبات رسید و عملکرد آن طی شبیه‌سازی‌ها به روش اجزای محدود نشان داده شد.

شکل ۴ تخمین پارامترها توسط مشاهده‌گر معادلات جزیی نیز با کیفیت مطلوبی صورت پذیرفته است.

۷. نتیجه‌گیری

اخیراً کاربردهای کنترل معادلات جزیی توجه بیشتری معطوف خود ساخته است اما روش‌های ارائه شده در مقالات به حسگرهای اضافی روی سطح جسم گسترده و با روی مرزهای آن نیاز دارد که بسیاری از آنها عملیاتی نیست. مشاهده‌گر می‌توان در این زمینه کمک کند. لذا در این پژوهش برای نخستین بار یک مشاهده‌گر معادلات جزیی

پانوشت‌ها

1. ODE-PDE
2. linear quadratic regulator (LQR)
3. spill-over instability
4. early lumping
5. late lumping
6. finite difference
7. eigen function expansion
8. orthogonal decomposition
9. cascade systems
10. warping
11. Euler-Bernoulli
12. uncoupled

منابع (References)

1. Chen, X., Ren, Y., Cai, Y. and et al. "Integrated control of attitude maneuver and vibration suppression of flexible spacecraft based on magnetically suspended control moment gyros", *Proc IMechE C: J Mechanical Engneering Science*, DOI: 10.1177/0954406220942801, Epub ahead of print 22 July (2020).
2. Gasbarri, P., Monti, R. and et al. "Effects of uncertainties and flexible dynamic contributions on the control of a spacecraft full-coupled model", *Acta Astronaut*, **94**, pp. 515-526 (2014).
3. Hu, Y., Wu, B., Geng, Y. and et al. "Smooth time-optimal attitude control of spacecraft", *Proc IMechE G: J Aerospace Eng*, **233**, pp.2331-2343 (2019).
4. Cao, X., Yue, C. and Liu, M. "Flexible satellite attitude maneuver via constrained torque distribution and active vibration suppression", *Aerospace Sci Technol*, **67**, pp. 387-397 (2017).
5. Fakoor, M., Nikpay, S. and Kalhor, A. "On the ability of sliding mode and LQR controllers optimized with PSO in attitude control of a flexible 4-DOF satellite with time-varying payload", *Adv Space Res*, **67**, pp. 334-349 (2021).
6. Gasbarri, P., Sabatini, M. and Pisculli A. "Dynamic modeling and stability parametric analysis of a flexible spacecraft with fuel slosh", *Acta Astronaut*, **127**, pp. 141-159 (2016).

7. Ji, N. and Liu, J. "Vibration control for a flexible satellite with adaptive actuator fault-tolerant and input quantization", *Trans. Inst. Measurement Control*, **42**, pp. 451-460 (2020).
8. Tao, J., Zhang, T. and Nie, Y. "Attitude maneuvering and vibration reducing control of flexible spacecraft subject to actuator saturation and misalignment", *Shock Vib.*, 3129834, DOI: 10.1155/2018/3129834 (2018).
9. TayyebTaher, M. and Esmaeilzadeh, M. "Model predictive control of attitude maneuver of a geostationary flexible satellite based on genetic algorithm", *Adv Space Res.*, **60**, pp. 57-64 (2017).
10. Wang, E., Wu, S., Liu, Y. and et al. "Distributed vibration control of a large solar power satellite", *Astrodyn.*, **3**, pp. 189-203 (2019).
11. Zhang, L., Xu, S. et al. "Active vibration suppression for flexible satellites using a novel component synthesis method", *Adv Space Res.*, **67**, pp. 1968-1980 (2021).
12. Karagiannis, D. and Radisavljevic-Gajic, V. "Exponential stability for a class of boundary conditions on an euler-bernoulli beam subject to disturbances via boundary control", *Journal of Sound and Vibration*, **446**, pp. 387-411 (2019).
13. Cao, F. and Liu, J. "Boundary vibration control for a two-link rigid-flexible manipulator with quantized input", *Journal of Vibration and Control*, **25**(23-24), pp. 2935-2945 (2019).
14. Entessari, F., Najafi, A. and Alasty, A. "Exponential stabilization of flexural sway vibration of gantry crane via boundary control method", *Journal of Vibration and Control*, **26**(1-2), pp. 36-55 (2020).
15. He, W. and Ge, SS. "Dynamic modeling and vibration control of a flexible satellite", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **51**(2), pp. 1422-1431 (2015).
16. Ji, N. and Liu, J. "Vibration control for a flexible satellite with input constraint based on Nussbaum function via backstepping method", *Aerospace Science and Technology*, **77**, pp. 563-572 (2018).
17. Meng, T., He, W., Yang, H. and et al. "Vibration control for a flexible satellite system with output constraints", *Nonlinear Dynamics*, **85**, pp. 2673-2686 (2016).
18. Rad, HK., Salarieh, H., Alasty, A. and et al. "Boundary control of flexible satellite vibration in planar motion", *Journal of Sound and Vibration*, **432**, pp. 549-568 (2018).
19. Rad, HK., Salarieh, H., Alasty, A. and et al. "Boundary control of anti-symmetric vibration of satellite with flexible appendages in planar motion with exponential stability", *Acta Astronautica*, **147**, pp. 219-230 (2018).
20. Hidayat, Z. and et al. "Observers for linear distributed-parameter systems: A survey", *2011 IEEE International Symposium on Robotic and Sensors Environments (ROSE)*, Montreal, Canada, 17-18 September, NJ: IEEE, pp. 166-171 (2011).
21. Cao, X., Yue, C. and Liu, M. "Flexible satellite attitude maneuver via constrained torque distribution and active vibration suppression", *Aerospace Science and Technology*, **67**, pp. 387-397 (2017).
22. Duraffourg, E., Burlion, L. and Ahmed-Ali, T. "Finite-time observer-based back stepping control of a flexible launch vehicle", *Journal of Vibration and Control*, **24**(8), pp. 1535-1550 (2016).
23. Smyshlyaev, A. and Krstic, M. "Backstepping observers for a class of parabolic PDEs", *Systems & Control Letters*, **54**(7), pp. 613-625 (2005).
24. Jiang, T., Liu, J. and He, W. "A robust observer design for a flexible manipulator based on a PDE model", *Journal of Vibration and Control*, **23**(6), pp. 871-882 (2017).
25. Dogan, M. and Morgul, O. "Boundary control of a rotating shear beam with observer feedback", *Journal of Vibration and Control*, **18**(14), pp. 2257-2265 (2012).
26. Liang, X., Wang, Q., Hu, C. and et al. "Observer-based H8 fault-tolerant attitude control for satellite with actuator and sensor faults", *Aerospace Science and Technology*, DOI: 10.1016/j.ast.2019.105424, Epub ahead of print September (2019).
27. Zhu, Q., Ma, G., Wang, X. and et al. "Attitude control without angular velocity measurement for flexible satellites", *Chinese Journal of Aeronautics*, **31**(6), pp. 1345-1351 (2018).
28. Fan, L., Huang, H., Sun, L. and et al. "Robust attitude control for a rigid-flexible microsatellite with multiple uncertainties and input saturations", *Aerospace Science and Technology*, DOI: 10.1016/j.ast.2019.105443, Epub ahead of print 27 September (2019).
29. Zhang, L. and Liu, J. "Nonlinear PDE observer design for a flexible two-link manipulator", *2012 American Control Conference (ACC)*, Montreal, Canada, NJ: IEEE, pp. 5336-5341 (2012).
30. Yang, H., Liu, J. and Lan, X. "Observer design for a flexible-link manipulator with PDE model", *Journal of Sound and Vibration*, **341**, pp. 237-245 (2015).
31. Jin, F. and Guo, B. "Boundary output tracking for an euler-bernoulli beam equation with unmatched perturbations from a known ecosystem", *Automatica*. Epub ahead of print 30 July 2019. DOI: 10.1016/j.automatica.2019.108507 (2019).
32. Hasan, A. "Boundary observer design for hyperbolic PDE-ODE cascade systems", *Automatica*, **68**, pp. 75-86 (2016).
33. Liu, Y., Fu, Y., He, W. and et al. "Modeling and observer-based vibration control of a flexible spacecraft with external disturbances", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **66**(11), pp. 8648-8658 (2018).
34. Rao, SS. *Vibration of Continuous Systems*, John Wiley & Sons, Hoboken, new Jersey, United States of America (2007).
35. Khalil, HK. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River NJ: Prentice Hall (2002).
36. Kashani, MT., Jayasinghe, S. and Hashemi, SM. "On the flexural-torsional vibration and stability of beams subjected to axial load and end moment", *Shock Vib.*, 153532. DOI: 10.1155/2014/153532 (2014).

پیش‌بینی روند زوال و عمر مفید باقیمانده‌ی یاتاقان غلتاشی با کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت

مهدي بهزاد*

سيده‌علي حسين‌لي (كارشناس ارشد)

دانشکده‌ي هندسي مکانيك، دانشگاه صنعتي شرiff

حسام‌الدين ارغند (استاديار)

گروه هندسي مکانيك، دانشکده‌ي هندسي، دانشگاه زنجان

افشين بنازاده (دانشيار)

دانشکده‌ي هندسي هواضخ، دانشگاه صنعتي شرiff

در اين مقاله، پیش‌بینی دامنه‌ي سیگنال زمانی شتاب به عنوان مشخصه‌ی ارتعاشی مناسب که نمایش‌گر خوبی از روند زوال یاتاقان غلتاشی است انتخاب شده و به منظور پیش‌بینی روند زوال و عمر مفید باقیمانده به کار رفته است. در گام نخست با به کار بردن يك انتقال لگاریتمی، اين مشخصه‌ی ارتعاشی به يك سري زمانی پايدار تبدیل شده است. سپس با کمک شبکه‌ی عصبی بازگشتی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت، نحوه‌ی رشد اين مشخصه‌ی ارتعاشی پیش‌بینی شده است. اين پیش‌بینی روی داده‌های دو نمونه از یاتاقان‌های آزمایش پرداخته شده است. نتایج این پیش‌بینی در ادبیات فن شناخته شده بوده و مورد استفاده محققین بسیاری قرار گرفته، اعمال شده است. با توجه به نتایج پیش‌بینی مدل، مدت زمان باقیمانده تا رسیدن این مشخصه‌ی ارتعاشی به يك آستانه معین ارائه شده است. همچنین اگر آستانه‌ی تعیین شده به معنی پایان عمر مفید یاتاقان باشد، می‌توان از الگوريتم پیشنهاد شده به منظور تخمین عمر مفید باقیمانده نیز بهره جست. نحوه‌ی عملکرد الگوريتم در راستای این هدف نیز ارائه و ارزیابی شده است. نتایج حاکی از مطابقت خوب پیش‌بینی مدل با داده‌های تجربی است.

واژگان کلیدی: شبکه‌ی عصبی، شبکه‌ی عصبی بازگشتی، شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت، پیش‌بینی عمر یاتاقان غلتاشی، پیش‌بینی ادامه‌ی سري زمانی، تست عمر پرشتاب یاتاقان.

۱. مقدمه

پیش‌بینی‌ها معمولاً به دو روش عمده صورت می‌پذیرد: روش مبتنی بر مدل و روش داده‌محور.^[۲] در روش‌های مبتنی بر مدل، يك مدل ریاضی برای توصیف نحوه‌ی رشد عیوب یا فرایند زوال یاتاقان ارائه می‌شود. توانمندی این مدل‌ها در نحوه‌ی توصیف پذیده‌ی زوال است؛ معمولاً این مدل‌های ریاضی نمی‌توانند عملکرد دقیقی را ارائه کنند. چرا که بسیاری از پارامترهای مؤثر در زوال یاتاقان مانند حضور آلوگری، موتزار ناصحیح، نقایص هندسی و دیگر عوامل، معمولاً ناشناس هستند و مدل‌سازی آنها در عمل با چالش‌های جدی مواجه خواهد بود.^[۴] در روش‌های آماری (که به عنوان زیرمجموعه‌ی روش‌های داده‌محور در نظر گرفته می‌شود) نیز با ارائه يك مدل سعی می‌شود الگوهای زوال یاتاقان شناخته شود و پارامترهای آن که هرکدام دارای يك توزیع احتمال هستند از طریق مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها به روزرسانی شوند. این رویکرد در زمینه‌ی پیش‌بینی عمر یاتاقان‌ها بسیار مورد توجه است و می‌تواند عدم

از عیب‌یابی و پیش‌بینی عمر مفید باقیمانده می‌توان به عنوان يك از کلیدی‌ترین مباحث فنی در نگهداری و تعمیرات (نت) مبتنی بر وضعیت اشاره کرد. در عیب‌یابی سعی می‌شود تا نوع و شدت عیب و حتی علمت وقوع عیب شناسایی شود، در صورتی که در پیش‌بینی عمر سعی می‌شود مدت زمانی که به صورت ایمن می‌توان از يك قطعه یا ماشین (ممولاً در وضعیت معیوب) بهره‌برداری کرد تخمین زده شود.^[۱] از آنجا که یاتاقان‌های غلتاشی جزو اجزای پرکاربرد و همچنین پایش پذیر در تجهیزات دور اهتمام دارند و ضمناً بخش عمده‌ی از آمار از کار افتادگی تجهیزات دور مربوط به خرابی یاتاقان‌های غلتاشی است، عیب‌یابی و تخمین عمر مفید باقیمانده این اجزا مورد توجه بسیاری از محققین بوده است.^[۱] این

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۰ اکتوبر ۱۴۰۰، اصلاحیه ۴، ۱۴۰۰، ۱۰، پذیرش ۱۴ اکتوبر ۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J40.2022.58619.1610

در اکثر مقاله‌های محققین در زمینه‌ی پیش‌بینی عمر مفید باقیمانده یاتاقان، از فضای مشخصه‌های مناسب ارتعاشی به فضای عمر باقیمانده یک نگاشت صورت گرفته است. اما در کنار مطالعاتی که برای پیش‌بینی عمر مفید یاتاقان‌های غلتی شیخ انجام شده است، برخی از محققین نیز به پیش‌بینی روند رشد مشخصه‌ی ارتعاشی (به عنوان معیاری برای زوال) پرداخته‌اند. در این حالت دیگر نگاشت توسط شبکه‌ی عصبی صورت نمی‌گیرد، بلکه در ادامه‌ی روند یک مشخصه‌ی ارتعاشی پیش‌بینی می‌شود و با این پیش‌بینی، مدت زمان باقیمانده تا رسیدن به آستانه‌ی از پیش تعیین شده محاسبه می‌شود. این آستانه می‌تواند معیاری برای پایان عمر نیز باشد که در این صورت عمر مفید باقیمانده پیش‌بینی خواهد شد.

روین و امبا به کمک نوعی از فیلتر کالمون^۹ مدلی را برای دستیابی به هدف یاد شده پیاده‌سازی کردند.^{۱۰} اما استفاده از شبکه‌ی عصبی بازگشتی در این زمینه محدود بوده است.

در این مقاله از شبکه‌ی عصبی بازگشتی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت که یکی از توانمندترین شبکه‌ها در مدل‌سازی رفتارهای غیرخطی است، استفاده می‌شود تا الگوهای پیچیده‌ی که در فرایند زوال یاتاقان وجود دارد تا حد ممکن شیوه‌سازی شود. این شبکه جزو شبکه‌های عصبی عمیق^{۱۱} دسته‌بندی می‌شود و نقشه‌ی قوت آن برخورداری از یک قوه‌ی حافظه است که در یادگیری پدیده‌های دینامیکی می‌تواند توانمندی بیشتری از خود نشان دهد؛ در واقع از داده‌های گذشته برای تحلیل داده‌های فعلی نیز کمک می‌گیرد که این امری مهم در پیش‌بینی عمر یاتاقان‌هاست.^{۱۲}

همچنین بر اساس کارهای محققین پیشین^{۱۳} مشخصه‌ی دامنه‌ی پیشینه‌ی سیگنال شتاب ارتعاشات به عنوان مشخصه‌ی ارتعاشی مناسب توصیف کننده‌ی زوال یاتاقان انتخاب می‌شود و این مشخصه‌ی ارتعاشی به یک سری زمانی پایدار^{۱۴} تبدیل می‌شود. سپس آینده‌ی این سری زمانی توسط شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت پیش‌بینی می‌شود؛ با این پیش‌بینی‌ها مدت زمان رسیدن به آستانه‌ی معین نیز محاسبه می‌شود.

۲. انتخاب و آماده‌سازی مشخصه‌ی ارتعاشی

از سیگنال‌های زمانی یا طیف فرکانسی^{۱۵} شتاب یاتاقان می‌توان مشخصه‌های ارتعاشی متفاوتی را محاسبه کرد که این مشخصه‌ها به طور مرتبط با انرژی سیگنال هستند.^{۱۶} از میان این مشخصه‌ها، مشخصه‌یی مناسب است که بهترین توصیف‌گر زوال یاتاقان باشد.

بهزاد و همکاران^{۱۷} نشان دادند که مشخصه‌ی دامنه‌ی پیشینه‌ی سیگنال شتاب ارتعاشات یا پیک^{۱۸} در پیش‌بینی عمر روی داده‌های آزمایشگاهی و صنعتی بهترین همبستگی را با اندازه‌ی عیب و زوال یاتاقان دارد. بتایران در نوشتار حاضر نیز از همین مشخصه‌ی ارتعاشی برای توصیف فرایند زوال یاتاقان غلتی استفاده خواهد شد.

روش ارائه شده برای پیش‌بینی عمر در این نوشتار، روشی واپسنه به روند رشد مشخصه‌ی زوال است و این موضوع می‌طلبد که بخشی از فرایند زوال یاتاقان دارای افزایش تدریجی باشد؛ در غیر این صورت خطای پیش‌بینی ممکن است افزایش یابد. الگوریتم پیشنهادی با هر بار مشاهده یا اندازه‌گیری جدید، پیش‌بینی جدیدی از وضعیت رشد آینده‌ی روند مشخصه‌ی زوال ارائه خواهد کرد. به طور کلی، فرایند زوال یاتاقان را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد: بخش عادی و سالم، بخش شکل‌گیری و رشد آهسته‌ی عیب، بخش رشد سریع

قطعیت‌های مسئله‌ی پیش‌بینی عمر را نیز مدل‌سازی کند.^{۱۹} علاوه بر این، با استفاده از روش‌های هوش مصنوعی از جمله شبکه‌ی عصبی (دسته‌ی دیگری از روش‌های داده‌محور)، با به کار بردن داده‌هایی که از گذشته‌ی یک یاتاقان در دسترس است می‌توان الگوهای زوال را مدل‌سازی کرد و در این صورت نیازی به داشتن مدل‌های ریاضی نخواهد بود. این شبکه‌ها در ابتدا به آموزش توسط یک یا چند سری داده از ماسین‌های مشابه یا تاریخچه‌ی قابلی همان ماسین نیازمندند؛ پس از آموزش شبکه، از آن برای پیاده‌سازی روی یاتاقان‌های مشابه استفاده می‌شود تا عمر باقیمانده‌شان پیش‌بینی شود.^{۲۰}

درین شبکه‌های عصبی رایج، شبکه‌ی عصبی پیشخور^{۲۱} توسط بسیاری از محققان برای پیش‌بینی عمر مفید باقیمانده یاتاقان‌های غلتی به کار گرفته شده است.^{۲۲} به منظور استفاده از این ابزار در ابتدا نیاز است تا یک سری مشخصه‌ی مناسب از سیگنال‌های تاریخچه‌ی ارتعاشی یاتاقان‌ها استخراج شود. سپس یک عملیات نگاشت توسط شبکه‌ی عصبی از فضای مشخصه‌های ارتعاشی به فضای عمر مفید باقی مانده صورت می‌گیرد. نحوه‌ی معماری شبکه‌ی عصبی و تهیه‌ی مشخصه‌های ارتعاشی مناسب می‌تواند فضایی باز به منظور ارائه‌ی ایده‌های مختلف باشد. کدبر و همکاران^{۲۳} با استفاده از مشخصه‌ی مقدار مؤثر^{۲۴} و چولگی^{۲۵} سیگنال‌های تاریخچه‌ی ارتعاشات به عنوان ورودی‌های شبکه‌ی عصبی پیشخور روش داده‌محور پیش‌بینی عمر مفید باقی مانده یاتاقان را روی یک سری داده‌ی آزمایشگاهی پیاده‌سازی کردند.

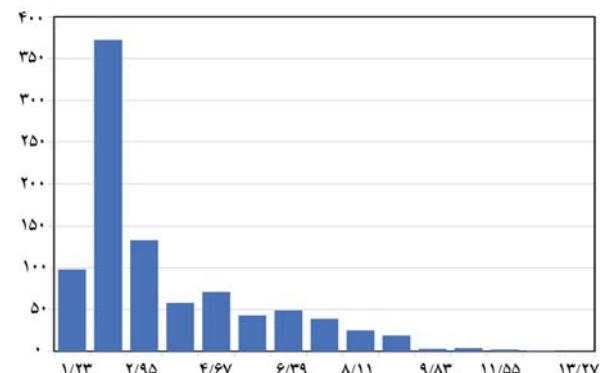
بهزاد و همکاران^{۲۶} به منظور تهیه‌ی مشخصه‌های ارتعاشی مناسب، مقدار مؤثر سیگنال ارتعاشی را در بازه‌های فرکانسی بالا و پایین تغییر کرده و به عنوان ورودی شبکه‌ی عصبی پیشخور در نظر گرفتند؛ آنها نشان دادند که این کار موجب بهبود دققت نسبت به مدل‌های پیشین شده است.

ژیاچوان و همکاران^{۲۷} نیز با ترکیب یک مسئله‌ی رگرسیون و شبکه‌ی عصبی، عمر مفید باقیمانده یاتاقان‌ها را با دققت خوبی پیش‌بینی کردند. آن‌ها ابتدا مشخصه‌های ارتعاشی چولگی و مقدار مؤثر سیگنال را با یک رابطه‌ی ریاضی برآش کرده و سپس با استفاده از آن‌ها - به عنوان ورودی شبکه‌ی عصبی پیشخور - عمر یاتاقان‌ها را تخمین زدند. پنگ و همکاران^{۲۸} با انتقاد از ایرادهای شبکه‌های عصبی سنتی که با روش‌های رایج صرفاً به استخراج یک مشخصه می‌پردازند، با ترکیب یک شبکه‌ی عصبی عمیق پیچشی^{۲۹} و یک شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت^{۳۰} به دققت بهتری در پیش‌بینی عمر باقی مانده دست یافتند.

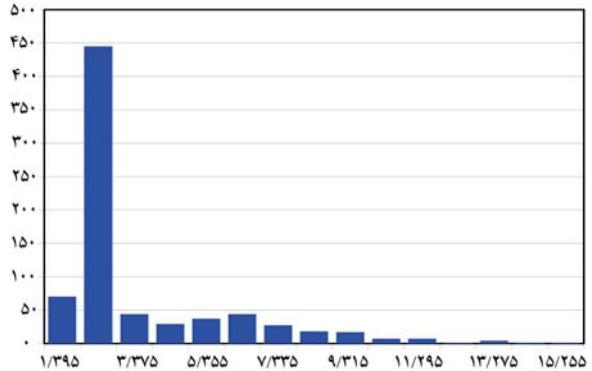
ژای و همکاران^{۳۱} به منظور استفاده از شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت، مشخصه‌های زیادی را از سیگنال‌های ارتعاشی استخراج کردند و بهترین آن‌ها را که همبستگی بیشتری با زوال یاتاقان داشت، به عنوان ورودی به شبکه دادند و در نهایت نسبت به دو مدل تخمین‌گر بردار پشتیبان^{۳۲} و تقویت گرادیان آرام^{۳۳} به دققت بهتری دست یافتند.

ماقو و همکاران^{۳۴} با کمک شبکه‌ی عصبی پیچشی مشخصه‌های عمیق را از سیگنال ارتعاشی خام استخراج کرده و به عنوان ورودی شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت استفاده کردند. در این مقاله، پیش‌بینی عمر فقط در مرحله‌ی نهایی زوال یاتاقان که به زوال سریع^{۳۵} مشهور است، پیاده‌سازی شده است.

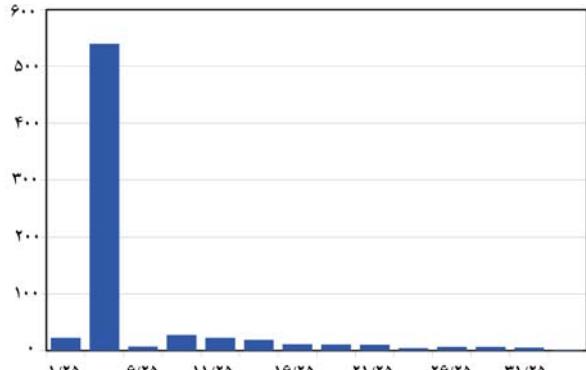
در سال‌های اخیر، با توجه به عملکرد خوب شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت در امر پیش‌بینی داده‌ها و سری‌های زمانی، محققین حوزه‌های مختلف از این شبکه در زمینه‌های مختلفی استفاده می‌کنند که برخی از آن‌ها عبارت‌اند از: پیش‌بینی روند بیماری‌هایی مانند آنفلوآنزا،^{۳۶} پیش‌بینی روند قیمت در بازارهای مالی^{۳۷} و پیش‌بینی روند تولید چاهه‌های نفت.^{۳۸}



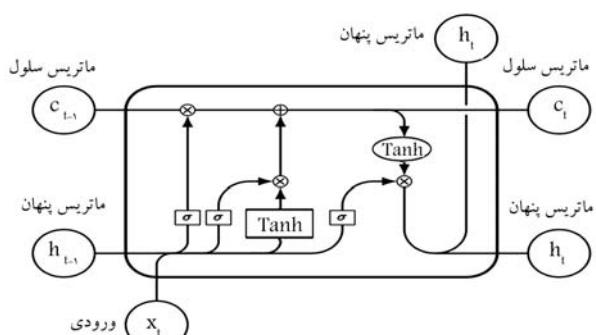
نمودار ۱. نمودار سنتونی مشخصه‌ی پیک ارتعاشات یاتاقان شماره، ۱ آزمایش پرونوستیا.



نمودار ۲. نمودار سنتونی مشخصه‌ی پیک ارتعاشات یاتاقان شماره ۳ آزمایش پرونوستیا.



نمودار ۳. نمودار سنتونی مشخصه‌ی پیک ارتعاشات یاتاقان شماره ۴ آزمایش پرونوستیا.



شکل ۱. معماری سلول شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی مدت.

عیب و از کار افتادگی یاتاقان.^[۲۰] در بعضی مطالعات نیز این سه بخش را به ترتیب، بخش کارکرد عادی، بخش زوال آهسته^[۱۴] و بخش زوال سخت^[۱۵] نامیده‌اند.^[۵]

معمولًا یاتاقان در مرحله‌ی شکل‌گیری و رشد عیوب، دارای یک روند نرم و آهسته در رشد مشخصه‌های ارتعاشی به خصوصی پیک و مقدار مؤثر سیگنال ارتعاشات است. در این مرحله از زوال، می‌توان تکنیک معرفی شده در این مقاله را پیاده‌سازی کرد. ضمن این‌که برای کاهش نویز و نوسانات، نمودار مشخصه‌ی ارتعاشی پیک با روش میانگین متحرک^[۱۶] فیلتر می‌شود و ادامه‌ی تحلیل‌ها روی نمودار فیلتر شده صورت می‌گیرد.

اما از آن‌جا که این مشخصه‌ی ارتعاشی به عنوان یک سری زمانی ناپایدار است، چرا که روند زوال همیشه به صورت اکیداً صعودی است و میانگین و انحراف معیار این سری زمانی با گذشت زمانغیر می‌کند. بنابراین بهتر است ابتدا تبدیل به یک سری زمانی پایدار شود زیرا سری‌های زمانی پایدار قابلیت بهتری در پیش‌بینی با استفاده از شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت دارند. سپس این سری زمانی پایدار وارد مرحله‌ی پیش‌بینی خواهد شد.

به منظور تبدیل این مشخصه‌ها به یک سری زمانی پایدار باید به نحوه‌ی توزیع داده‌های مشخصه‌ی پیک توجه کرد. در نمودار ۱ تا ۳، نمودار سنتونی^[۱۷] مشخصه‌ی پیک دو نمونه یاتاقان از آزمایش عمر پرشتاب پرونوستیا^[۱۸] (که در پژوهش حاضر استفاده خواهد شد) آورده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، این نوع توزیع داده مربوط به توزیع نرمال لگاریتمی^[۱۹] است.

چنین سری‌های زمانی، ابتدا باید توسط رابطه‌ی ۱ به فضای نیمه‌لگاریتم منتقل شوند و سپس برای پایدار شدن لازم است یک مرتبه مشتقه‌گیری انجام شود. به این ترتیب یک سری زمانی پایدار به دست خواهد آمد که توزیع داده‌های آن به صورت نرمال خواهد بود و مشخصه‌های آماری آن مانند میانگین و انحراف معیار نسبت به زمان ثابت است.^[۲۰, ۲۱]

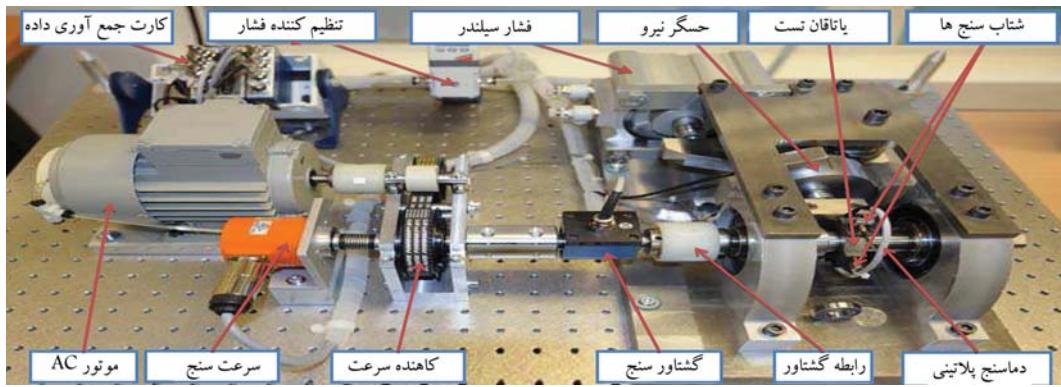
$$P_S = \text{Log}(P_{i+1}) - \text{Log}(P_i) \quad (1)$$

که در آن P مقدار مشخصه‌ی ارتعاشی پیک و P_S سری زمانی پایدار شده‌ی پیک است.

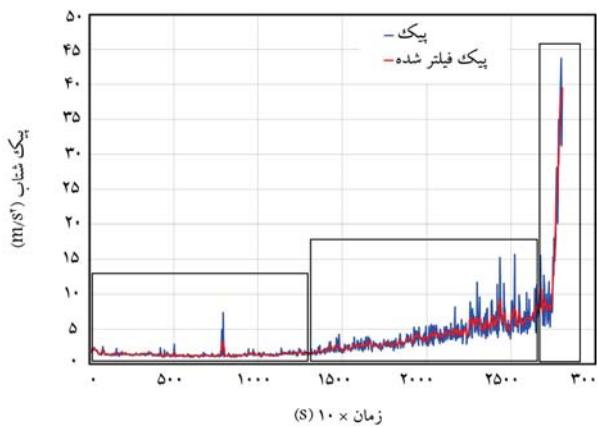
۳. معرفی شبکه‌ی عصبی

در شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت، صراحتاً یک واحد حافظه تعریف می‌شود که داده‌های گذشته‌ی دور را نیز می‌تواند در خود جای دهد. این امر موجب می‌شود که دینامیک سیستم به نحو بهتری شناسایی شود. در شکل ۱ جزئیات یکی از سلول‌های این نوع شبکه‌ی عصبی آورده شده است. هر سلول از این شبکه دارای ۳ ورودی است که شامل ورودی فعلی x_t ، ورودی از سلول قبل h_{t-1} و ورودی از حافظه‌ی سلول قبل قبلاً c_{t-1} (مهم‌ترین بخش این شبکه) است. خروجی‌ها نیز دو بخش دارد: h_t و c_t . بنابراین خروجی نهایی در این سلول با توجه به ورودی‌هایی که دارد می‌تواند از گذشته نیز تأثیر پذیرد.

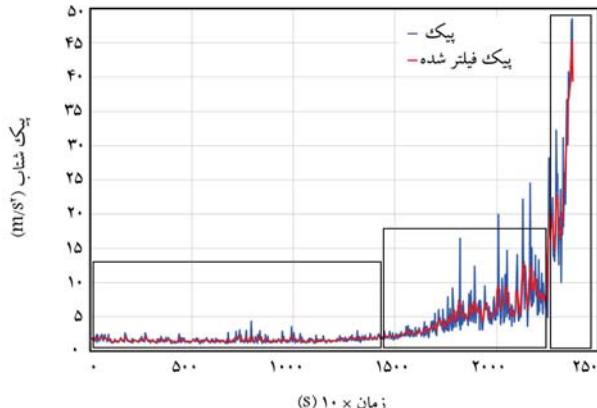
مهم‌ترین ویژگی این شبکه داشتن یک خط حافظه است که از میان همه‌ی سلول‌ها گذرنگی کند. دروازه‌های مختلفی هم در این سلول وجود دارد که هر کدام عهده‌دار وظیفه‌ی است. اولین دروازه مربوط به فراموشی داده‌های گذشته است و تعیین می‌کند که چه مقدار از داده‌های قبلی باید فراموش شود. دروازه بعدی مربوط



شکل ۲. نمایی از دستگاه تست در آزمایش پرونوستیا. [۲۳]



نمودار ۴. نمودار روند تغییرات مشخصه ارتعاشی پیک در طول عمر یاتاقان ۱ پرونوستیا.



نمودار ۵. نمودار روند تغییرات مشخصه ارتعاشی پیک در طول عمر یاتاقان ۳ پرونوستیا.

از میان داده‌های آزمایش پرونوستیا، یاتاقان شماره‌ی ۱، ۳ و ۴ از شرایط کاری اول (سرعت ۱۸۰۰ دور بر دقیقه و بار شعاعی ۴۰۰۰ کیلونیوتن)، شامل شروط گفته شده در بخش ۲ می‌شوند و فرایند زوال آن‌ها از دو یا سه مرحله تشکیل شده است و مرحله‌ی شکل‌گیری و رشد عیوب دارای یک روند آهسته است. روند تغییرات مشخصه‌ی پیک ارتعاشات یاتاقان‌های ۱، ۳ و ۴ در مدت عمر آن‌ها به ترتیب در نمودار ۴، ۵ و ۶ نشان داده شده است.

به به روزرسانی خط حافظه است. در این حین مقدار $c_t - c_{t-1}$ با c_t تعویض می‌شود. هم‌زمان، در طرف دیگری از سلول مقدار h_{t-1} که از سلول قبلی آورده شده است با کمک خط حافظه‌ی به روزرسانی شده به مقدار h_t تبدیل می‌شود. در روابط ۲ و ۳، روابط حاکم بر پارامترهای یک سلول شبکه‌ی عصبی حافظه طولانی مدت آورده شده است.

$$c_t = \sigma(X_t.U_f + h_{t-1}.W_f).c_{t-1} + \sigma(X_t.U_i + h_{t-1}.W_i).\tanh(X_t.U_c + h_{t-1}.W_c) \quad (2)$$

$$h_t = \sigma(X_t.U_o + h_{t-1}.W_o).\tanh(c_t) \quad (3)$$

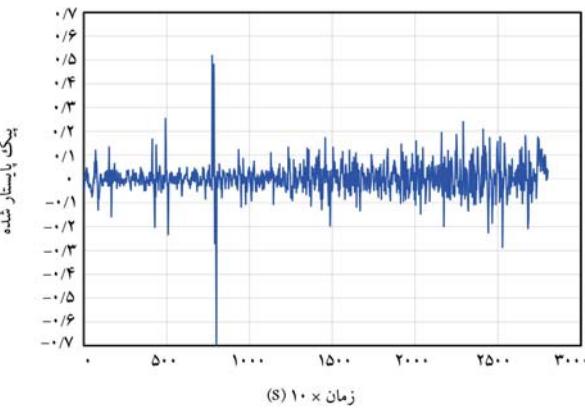
در این روابط مقادیر W و U وزن‌هایی هستند که در مرحله‌ی آموزش مقداردهی شده‌اند و نماد σ مربوط به تابع فعال‌سازی سیگموید 2° است. پس از این که محاسبات در درون سلول‌ها بیان یافت، خروجی h_t وارد یک لایه‌ی کامل‌متصل ۲۱ می‌شود و در انتها خروجی نهایی محاسبه خواهد شد. برای طراحی و آموزش شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت، از نرم‌افزار متلب ۲۲ استفاده شده است.

در این نوع کاربرد از شبکه، داده‌ی به منظور اعتبارسنجی 2° نخواهیم داشت زیرا داده‌های آموزش دارای ترتیب زمانی هستند و به هیچ عنوان نباید از میان آن‌ها داده‌ی به منظور اعتبارسنجی خارج شود؛ چون این کار باعث به هم ریخته شدن ترتیب زمانی بین داده‌های آموزش و همچنین بین داده‌های اعتبارسنجی می‌شود.

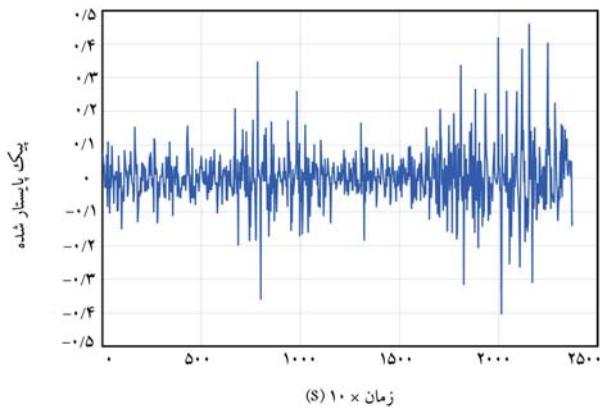
۴. معرفی داده‌های تجربی

داده‌ای که در این مقاله استفاده می‌شود، مربوط به آزمایش پرونوستیا است که نخستین بار در قالب یک مسابقه در سال ۲۰۱۲ منتشر شد^[۲۴] و پس از آن به صورت آزاد در اختیار محققین قرار گرفت. در این مجموعه، آزمون عمر پرستاب روی ۱۷ یاتاقان مشابه در سه شرط کاری متفاوت از لحاظ سرعت و بار انجام شده است.

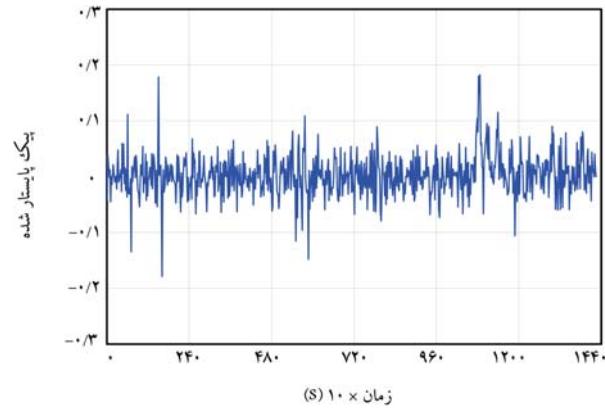
تصویری از چیدمان آزمایش مورد نظر در شکل ۲ نشان داده شده است.^[۲۳] ارتعاشات یاتاقان مورد آزمایش در این مجموعه در دو راستای افقی و عمودی توسط دو حسگر شتاب‌سنج از ابتدا تا انتهای عمر ثبت شده است. نزح نمونه‌برداری این حسگرها برابر با ۲۵/۶ کیلوهertz است و هر ۱۰ ثانیه یکبار، نمونه‌ی به طول ۱/۰ ثانیه ثبت شده است.



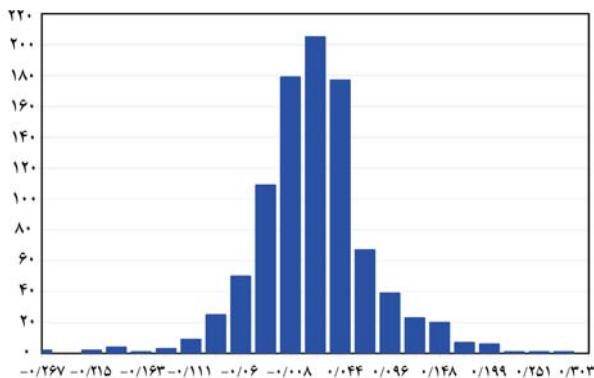
نمودار ۷. نمودار پیک یاتاقان ۱ پس از پایدار شدن.



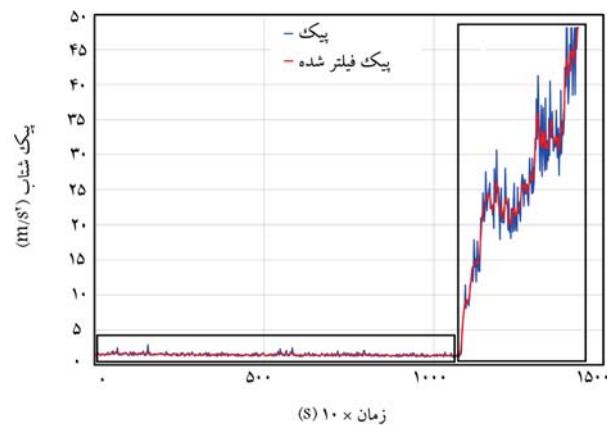
نمودار ۸. نمودار پیک یاتاقان ۳ پس از پایدار شدن.



نمودار ۹. نمودار پیک یاتاقان ۴ پس از پایدار شدن.



نمودار ۱۰. نمودار ستونی داده‌های پیک پایدار شده یاتاقان ۱.



نمودار ۶. نمودار روند تغییرات مشخصه‌ی ارتعاشی پیک در طول عمر یاتاقان ۴ پرونوسنیا.

جدول ۱. پارامترهای مهم در طراحی شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت.

تعداد واحدهای پنهان	۱
تعداد لایه‌های کاملاً متصل	
سری زمانی پایدار شده در زمان t	ورودی
سری زمانی پایدار شده در زمان $t + 1$	خروجی
الگوریتم آموزش شبکه	Adam
نرخ یادگیری	0.015
تابع هزینه	RMSE

۵. نتایج پیش‌بینی روند

۱.۵. طراحی شبکه‌ی عصبی

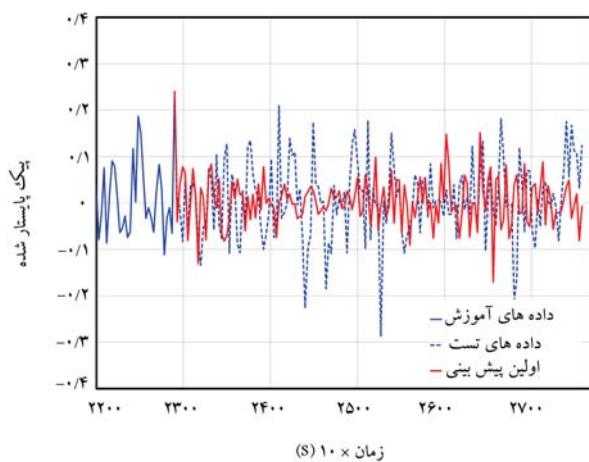
ابتدا معماری شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت صورت می‌گیرد که جزئیات آن در جدول ۱ ارائه شده است. چون قرار است دینامیک و روند مشخصه‌ی پیک توسط شبکه یادگرفته شود، باید در معماری شبکه، قوه‌ی حافظه را قدرتمند طراحی کرد. به این منظور در جدول ۱ تعداد واحدهای پنهان موجود در شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت باید بسیار بیشتر از تعداد لایه‌های کاملاً متصل باشد.

۲.۵. آماده سازی داده‌ها

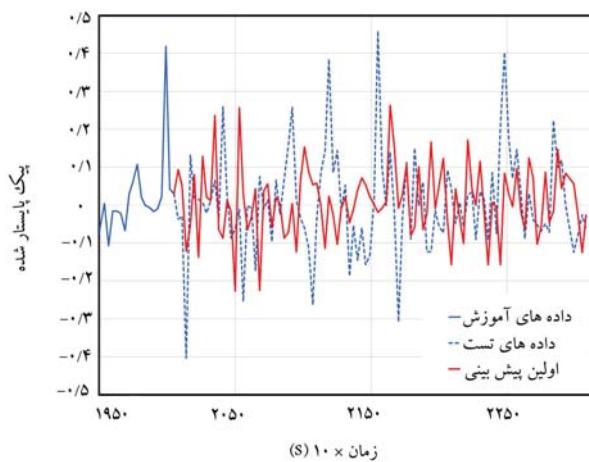
در ابتدا مشخصه‌ی پیک یاتاقان ۱، ۳ و ۴ از شرایط کاری اول آزمون پرونوسنیا که نمودار مشخصه‌ی پیک آن‌ها در نمودارهای ۴ تا ۶ آورده شد، توسط رابطه‌ی ۱ تبدیل به یک سری زمانی پایدار می‌شود. در نمودارهای ۷ تا ۹ داده‌های پایدار شده آورده شده است. توزیع داده‌های پیک ارتعاشات این دو یاتاقان قبل از پایدار شدن در نمودارهای ۱ تا ۳ آورده شده است. اما چنان‌که از نمودارهای ۱۰ تا ۱۲ مشخص است، توزیع داده‌ها پس از پایدار شدن نرمال هم شده است.

چنان‌که در بخش ۲ اشاره شد، مرحله شکل‌گیری و رشد عیوب، دارای روند رشد آهسته بوده و پیش‌بینی‌ها فقط در همین مرحله صورت خواهد گرفت. بنابراین از داده‌های پایدار شده، فقط پخششی که متناظر با این مراحل است جدا می‌شود و پیش‌بینی روی آن‌ها صورت می‌گیرد. سپس پیش‌بینی‌های صورت گرفته، باید توسط رابطه‌ی ۴ به فضای قبل از پایدار شدن بازگردد.

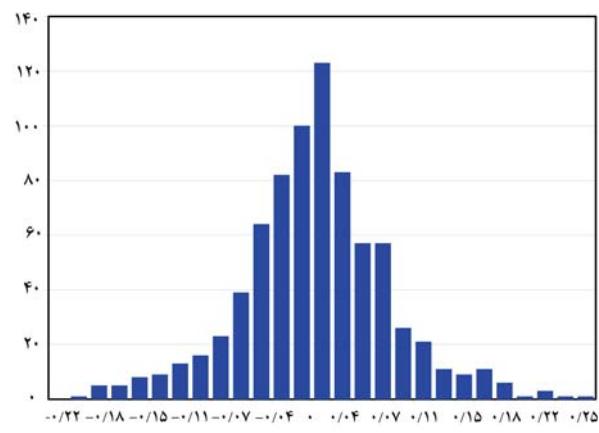
$$P_{i+1} = P_i \times 10^{PS} \quad (4)$$



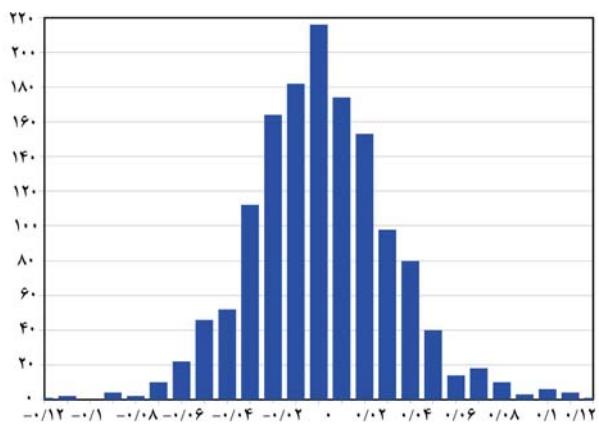
نمودار ۱۳. پیش‌بینی ادامه‌ی سری زمانی پایدار یاتاقان ۱.



نمودار ۱۴. پیش‌بینی ادامه‌ی سری زمانی پایدار یاتاقان ۳.

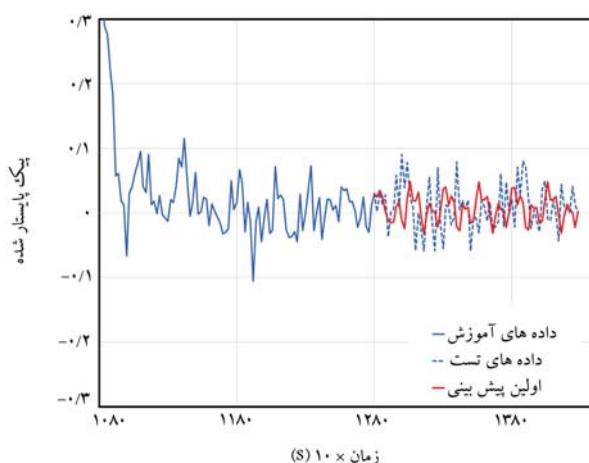


نمودار ۱۱. نمودار ستونی داده‌های پیک پایدار شده یاتاقان ۳.



نمودار ۱۲. نمودار ستونی داده‌های پیک پایدار شده یاتاقان ۴.

P_S مقدار پیش‌بینی شده‌ی سری زمانی پیک در فضای پایدار است.



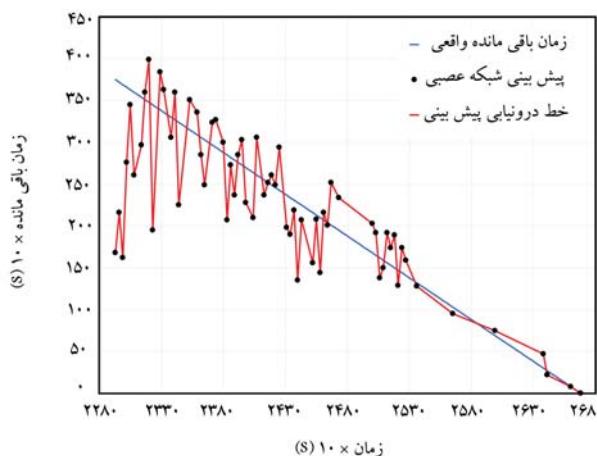
نمودار ۱۵. پیش‌بینی ادامه‌ی سری زمانی پایدار یاتاقان ۴.

روندهای خواسته شود. به عبارت دیگر، به ازای هر مشاهده یک پیش‌بینی جدید برای روند وجود خواهد داشت.
داده‌های آموزش در نمودارهای ۱۳ تا ۱۵ به طور کامل نمایش داده نشده است.
بنابراین در این نمودارها، علاوه بر روند قرمزنگ، روندهای دیگری هم به عنوان $m_{\text{امین}}$

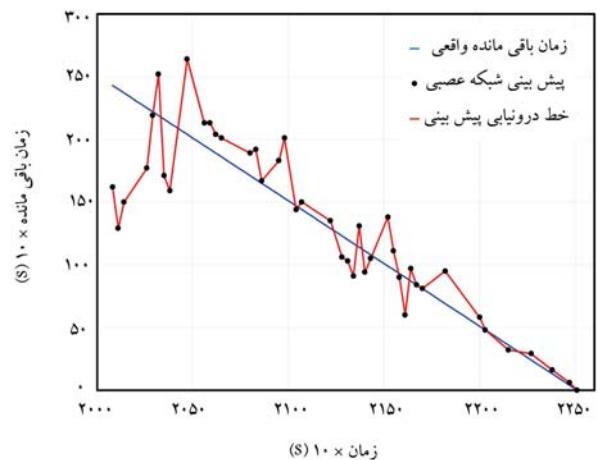
۳.۵. پیش‌بینی عمر

برای شروع پیش‌بینی، تقریباً سه‌چهارم ابتدایی از مرحله‌ی دوم زوال یاتاقان به عنوان داده‌های آموزش در نظر گرفته می‌شود و سپس یک‌چهارم انتهایی مرحله‌ی دوم زوال پیش‌بینی و با مقادیر واقعی آن مقایسه می‌شود. در انتخاب این که چه تابعی از داده‌ها به عنوان آموزش و آزمایش قرار بگیرد، مهم این است که شبکه بتواند الگوی زوال یاتاقان را از داده‌های آموزش فراگیرد، طبیعتاً اگر بتوان با داده‌های کمتری به این هدف رسید، پیش‌بینی‌ها در بازه وسیع‌تری صورت خواهد گرفت و این یک نکته‌ی مثبت است؛ در غیر این صورت خطاهای افزایش می‌یابند. این موضوع از یک یاتاقان به یاتاقان دیگر متفاوت است. با این حال در نوشتار حاضر با حفظ وسعت بازه پیش‌بینی، دقت پیش‌بینی‌ها نیز حفظ شده است.

پیش‌بینی‌های صورت گرفته توسط شبکه در نمودارهای ۱۳ تا ۱۵ آورده شده است. وضوح ظاهری این پیش‌بینی‌ها هنگامی بهتر خواهد شد که مشخصه‌ی پیک مورد نظر به فضای اصلی و ناپایدار بازگردانده شود.
نکته‌یی که در پیش‌بینی‌ها وجود دارد این است که این پیش‌بینی‌ها می‌توانند با به دست آمدن مشاهدات یا اندازه‌گیری‌های جدید، به روزرسانی شوند. به این صورت که هر مشاهده‌ی جدید می‌تواند به عنوان ورودی به شبکه داده شود و سپس ادامه‌ی



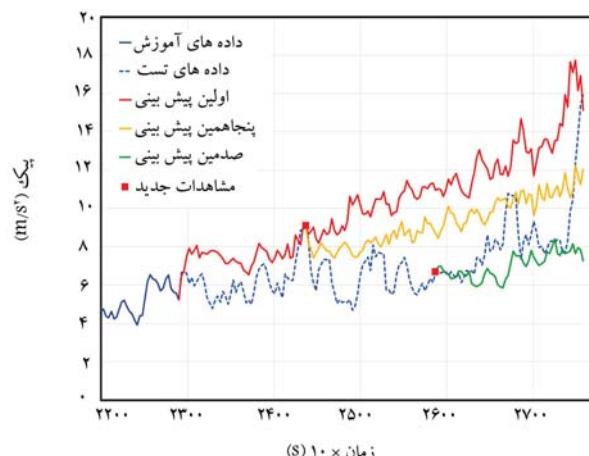
نمودار ۱۹. زمان باقیمانده رسیدن به آستانه‌ی 10° متر بر مجدور ثانیه در یاتاقان ۱.



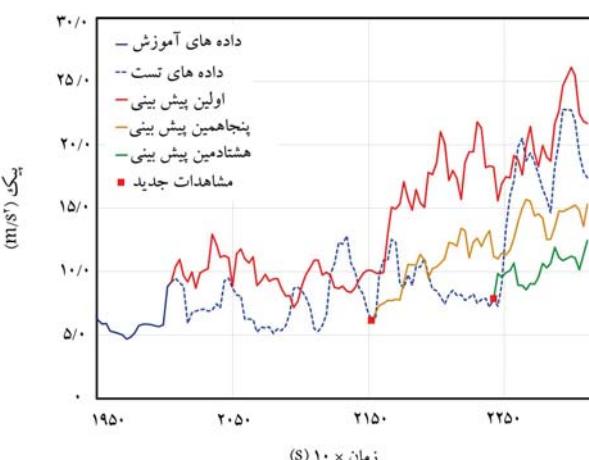
نمودار ۲۰. زمان باقیمانده رسیدن به آستانه‌ی 14° متر بر مجدور ثانیه در یاتاقان ۳.

یک آستانه معین می‌رسد. این آستانه می‌تواند معیاری بر پایان عمر نیز باشد ولی به طور کل ساز و کار پیشنهاد شده در این مقاله این امکان را فراهم می‌کند که زمان باقیمانده تا رسیدن به هر آستانه‌ی دلخواهی را بتوان تعیین کرد. اگر این آستانه معیاری برای پایان عمر باشد، پیش‌بینی مورد نظر به معنای پیش‌بینی عمر مفید باقیمانده خواهد بود. استانداردهای مختلفی در زمینه‌ی پایش وضعیت وجود دارد که معمولاً به وسیله‌ی آنها این آستانه‌ها را برای مشخصه‌ی یک یا مقدار مؤثر سیگنال تعیین می‌کنند.

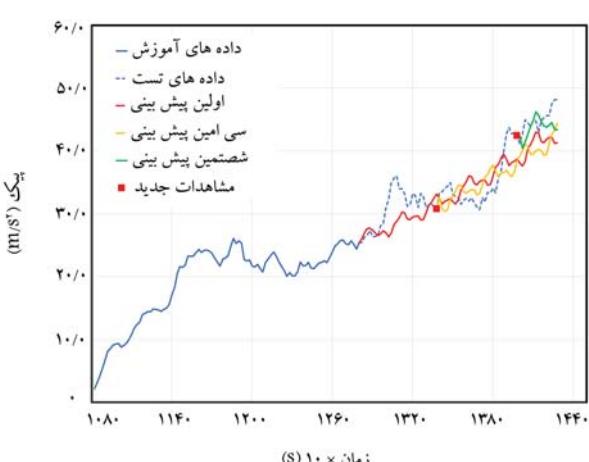
در نمودار ۱۹ پیش‌بینی شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت از مدت زمان باقیمانده تا رسیدن مشخصه‌ی یک شتاب یاتاقان ۱ به آستانه‌ی 10° متر بر مجدور ثانیه آورده شده است. این آستانه صرفاً یک مثال از توانمندی سازوکار پیشنهاد شده در این مقاله است که لزوماً معیاری بر پایان عمر نیست. همچنین در نمودار ۲۰ نیز مدت زمان رسیدن مشخصه‌ی یک شتاب یاتاقان ۳ به آستانه‌ی 14° متر بر مجدور ثانیه آورده شده است و در نمودار ۲۱ نیز مدت زمان باقیمانده برای یاتاقان ۴ تا رسیدن مشخصه‌ی یک به 42° متر بر مجدور ثانیه پیش‌بینی شده است. همانطور که مشخص است با نزدیک شدن به انتهای زمان باقیمانده، دقت پیش‌بینی شبکه افزایش می‌یابد و این بدان معناست که روندهای پیش‌بینی شده قابلیت پیش‌بینی بهتری از آینده نزدیک خود دارند و در پیش‌بینی‌های بلندمدت توانایی آن‌ها کاهش می‌یابد.



نمودار ۱۶. پیش‌بینی‌های انجام شده روی روند پیک یاتاقان ۱.



نمودار ۱۷. پیش‌بینی‌های انجام شده روی روند پیک یاتاقان ۳.



نمودار ۱۸. پیش‌بینی‌های انجام شده روی روند پیک یاتاقان ۴.

پیش‌بینی وجود خواهد داشت که برای اجتناب از آشفته شدن نمودارها آورده نشده است. اما در نمودارهای ۱۶ تا ۱۸، تعدادی از پیش‌بینی‌ها با کمک رابطه‌ی ۴ به فضای اصلی بازگردانده شده است.

پس از پیش‌بینی روند بهاری هر نقطه، نوبت به پیش‌بینی زمان رسیدن روندها

n شمارنده‌ی نقطه‌ی حاضر در n امین روند پیش‌بینی شده است و N_n تعداد کل داده‌های پیش‌بینی شده در n امین روند است و P_i به ترتیب نمادی از مقدار پیش‌بینی شده یک و مقدار واقعی یک در آن روند هستند. سپس برای مشخص شدن خطای کلی در پیش‌بینی‌ها از رابطه‌ی ۶ استفاده شده است.

$$Error_{Overall} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{total}} Error_n}{N_{total}} \quad (6)$$

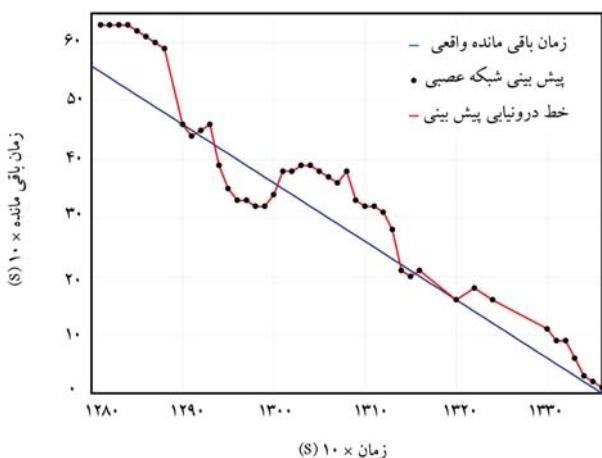
که در این رابطه منظور از N_{total} تعداد روندهای پیش‌بینی شده قابل قبول در هر یاتاقان است. در نمودارهای ۱۶ تا ۱۸ تعداد روندهای پیش‌بینی شده قابل قبول (پس از حذف روندهای باطل) به ترتیب برابر ۴۲، ۶۴ و ۱۲ عدد است.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله سازوکاری معرفی شد تا با استفاده از آن بتوان به پیش‌بینی خوبی از عمر مفید باقیمانده‌ی یاتاقان یا زمان رسیدن به یک آستانه معین رسید. نتایج خوب این سازوکار نشان‌دهنده‌ی قدرت شبکه‌ی عصبی حافظه‌ی طولانی کوتاه‌مدت در پیش‌بینی سری‌های زمانی است که در صورت پایدار بودن این سری‌های زمانی نتایج بسیار مطلوب‌تر خواهد بود. در این مقاله روش مناسبی به منظور تبدیل مشخصه‌های ارتعاشی مانند پیک سیگنال شتاب ارتعاشات به یک سری زمانی پایدار نیز معرفی شد.

سازوکار پیشنهادی در یاتاقان‌هایی که روند زوال شان آهسته است، بسیار کارآمد خواهد بود و قابلیت انعطاف خوبی در پیش‌بینی مدت زمان رسیدن به آستانه‌ی دلخواه دارد؛ این آستانه می‌تواند معیاری بر پایان عمر نیز باشد و معمولاً برگرفته از تجربه‌ی با استانداردهای موجود است.

یکی از مزایای قابل توجه این روش، عدم نیاز آن به داده‌های دیگر یاتاقان‌ها برای آموزش است. زیرا شبکه فقط بر اساس داده‌های گذشته‌ی یک یاتاقان آموزش داده می‌شود و ادامه‌ی روند همان یاتاقان را پیش‌بینی می‌کند. با این حال این امکان وجود دارد که از تمام عمر یک یاتاقان برای آموزش استفاده کرد و روی یاتاقان‌های دیگر پیاده کرد، اما از آنجا که یاتاقان‌ها ممکن است الگوهای زوال متفاوتی داشته باشند ممکن است در این حالت خطاهای افزایش یابند.



نمودار ۲۱. زمان باقیمانده رسیدن به آستانه‌ی ۴۲ متر بر مجدور ثانیه در یاتاقان ۴.

جدول ۲. محاسبه‌ی خطای پیش‌بینی‌ها از طریق رابطه‌ی ۵ و ۶.

یاتاقان ۱	یاتاقان ۳	یاتاقان ۴
۹,۳	۲۱,۷	۱۴,۳

از میان روندهایی که در نمودارهای ۱۶ تا ۱۸ وجود دارد، تعدادی از آن‌ها ممکن است هرگز به آستانه‌ی تعیین شده نرسند و در این حالت مقدار زمان باقیمانده پیش‌بینی شده در روند مورد نظر برابر بی‌نهایت است. با توجه به این که فرایند زوال یاتاقان معمولاً به سمت بدتر شدن پیش می‌رود (در صورت عدم دخالت انسان مانند گریس کاری) و عمر باقی مانده بی‌نهایت معنای حقیقی ندارد، پس این روندهای پیش‌بینی شده خطای محض است و حذف خواهند شد. به همین دلیل است که نقاط سیاه رنگ در نمودارهای ۱۹ تا ۲۱ پیوسته نیستند زیرا تعدادی از پیش‌بینی‌ها حذف شده است.

در جدول ۲ دقت پیش‌بینی‌ها با کمک روندهای پیش‌بینی شده در نمودارهای ۱۶ تا ۱۸ توسط رابطه‌ی ۵ و ۶ آورده شده است:

$$Error_n = \frac{\sum_{i=1}^{N_n} |PR_i - P_i|}{N_n} \quad (5)$$

پانوشت‌ها

1. feed forward neural network
2. root mean square (RMS)
3. kurtosis
4. convolutional neural network
5. long short-term memory (LSTM)
6. support vector regression (SVR)
7. light gradient boosting machine (LGBM)
8. fast degradation
9. kalman filter
10. deep neural network
11. stationary
12. spectrum
13. peak
14. slow degradation
15. hard degradation
16. moving average
17. histogram
18. PRONOSTIA
19. log-normal distribution
20. sigmoid
21. fully connected layer
22. MATLAB
23. validation

(References) مراجع

1. Jardine, A., Lin, D. and Banjevic, D. "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **20**(7), pp. 1483-1510 (2006).
2. Singleton, R., Strangas, E. and Aviyente, S. "Extended kalman filtering for remaining-useful-life estimation of bearings", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **62**(3), pp. 1781-1790 (2015).
3. Lei, Y., Li, N., Guo, L. and et al. "Machinery health prognostics: a systematic review from data acquisition to RUL prediction", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **104**, pp. 799-834 (2018).
4. Cubillo, A., Perinpanayagam, S. and Esperon-Miguez, M. "A review of physics-based models in prognostics: application to gears and bearings of rotating machinery", *Advances in Mechanical Engineering*, **8**(8), p. 168781401666466 (2016).
5. Behzad, M., Arghand, H. and Rohani Bastami, A. "Remaining useful life prediction of ball-bearings based on high-frequency vibration features", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, **232** (18), pp. 3224-3234 (2017).
6. Mahamad, A., Saon, S. and Hiyama, T. "Predicting remaining useful life of rotating machinery based artificial neural network", *Computers & Mathematics With Applications*, **60**(4), pp. 1078-1087 (2010).
7. Li, X., Elasha, F., Shamb, S. and et al. "Remaining useful life prediction of rolling element bearings using supervised machine learning", *Energies*, **12**(14), p. 2705 (2019).
8. Peng, C., Chen, Y., Chen, Q. and et al. "A Remaining useful life prognosis of turbofan engine using temporal and spatial feature fusion", *Sensors*, **21**(2), p. 418 (2021).
9. Zhai, Y., Deng, A., Li, J. and et al. "Remaining useful life prediction of rolling bearings based on recurrent neural network", *Journal on Artificial Intelligence*, **1**(1), pp. 19-27 (2019).
10. Mao, W., He, J., Tang, J. and et al. "Predicting remaining useful life of rolling bearings based on deep feature representation and long short-term memory neural network", *Advances in Mechanical Engineering*, **10**(12), p. 168781401881718 (2018).
11. Yang, C., Chen, Y., Chan, Y. and et al. "Influenza-like illness prediction using a long short-term memory deep learning model with multiple open data sources", *The Journal of Supercomputing*, **76**(12), pp. 9303-9329 (2020).
12. Yıldırım, D., Toroslu, I. and Fiore, U. "Forecasting directional movement of forex data using LSTM with technical and macroeconomic indicators", *Financial Innovation*, **7**(1) (2021).
13. Song, X., Liu, Y., Xue, L. and et al. "Time-series well performance prediction based on long short-term memory (LSTM) neural network model", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **186**, p. 106682 (2020).
14. Reuben, L. and Mba, D. "Diagnostics and prognostics using switching Kalman filters", *Structural Health Monitoring*, **13**(3), pp. 296-306 (2014).
15. Heimes, F. "Recurrent neural networks for remaining useful life estimation", *International Conference on Prognostics and Health Management* (2008).
16. Zhai, Y., Deng, A., Li, J. and et al. "Remaining useful life prediction of rolling bearings based on recurrent neural network", *Journal on Artificial Intelligence*, **1** (1), pp. 19-27 (2019).
17. Kulkarni, S. and Wadkar, S. "Experimental investigation for distributed defects in ball bearing using vibration signature analysis", *Procedia Engineering*, **144**, pp. 781-789 (2016).
18. Behzad, M., Feizhoseini, S., Arghand, H. and et al. "Failure threshold determination of rolling element bearings using vibration fluctuation and failure modes", *Applied Sciences*, **11**(1), p. 160 (2020).
19. Hamadache, M., Jung, J., Park, J. and et al. "A comprehensive review of artificial intelligence-based approaches for rolling element bearing PHM: shallow and deep learning", *JMST Advances*, **1**(1-2), pp. 125-151 (2019).
20. Medjaher, K., Tobon-Mejia, D. and Zerhouni, N. "Remaining useful life estimation of critical components with application to bearings", *IEEE Transactions on Reliability, Institute of Electrical and Electronics Engineers*, **61**(2), pp. 292-302 10.1109/TR.2012.2194175. hal-00737596 (2012).
21. Feng, C., Wang, H., Lu, N. and et al. "Log-transformation and its implications for data analysis", *Shanghai Arch. Psychiatry*, **26**(2), pp.105-109 (2014). DOI: 10.3969/j.issn.1002-0829.2014.02.
22. Jebb, A.T., Tay, L. Wang, W. and et al. "Time series analysis for psychological research: examining and forecasting change", *Front Psychol*, **6**:727 (2015). DOI: 10.3389/fpsyg.2015.00727.
23. Nectoux, P., Gouriveau, R., Medjaher, K. and et al. "PRONOSTIA: an experimental platform for bearings accelerated degradation tests", In: *IEEE International Conference on Prognostics and Health Management*, PHM 12, Denver, CO, USA. IEEE Catalog Number: CPF12PHM-CDR (June 2012).

کنترل فعال جریان روی پرهی توربین باد محور عمودی داریوس با استفاده از عملگر پلاسما

مجید زارع چاوشی (دانشجوی دکتری)

عباس ابراهیمی^{*} (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی هواپیما، دانشگاه صنعتی شریف

مهمنشی مکانیک شریف (پیاپی ۱۴۰) دری ۳۷۳۷۸۰، نیاوران، ایران، پژوهشی

یکی از مشکلات اصلی توربین باد محور عمودی داریوس که باعث کاهش راندمان آنها شده پدیده‌ی واماندگی دینامیکی است که با کنترل آن می‌توان عملکرد این توربین‌ها را بهبود داد. در این پژوهش، اثر عملگر پلاسما بر عملکرد توربین باد محور عمودی داریوس به صورت عددی با روش حجم محدود فشار مبنا بررسی شده است. پس از شناخت دقیق جریان حول پره توربین در حالت بدون کنترل، سه چیدمان عملگر پلاسما شامل عملگر سطح داخلی، سطح بیرونی و دوطرفه با حالت بدون عملگر مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد گشتاور حول محل اتصال پره به نگهدارنده آن به صورت محلی می‌تواند تا ۲۵ درصد در ناحیه‌ی بالادست و تا ۵۰ درصد در ناحیه‌ی پایین دست پره تأثیرگذار باشد. عملگر پلاسما با کنترل واماندگی و کوچک‌تر کردن گردابه سطح مکش در طی حرکت رو به پایین پره باعث افزایش ضربی نیروی برآ و کاهش پسا شده و مقدار گشتاور مثبت حول محل اتصال را افزایش می‌دهد. در نهایت، عملگر سطح داخلی و دوطرفه باعث بهبود توان خروجی توربین تا ۱۰ درصد شده است.

واژگان کلیدی: توربین باد محور عمودی، واماندگی دینامیکی، کنترل جریان فعال، عملگر پلاسما.

zare@ae.sharif.ir
ebrahimi_a@sharif.ir

۱. مقدمه

بوده و نیازی به صرف انرژی ندارند، اما کارایی آنها نسبت به روش‌های فعال کمتر است؛ بهویژه در پدیده‌هایی که مانند واماندگی دینامیکی به شدت ناپایا و پیچیده‌اند.^[۱] از جمله روش‌های غیرفعالی که تاکنون برای کنترل واماندگی دینامیکی توسط پژوهشگران بررسی شده می‌توان به مولد گردابه،^[۲] حفره، سیم با فاصله از سطح^[۳] و فلپ گارنی^[۴] اشاره کرد. روش‌های کنترل جریان فعال اگرچه کارایی بالاتری نسبت به روش‌های غیرفعال دارند اما نیازمند صرف انرژی هستند و لازم است شناخت کاملی نسبت به پدیده مورد نظر وجود داشته باشد.

رووش‌های کنترل فعالی که تاکنون توسط پژوهشگران استفاده شده عبارت‌اند از: مکش لبه‌ی حمله،^[۵] دمش،^[۶] نوسان^[۷] لبه‌ی حمله،^[۸] جت مصنوعی^[۹] و عملگر پلاسما.^[۱۰]

در بین روش‌های کنترل جریان فعال، تاکنون فقط دو روش جت مصنوعی و عملگر پلاسما در توربین باد محور عمودی داریوس و آن هم به صورت بسیار محدود استفاده شده است. جت مصنوعی ابتدا توسط ولاسکو و همکاران^[۱۱] در یک بررسی عددی دو بعدی، با قراردادن جت مصنوعی در قسمت داخلی پره توربین باد محور عمودی داریوس استفاده شد. نتایج نشان داد که جت مصنوعی می‌تواند باعث تأخیر واماندگی دینامیکی در زاویه‌ی حمله‌ی بالاتر شود که این عامل منجر به افزایش توان خروجی توربین شده است. ژو و همکاران^[۱۲] در یک بررسی عددی با بهبود پارامترهای جت مصنوعی و بهکارگیری سناریوهای مختلف

توربین‌های باد محور عمودی برای استفاده در مناطق شهری از مزایای زیادی برخوردارند؛ از جمله عدم حساسیت به جهت باد، آلودگی صوتی کمتر،^[۱] کارایی بیشتر در باد با آشفتگی بالا^[۲] و راحتی در تعییر و نگهداری.^[۳] توربین‌های باد محور عمودی به دو دسته توربین‌های برآ - مبنا و پسا - مبنا تقسیم‌بندی می‌شوند. یکی از توربین‌های برآ - مبنا، توربین داریوس است که راندمان بالایی دارد ولی جدایش جریان واماندگی دینامیکی روی پره آن، باعث کاهش عملکرد آبروپینامیکی می‌شود.^[۴]

واماندگی دینامیکی با پدیده‌های مانند تشکیل و ریزش گردابه‌ها از لبه‌ی حمله و لبه فرار همراه است.^[۵] تشکیل این گردابه‌ها باعث افزایش موضعی نیروی برآ و ریزش آنها باعث کاهش ناگهانی این نیرو می‌شود. در نتیجه‌ی نوسان نیروی برآ، گشتاور وارد بر محور توربین نیز نوسانی شده که موجب لرزش‌های سازه، آلودگی صوتی و افت عملکرد می‌شود.^[۶] با کنترل این پدیده‌ها می‌توان مشکلات مطرح شده و عملکرد توربین باد را بهبود بخشید. تاکنون از روش‌های کنترل جریان فعال و غیرفعال زیادی برای کنترل پدیده‌ی واماندگی دینامیکی توسط پژوهشگران استفاده شده است. روش‌های کنترل جریان غیرفعال، ساده‌تر

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۸/۸، اصلاحیه ۱۱/۵، پذیرش ۱۱/۹، ۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J40.2022.59189.1623

کنترل جریان، کارایی جت مصنوعی را افزایش دادند به نحوی که توان تولیدی تا ۱۵ درصد افزایش یافت.

گرینبلت و همکاران^[۱۸] در یک نمونه آزمایشگاهی توربین باد محور عمودی داریوس، با نصب عملکر پلاسما در قسمت داخلی پره توربین، توان خروجی را تا ۳۸ درصد بهبود دادند. در این فعالیت، شناختی نسبت به فیزیک جریان و نحوی

عملکرد عملکر حاصل نشد ولی در کار بعدی^[۱۹] آن‌ها سعی کردند میدان جریان حول پره را با روش سرعت‌سنجی ذرات^۳ استخراج کنند. مشاهدات نشان داد که عملکر پلاسما باعث شده گردابی وamanندگی دینامیکی شکل گرفته روی پره، کوچک‌تر و به سطح نزدیک‌تر شود. همین عامل باعث کنترل و به تأخیر افتادن وamanندگی دینامیکی و افزایش توان خروجی شد. نتایج این پژوهش به دلیل محدودیت‌های آزمایشگاهی فقط برای زاویه پره ۱۲۰ درجه انجام شد. در مقایسه‌ی دیگر، بن هاراو و گرینبلت^[۲۰] یک کنترل‌گر پیش‌رو^۴ روی توربین باد محور عمودی نصب کردند

تا عملکر پلاسما فقط در زوایای پره خاص روشن شود و از این طریق در انرژی مصرف شده توسط پلاسما صرفه‌جویی شود. این اقدام در نهایت باعث بهبود

درصدی در توان خالص تولیدی شد. گرینبلت و لوتن^[۲۱] نصب عملکر پلاسما روی دو طرف پره توربین باد محور عمودی را ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد

که نصب عملکر روی قسمت داخلی پره تا ۵۰ درصد بهبود بیشتری نسبت به نصب روی قسمت خارجی پره دارد. آن‌ها همچنین با تلقیق هر دو روش، به نحوی

که عملکر قسمت داخلی پره در ناحیه‌ی بالادست و عملکر قسمت خارجی در ناحیه‌ی پایین دست فعال باشد، موفق به بهبود بسیار جزئی در توان خروجی شدند.

در یک بررسی عددی دیگر^[۲۲] اثر عملکر پلاسما بر کنترل وamanندگی دینامیکی در توربین باد محوری عمودی با استفاده از مدل شای^۵ شیوه‌سازی شد. برای این منظور

محققین اثر موقعیت طولی قرارگیری عملکر بر توان خروجی را بررسی کرد و بهبود ۳۶ درصدی در حالت بهینه را گزارش کردند.

مرور تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که استفاده از عملکر پلاسما به‌منظور بهبود کارایی توربین باد محوری عمودی داریوس امکان‌پذیر است. از آن‌جا که کنترل مؤثر

جریان توسط روش‌های کنترل فعال، مستلزم شناخت کامل نسبت به پدیده و نحوی اثرگذاری آن است، باید فیزیک جریان با حضور پلاسما و بدون حضور پلاسما شناسایی شود. تاکنون نحوی اثرگذاری عملکر پلاسما بر پدیده وamanندگی دینامیکی فقط در

مرجع^[۱۹] به صورت محدود انجام شده است. همچنین اطلاعاتی در مورد فیزیک جریان ارائه شده،^[۲۳] اما این بررسی نیز متمرکز بر اثر موقعیت طولی عملکر بود و تنها

مقادیر گشتاور لحظه‌ی تولیدی را گزارش کرده است. بنابراین تاکنون شناخت فیزیک اثرگذاری عملکر پلاسما محدود به میدان سرعت اطراف پره یا گشتاور لحظه‌ی بوده

است. علاوه بر این، تاکنون تمامی پژوهش‌های صورت گرفته از اثر گشتاور حول نقطه‌ی اتصال پره به نگهدارنده صرف نظر کردند؛ در صورتی که این اثر برای پره‌های ضخیم که از محل یک چهارم وتر به نگهدارنده متصل نشده باشند، اهمیت پیدا خواهد کرد.

در این مقاله ابتدا ساختار پدیده وamanندگی دینامیکی پره توربین باد محور عمودی داریوس در کل سیکل حرکت شناسایی شده است. با توجه به شناخت حاصل

شده، محل مناسب عملکر برای کنترل جریان تعیین شده و میزان اثر بخشی عملکر پلاسما بر کنترل وamanندگی دینامیکی ارزیابی شده است. در بررسی حاضر

علاوه بر توان خروجی توربین، گشتاور لحظه‌ی و میدان جریان اطراف پره، اثر عملکر پلاسما بر ضرایب برآ و پسای لحظه‌ی پره نیز مطالعه شده است. همچنین برای اولین بار گشتاور حول محل اتصال پره در نظر گرفته شده و اهمیت آن در تولید گشتاور

لحظه‌ی پره نشان داده شده است.

۲. مبانی عملکرد توربین و فرمول بندی

گشتاور ایجاد شده (T) توسط پره‌های توربین از طریق محور میانی به ژنراتور منتقل می‌شود و توان خروجی (P) را تولید می‌کند. این دو پارامتر با استفاده از روابط ۱ و ۲ به صورت رابطه‌ی ۱ بی‌بعد می‌شوند:

$$C_p = \frac{P}{0.5 \rho V^3 R H} \quad (1)$$

$$C_T = \frac{T}{0.5 \rho V^3 R^2 H} \quad (2)$$

که در آن ρ چگالی هوا (kg/m^3), V سرعت باد (m/s), R شعاع توربین (m) و H ارتفاع پره‌های توربین (۱ متر در شبیه‌سازی دو بعدی) بوده و گشتاور و توان خروجی در این روابط به ترتیب بر حسب نیوتون‌متر ($N.m$) و وات (W) جایگذاری می‌شود. توان خروجی توربین وابستگی شدیدی به سرعت دورانی بی‌بعد توربین دارد که نسبت سرعت دورانی پره نام‌گذاری شده و با رابطه‌ی ۳ بیان می‌شود.^[۲۳] در این رابطه ω سرعت دورانی توربین (rad/s) و V_b سرعت مماسی پره توربین است.

$$\lambda = \frac{V_b}{V} = \frac{\omega R}{V} \quad (3)$$

یکی دیگر از پارامترهای مؤثر بر عملکرد توربین، ضریب پری توربین است. این پارامتر مطابق رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{Nc}{2R} \quad (4)$$

که در آن N تعداد پره‌های توربین و c طول وتر (m) هر پره است.

در توربین باد محور عمودی داریوس پره‌ها تغییر زیادی در سرعت نسبی (W) و زاویه‌ی حمله مؤثر (α) تجربه می‌کنند. با چرخش پره توربین و قرارگیری در زاویه‌ی پره‌های مختلف (۰) سرعت نسبی و زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر نیز تغییر می‌کند که مقدار آن به نسبت سرعت دورانی نیز وابسته است. با فرض این که پره در حرکت ناحیه‌ی بالادست اثری بر روی ناحیه‌ی پایین دست نداشته باشد می‌توان مقادیر سرعت نسبی و زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر را مطابق روابط ۵ و ۶ بر حسب زاویه‌ی پره و نسبت سرعت دورانی به دست آورد.^[۲۴]

$$W = V \times \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda \cos\theta + 1} \quad (5)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\sin\theta}{\lambda + \cos\theta} \quad (6)$$

در توربین‌های باد محور عمودی، نیروهای وارد بر پره توربین در دو جهت مماسی و عمود بر پره حائز اهمیت است. نیروی مماسی در راستای وتر پره بوده و همان نیرویی است که باعث ایجاد گشتاور حول محور و تولید توان خروجی می‌شود. از طرفی نیروی عمودی که عمود بر نیروی مماسی است به محور و نگهدارنده‌های پره وارد شده و از لحاظ سازه‌ی اهمیت دارد. این دو مؤلفه‌ی نیرو می‌توانند به راستاهای مختلف از جمله راستای محورهای مختصات کارتزین (x, y) و راستای سرعت نسبی باد و عمود بر آن تجزیه شوند. در عمل این‌دادهای نیروها در راستای محورهای مختصات کارتزین (F_x, F_y) از شبیه‌سازی عددی استخراج شده و با استفاده از روابط مسئله‌ای این نیروها در سایر راستاهای محاسبه می‌شود. رابطه‌ی ۷ و ۸ بیان‌گر ارتباط بین نیروهای مماسی و عمودی با نیروهای در راستای محورهای مختصات هستند. در این روابط جهت مثبت نیروی مماسی به سمت لبه‌ی حمله و جهت

واماندگی دینامیکی کاربرد دارد، در این پژوهش با استفاده از سرعت باد نسبی، طول و تراویح مطابق روابط ۱۵ تا ۱۷ بی بعد شده اند تا با نتایج سایر تحقیقات در زمینه دینامیکی در ایرفویل قبل مقایسه باشد. در این روابط C_n ضریب نیروی C_t ضریب نیروی عمودی، C_l ضریب نیروی مماسی، C_d ضریب نیروی برآ و $C_{m,c,p}$ ضریب گشتاور حول نقطه اتصال را معنی می کند.

$$C_n = \frac{F_n}{\rho V^2 R H} \quad (13)$$

$$C_t = \frac{F_t}{\rho V^2 R H} \quad (14)$$

$$C_l = \frac{F_l}{\rho W^2 c H} \quad (15)$$

$$C_d = \frac{F_d}{\rho W^2 c H} \quad (16)$$

$$C_{m,c,p} = \frac{M_{c,p}}{\rho W^2 c H} \quad (17)$$

مشتبه نیروی عمودی به سمت سطح خارجی پره است. جهات مشتبه قراردادی در شکل ۱ نیز نشان داده است.

$$F_t = -F_x \cos \theta - F_y \sin \theta \quad (7)$$

$$F_n = -F_x \sin \theta + F_y \cos \theta \quad (8)$$

یکی دیگر از مؤلفه های نیرو که در بحث واماندگی دینامیکی نیز بسیار مهم است نیروهای برآ و پسا هستند. این دو نیرو به ترتیب عمود و در راستای سرعت نسبی هستند. جهت مشتبه نیروی برآ به سمت داخل پره و جهت مشتبه نیروی پسا به سمت لبه فرار پره است (شکل ۱). رابطه های ۹ و ۱۰ بیان گر ارتباط مقادیر نیروهای برآ و پسا (F_l, F_d) با نیروهای در راستای محورهای مختصات است که در آن α زاویه حمله مؤثر بوده و از رابطه ۶ محاسبه می شود.

$$F_l = F_x \sin(\theta - \alpha) - F_y \cos(\theta - \alpha) \quad (9)$$

$$F_d = F_x \cos(\theta - \alpha) + F_y \sin(\theta - \alpha) \quad (10)$$

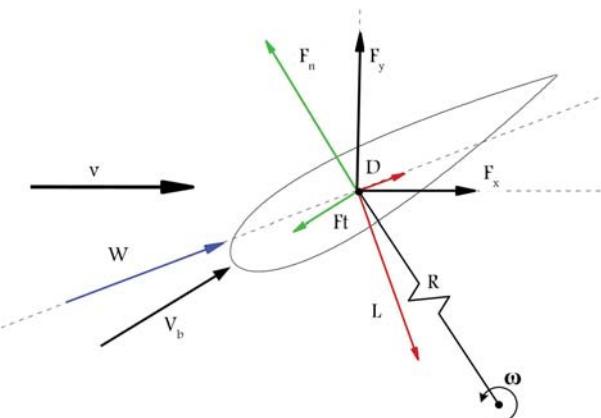
نیروی مماسی مؤثرترین عامل در تولید گشتاور پره در توربین های باد محور عمودی است. اما علاوه بر نیروی مماسی، گشتاور ایجاد شده حول نقطه اتصال پره به بدنه توربین نیز مؤثر است. گشتاور لحظه ای ایجاد شده توسط یک پره (M) با استفاده از رابطه ۱۱ محاسبه می شود. در این رابطه $M_{c,p}$ گشتاور حول نقطه اتصال پره است و جهت مشتبه قراردادی آن مانند گشتاور کل خلاف عقربه های ساعت در نظر گرفته شده است.

$$M = F_t R + M_{c,p}. \quad (11)$$

در رابطه ۱۱ مقدار F_t از رابطه ۷ محاسبه می شود. اما با جایگذاری مقدار معادل آن بر حسب نیروهای برآ و پسا رابطه ۱۱ به رابطه ۱۲ تبدیل می شود که در آن جمله ای اول نقش نیروی برآ، جمله ای دوم نقش نیروی پسا و جمله ای سوم نقش گشتاور حول نقطه اتصال در گشتاور تولیدی پره است.

$$M = F_l R \sin(\alpha) - F_d R \cos(\alpha) + M_{c,p}. \quad (12)$$

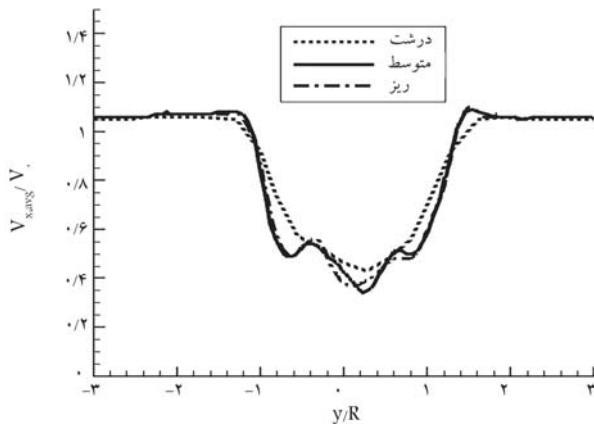
یکای نیروها و گشتاورهای آبودینامیکی به ترتیب نیوتون (N) و نیوتون متر ($N.m$) بوده اما معمولاً به صورت بی بعد بیان می شوند. برای بعد کردن نیروهای عمودی و مماسی از سرعت باد، شعاع و ارتفاع توربین مطابق روابط ۱۳ و ۱۴ استفاده می شود. اما از آنجا که مقادیر ضرایب نیروی برآ، پسا و گشتاور حول نقطه اتصال برای تحلیل های



شکل ۱. شماتیک نیروهای وارد بر پره توربین و جهات مشتبه قراردادی.

جدول ۱. مشخصات هندسه‌ای مورد بررسی.

مشخصه	مقدار
ایرفویل پره	NACA ۰۰۲۱
محل اتصال پره به نگهدارنده	۵° و تو ایرفویل
تعداد پره توربین	۳
قطر توربین (m)	۱/۰۲۸
ضریب پری توربین	۰/۲۵
طول وتر ایرفویل (m)	۰/۰۸۵
سرعت دورانی (RPM)	۴۰۰



شکل ۳. استقلال حل از شبکه‌ی محاسباتی در پروفیل سرعت پایین دست توربین.

به منظور بررسی استقلال حل از شبکه‌ی محاسباتی، سه شبکه‌ی درشت، متوسط و ریز به ترتیب با تعداد کل ۵۳۷، ۵۳۷، ۱۰۶، ۴۴۵، ۷۰۰ و ۱، ۴۵۱، ۷۵۹ سلول در نظر گرفته شده است. در شکل ۳، پروفیل نسبت مؤلفه‌ی سرعت محوری میانگین ($V_{x,avg}$) به سرعت باد (V_b) در فاصله‌ی دوبرابر شعاع در پایین دست روتور برای هر سه شبکه نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تفاوت بین شبکه‌ی متوسط با شبکه‌ی درشت زیاد بوده و در بعضی نقاط به ۲۵ درصد می‌رسد. از طرفی تفاوت شبکه‌ی متوسط با شبکه‌ی ریز در بدترین حالت کمتر از حدود ۱۰ درصد است. بنابراین با در نظر گرفتن هزینه‌ی محاسباتی و همچنین دقت محاسباتی، شبکه‌ی متوسط برای این بررسی انتخاب شده است که در آن مقدار y روی سطح ایرفویل کمتر از ۱ است. نمایی از شبکه‌ی محاسباتی در نزدیکی سطح ایرفویل در شکل ۴ نمایش داده است.

به دلیل ناپایا بودن حل عددی باید استقلال حل از گام زمانی به منظور انتخاب مناسب ترین گام زمانی نیز انجام شود. در توربین باد محور عمودی داریوس پدیده‌های حاکم بستگی به نسبت سرعت دورانی دارند، بنابراین گام زمانی بهینه برای شبکه‌های سرعت دورانی مختلف متفاوت است. برای رفع این مشکل به جای بررسی گام زمانی بهینه بeter است زاویه‌ی که پرده روتور در یک گام زمانی طی می‌کند را به عنوان معیار مقایسه انتخاب کرد. به این ترتیب می‌توان ابتدا زاویه‌ی مناسب را تعیین کرد و بعد در هر نسبت سرعت، گام زمانی معادل آن را به دست آورد. برای این منظور سه گام زمانی به ترتیب معادل حرکت پره به اندازه‌ی ۴، ۱ و ۰/۲۵ درجه انتخاب شده است. در شکل ۵ پروفیل نسبت مؤلفه‌ی سرعت محوری به سرعت باد در فاصله‌ی دوبرابر شعاع در پایین دست روتور برای گام‌های زمانی مختلف مقایسه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود گام زمانی معادل حرکت پره به اندازه ۱ درجه از لحاظ هزینه‌ی محاسباتی و همچنین دقت، مناسب است.

دست می‌آید که در آن ε_r ضریب نفوذ نسبی و λ_d طول دبای بر حسب متر است.

$$\nabla \cdot (\varepsilon_r \nabla \phi) = 0 \quad (18)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_r \nabla \rho_c) = \frac{\rho_c}{\lambda_d^2} \quad (19)$$

با فرض این که فقط میدان الکتریکی خارجی باعث اعمال نیرو به ذرات باردار می‌شود و صرف نظر از نیروهای مغناطیسی، میدان الکتریکی (ولت‌متر) برابر با $\vec{E} = -\nabla \phi$ ظاهر شده در معادلات اندازه حرکت سیال (رابطه‌ی ۱۹) توسط معادله‌ی لورنتز محاسبه می‌شود:

$$\vec{f}_b = \rho_c (-\nabla \phi) \quad (20)$$

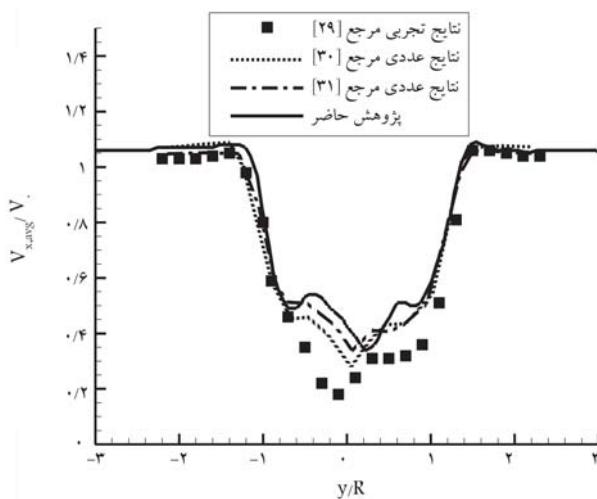
در این پژوهش با توجه به الزامات ابعاد و فضای داخل ایرفویل پره، عملگر پلاسمای مرجع [۲۷] انتخاب شده که در آن الکترودها از جنس مس با خامت ۷۰ میکرومتر و طول الکترود محدود ۵ میلی‌متر و طول الکترود آزاد ۲۰ میلی‌متر است. دی‌الکتریک به کار رفته از جنس اکریلیک با ثابت دی‌الکتریک نسبی ۳ بوده و ۳ میلی‌متر ضخامت دارد. با توجه به این که توربین باد در حالت عملکردی خود زوایای حمله‌ی زیاد را تجربه می‌کند (بسته به نسبت سرعت دورانی) جدایش جریان از لبه‌ی حمله اتفاق می‌افتد و در نتیجه مناسب‌ترین حالت کترالی حالتی است که عملگر در لبه‌ی حمله نصب شده باشد. [۱۸]

۴. روش حل عددی

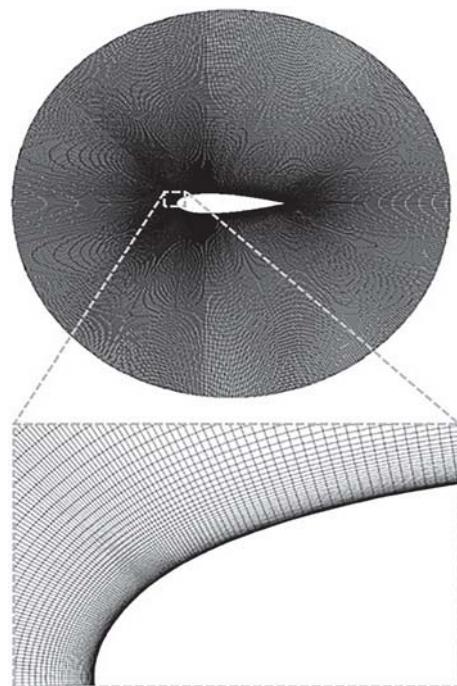
در این پژوهش معادلات کامل ناوير-استوکس میانگین‌گیری شده رینولدز (RANS) به صورت ناپایا و تراکم‌ناپذیر استفاده شده است. جمله‌ی تنش رینولدز ظاهر شده در معادلات با استفاده از مدل آشفتگی $k - \omega$ SST محاسبه شده است. [۲۸] دامنه‌ی محاسباتی به دو قسمت ثابت و چرخان تقسیم شده و چرخش توربین با استفاده از روش شبکه‌ی لغزنده شیوه‌سازی شده است. حل معادلات جریان به صورت کوپل بوده و گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش مرتبه دوم بالادستی^۷ و پیشروی در زمان با روش ضمنی مرتبه‌ی دوم محدود^۸ انجام شده است.

۵. شبکه‌ی محاسباتی و شرایط مرزی

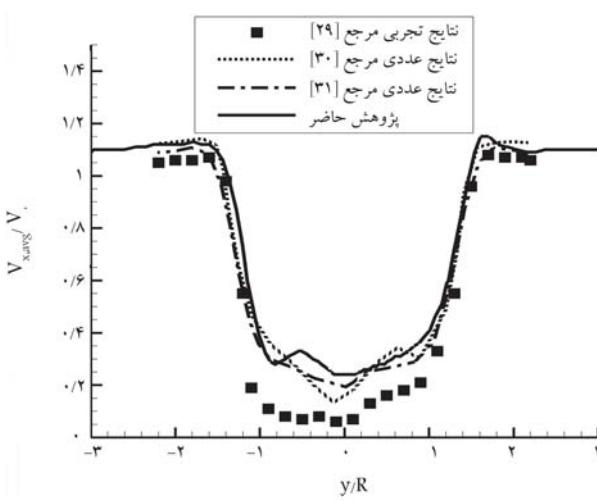
توربین استفاده شده در این پژوهش، توربین داریوس سه‌پره‌ی نوع H مرجع [۲۹] است که اطلاعات آن در جدول ۱ ارائه شده است. به منظور شیوه‌سازی این توربین، دامنه‌ی محاسباتی به اندازه‌ی ۱۰ برابر قطر روتور به سمت بالادست، ۲۰ برابر به سمت پایین دست و ۱۰ برابر به سمت اطراف امتداد داده شده تا از عدم وجود اثرات شرایط مرزی بر حل عددی اطمینان حاصل شود. دامنه‌ی محاسباتی به دو بخش چرخان و ثابت تقسیک شده است. بخش چرخان که به منظور اعمال روش شبکه‌ی لغزنده در نظر گرفته شده دایره‌ی به قطر دو برابر قطر توربین است. شرط مرزی بالادست به صورت سرعت ورودی برابر با سرعت باد (۹ متر بر ثانیه)، شرط مرزی پایین دست به صورت فشار خروجی در نظر گرفته شده و برابر دیواره‌های دو طرف دامنه‌ی محاسباتی از شرط مرزی تقارن استفاده شده است. روی دیواره‌های ایرفویل نیز شرط مرزی عدم لغزن اعمال شده که باعث می‌شود سرعت جریان در مجاورت سطح، برابر با سرعت حرکت پره باشد.



شکل ۶. مقایسه‌ی پروفیل سرعت میانگین دنباله برای نسبت سرعت دورانی ۲/۴.

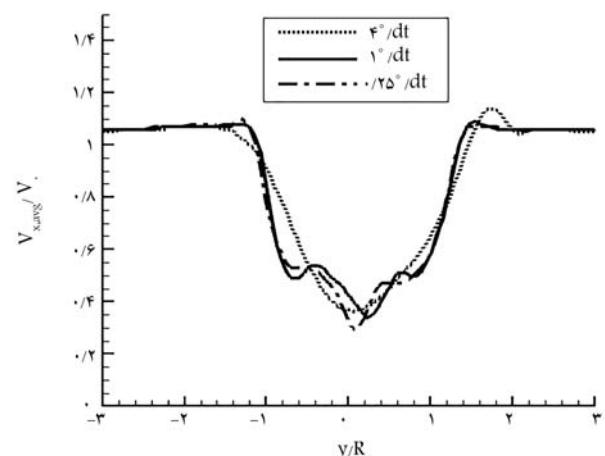


شکل ۴. نمایی نزدیک از شبکه‌ی محاسباتی در نزدیکی ایرفویل.



شکل ۷. مقایسه‌ی پروفیل سرعت میانگین دنباله برای نسبت سرعت دورانی ۳/۳.

نشده است. نگهدارنده‌های پره باعث ایجاد دنباله و افت انرژی بیشتر و در نتیجه کاهش سرعت می‌شوند.^[۲۱] همچنین اثرات تلفات نوک پره در مدل سه بعدی باعث اختلاف بیشتر انرژی و کاهش سرعت در دنباله‌ی توربین، بهویه در نسبت سرعت دورانی بالا می‌شود.^[۲۲]



شکل ۵. استقلال حل از گام زمانی در پروفیل سرعت پایین دست توربین.

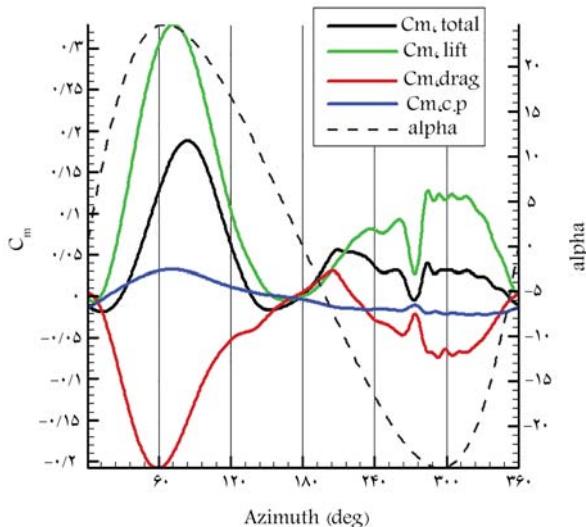
۲.۶. اعتبارسنجی مدل عملگر پلاسمای

به منظور اطمینان از درستی مدل سازی عملگر پلاسما، شبیه‌سازی عملگر روی صفحه‌ی تخت و در هوای ساکن صورت گرفته و نتایج حاصل با فعالیت‌های عددی مشابه^[۲۳, ۲۶] مقایسه شده است. هندسه‌ی انتخاب شده برای این برسی شامل دو الکترود مستطیلی به طول ۱۰ میلی‌متر و با ضخامت ۰/۱۵ میلی‌متر و فاصله‌ی ۰/۵ میلی‌متر از هم است. دی‌الکتریک به ضخامت ۰/۱۲۷ میلی‌متر از جنس کاپتون با ضریب نفوذپذیری ۰/۷ دو الکترود را از هم جدا کرده است. الکترود بیرونی در تماس با هواست که الکترود آزاد نام دارد و الکترود دیگر در تماس با ماده‌ی دی‌الکتریک است که الکترود محدود نماید می‌شود. شماتیک و ابعاد این هندسه در شکل ۸ آمده است. پس از برسی استقلال حل از دامنه‌ی محاسباتی، ابعاد دامنه‌ی محاسباتی برابر با ۸ سانتی‌متر در نظر گرفته شده و الکترودها در وسط مربع

۶. اعتبارسنجی

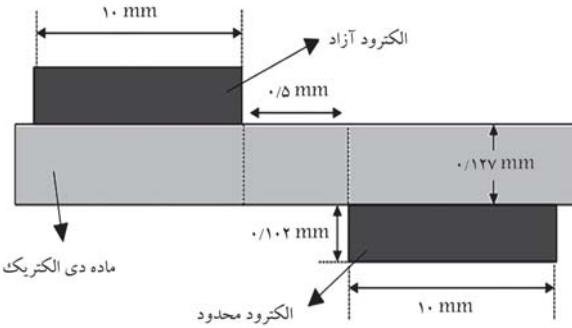
۶.۱. اعتبارسنجی توربین باد محور عمودی

اعتبارسنجی حل عددی با مقایسه‌ی مقادیر عددی پژوهش حاضر با نتایج تجربی^[۲۹] و نتایج عددی^[۳۰] برای توربین باد بدون عملگر پلاسما انجام شده است. پروفیل اندازه‌ی سرعت میانگین دنباله‌ی توربین در فاصله‌ی دو برابر ساعع در پایین دست روتور به ترتیب برای نسبت سرعت دورانی ۴/۳ و ۳/۳ داشت^[۲۰] و در شکل‌های ۶ و ۷ با نتایج عددی و تجربی مقایسه شده است. در هر دو شکل تطبیق بسیار خوبی بین نتایج عددی و تجربی می‌شود. در شکل ۶ مشاهده می‌شود. نتایج عددی پژوهش حاضر و نتایج عددی دیگر مراجع^[۳۱] مشاهده می‌شود. هر سه پروفیل سرعت در نتایج عددی، روندی مطابق نتایج تجربی را طی می‌کنند اما مقدارشان نسبت به مقدار تجربی بیشتر است. این اختلاف بدان سبب است که شبیه‌سازی‌های عددی به صورت دوبعدی بوده و اثرات نگهدارنده‌های پره لحاظ



شکل ۹. نقش نیروهای برآ، پسا و گشتاور حول نقطه‌ی اتصال در یک دوران پره.

گشتاور ناشی از نیروی برآ توسط گشتاور مخالف نیروی پسا مستهلك می‌شود. گشتاور حول نقطه‌ی اتصال نیز تأثیر منفی بر گشتاور تولیدی ناشی از نیروی برآ دارد ولی مقدار آن کمتر از ۲ درصد گشتاور کل است. بنابراین به طور کلی می‌توان گفت نیروی برآ عامل اصلی تولید گشتاور در توربین باد داریوس بوده که نیروی پسا و گشتاور حول نقطه‌ی اتصال با آن مقابله می‌کنند.
به منظور بررسی تغییرات گشتاور تولیدی توربین با دوران و تغییر زاویه پره، گشتاور کل ایجاد شده برای یک پره برای نسبت سرعت دورانی $2/\sqrt{4}$ در شکل ۹ رسم شده است (نمودار مشکل رنگ). همچنین گشتاور ناشی از نیروی برآ بر رنگ سیاه نیروی پسا با رنگ قرمز و گشتاور حول نقطه‌ی اتصال با رنگ آبی در کنار زاویه حمله نظری (محاسبه شده از رابطه ϵ) نشان داده است. بیشتر گشتاور تولیدی توسط پره در ناحیه‌ی بالا دست حرکت پره (یعنی زاویه‌ی پره صفر تا 180° درجه) ایجاد می‌شود. با افزایش زاویه‌ی حمله مقادیر نیروهای برآ و پسا نیز افزایش می‌باشد تا در نهایت بیشترین زاویه‌ی حمله و همچنین بیشینه‌ی نیروها و گشتاورهای آبودینامیکی در زاویه‌ی پره حدود 75° تا 90° درجه بخ‌دهد. در این ناحیه گشتاور حول نقطه‌ی اتصال مثبت شده و تا 25° درصد از گشتاور کل را ایجاد می‌کند. بیشینه‌ی زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر پره در این ناحیه حدود 25° درجه است. این مقدار از زاویه واماندگی استاتیکی ایروفول پره 21° NACA $50\cdot21$ که در اعداد رینولدز متوسط (حدود $80\cdot000$ تا $150\cdot000$) برابر 13° درجه است^[۳۵] بسیار بزرگ‌تر بوده که نشان دهنده‌ی وقوع پدیده‌ی واماندگی دینامیکی است. در پدیده‌ی واماندگی دینامیکی حرکت رو به بالا پره^۹ باعث می‌شود گردابه‌ی سطح مکش به سطح چسبیده و واماندگی پره در زاویه‌ی بالاتر از زاویه‌ی واماندگی استاتیکی آن بخ‌دهد.
به منظور مشاهده‌ی پدیده‌های واماندگی دینامیکی در توربین باد، کانتور و ریتیسته در زوایای مختلف پره از 160° تا 180° درجه در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همچنین مقادیر ضرایب نیروی برآ، پسا و گشتاور لحظه‌یی حول نقطه‌ی اتصال بر حسب زاویه‌ی حمله مثبت در شکل ۱۱ رسم شده است. پس از رسیدن پره به بیشترین زاویه‌ی حمله، فاز حرکت رو به پایین^{۱۰} پره با کاهش زاویه‌ی حمله شروع می‌شود. در این فاز گردابه با جهت پادساعت‌گرد که روی سطح مکش شکل گرفته، شروع به تقویت و بزرگ‌تر شدن کرده و در زاویه‌ی پره 140° درجه (معادل زاویه‌ی حمله مثبت حدود 10° درجه) از سطح فاصله گرفته و شروع به جدا شدن



شکل ۸. ابعاد الکترودهای عملگر پلاسمای استفاده شده برای اعتبارسنجی.

جدول ۲. مقایسه‌ی نیروی حجمی بی بعد بیشینه و سرعت القایی بیشینه، حاصل از پژوهش حاضر با سایر مراجع.

مشخصه	مرجع اختلاف حضر [۲۶] [۳۴]	پژوهش حاضر [۲۵] [۴۴]	درصد حضر [۲۶]
نیروی حجمی بی بعد بیشینه	$1406 \pm 11\%$	1250 ± 1444	1250
سرعت القایی بیشینه	$0.927 \pm 7\%$	0.934 ± 1.0	≈ 1.0

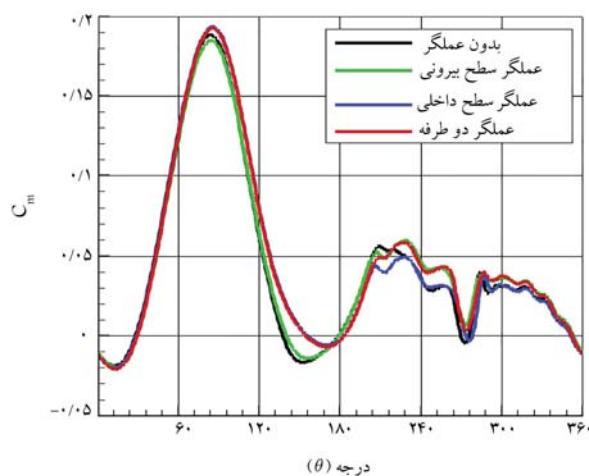
حاصل قرار داده شده‌اند. شبکه‌یی سازمان یافته درون این میدان تولید شده که تمرکز سلول‌ها در نزدیکی لبه‌های مجاور الکترودهای بیشتر است. با بررسی استقلال حل از شبکه‌یی محاسباتی، شبکه‌یی سازی می‌باشد که در تعداد کل 174800 سلول انتخاب شده که در نزدیکی سطح، ارتفاع کوچک‌ترین سلول حدود 4 میکرومتر است. ارتفاع نزدیک ترین سلول به سطح باید از طول دبای کم تر باشد تا اثرات تشکیل جت پلاسما به خوبی شبیه‌سازی شود. با توجه به مقادیر موجود، طول دبای 100 میکرومتر و بیشینه غلظت شارژ 80000 کولمب بر مترمکعب است (معادل ولتاژ اعمالی به الکترودهای 5 کیلوولت) که نشان می‌دهد تعداد کافی سلول در ناحیه‌ی طول دبای قرار گرفته است.

در جدول ۲ نیز بیشینه نیروی حجمی بی بعد و بیشینه سرعت القایی، حاصل از مدل سازی حاضر با داده‌های مشابه بوجمال^[۲۴] و سوزن و همکارانش^[۲۶] مقایسه شده است که نشان می‌دهد مقدار خطای حل حاضر با سایر نتایج در بدترین حالت کمتر از 10° درصد بوده که مقدار قابل قبولی است.

۷. نتایج و بحث

۷.۱. فیزیک جریان بدون عملگر پلاسمای

یکی از مشخصه‌های اصلی آبودینامیک توربین باد محوری عمودی داریوس وجود پدیده‌های به شدت ناپایاست که عوامل مختلفی بر آن تأثیرگذار بوده و رقتار آن‌ها با تغییر زاویه پره نیز عوض می‌شود. گشتاور کل ایجاد شده در هر زاویه‌ی پره مطابق رابطه‌ی 11 ناشی از سه عامل نیروی برآ، نیروی پسا و گشتاور حول نقطه‌ی اتصال است. با میانگین‌گیری از رابطه‌ی 11 برای دوران کامل یک پره از سه پرهی توربین نتایج حل عددی ضریب گشتاور میانگین ناشی از یک پره در نسبت سرعت دورانی 4 (معادل سرعت باد 9 متر بر ثانیه) را برابر با 0.43 نشان می‌دهد. نقش نیروی $2/4$ در این گشتاور برابر $2/10$ نتیج نیروی پسا برابر 0.57 و نقش گشتاور حول نقطه‌ی اتصال برابر $2/10$ است. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد و از قبل نیز انتظار می‌رفت، عمدۀ گشتاور میانگین ناشی از نیروی برآست. بیش از 50° درصد



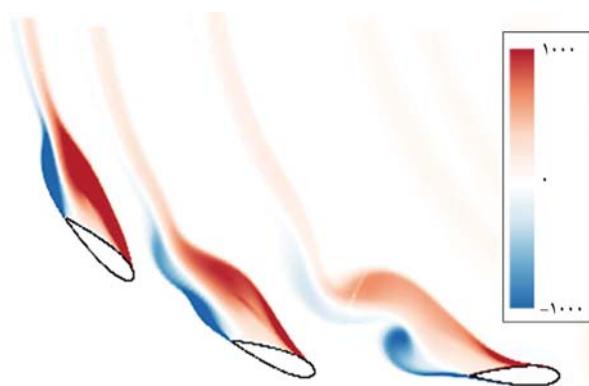
شکل ۱۲. تأثیر چیدمان نصب عملگر روی ضرایب گشتاور لحظه‌ی.

گردابه پادساعتگرد سطح مکش شده و به کاهش نیروی پسا کمک کند. از طرفی با نصب عملگر روی سطح بیرونی گردابه کارمن معکوس تقویت شده و نیروی پیشران بیشتری تولید می‌کند.

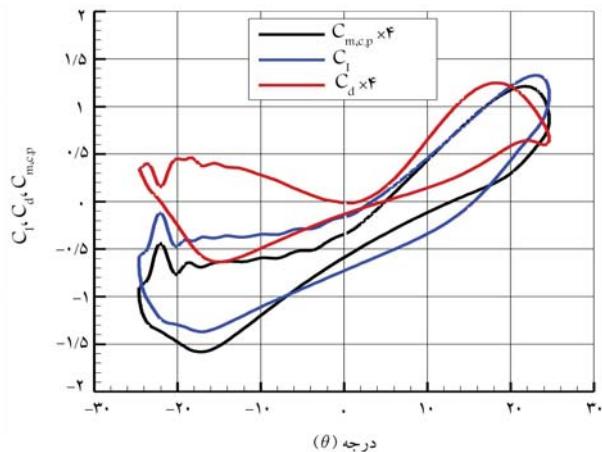
۲.۷ اثر عملگر پلاسما

به منظور بررسی پارامتری اثر محل قرارگیری عملگر پلاسما بر روی عملکرد توربین، سه حالت مختلف قرارگیری عملگرها در نظر گرفته شده و با حالت بدون عملگر مقایسه شده است. این حالت‌ها به ترتیب عبارت‌اند از نصب عملگر روی سطح بیرونی، نصب عملگر روی سطح داخلی و نصب دو عملگر به صورت همزمان روی هر دو سطح. ضرایب توان کل توربین برای حالت بدون عملگر، عملگر بیرونی، درونی و دوطرفه به ترتیب برابر $0/31, 0/32, 0/34, 0/35$ محاسبه شد که نشان‌گر افزایش حدود ۱۰ درصدی برای دو حالت درونی و دوطرفه نسبت به حالت بدون عملگر است.

به منظور شناخت نحوه اثربازاری عملگر پلاسما، ضرایب گشتاور لحظه‌ی یک پره در طول یک دور کامل دوران در نسبت سرعت دورانی $2/4$ (معادل بیشینه‌ی ضرایب توان توربین) برای هر سه حالت در شکل ۱۲ با حالت بدون عملگر مقایسه شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود عملگر دوطرفه به طور کالی مقدار گشتاور را افزایش داده است و مقدار گشتاور آن در ناحیه‌ی بالادست حرکت پره (زوایای دوران صفر تا 180° درجه) نزدیک به عملگر درونی و در ناحیه‌ی پایین دست حرکت پره (زوایای 180° تا 360° درجه) نزدیک به عملگر بیرونی است. در زاویه‌ی پره بین صفر تا 180° درجه پدیده‌های مربوط به واماندگی دینامیکی از جمله تشکیل گردابه پادساعتگرد روی سطح داخلی پره اتفاق می‌افتد. در ناحیه‌ی پایین دست حرکت پره این پدیده‌ها در سطح بیرونی اتفاق می‌افتد. جت تشکیل شده توسط عملگر پلاسما باعث کوچک‌تر شدن گردابه تولید شده و در نتیجه جدایش جریان ناشی از آن می‌شود. بنابراین عملگر سطح درونی در ناحیه‌ی بالادست حرکت و عملگر بیرونی در ناحیه‌ی پایین دست حرکت، مؤثر است (شکل ۱۲). همچنانی، عملگر دوطرفه باعث کنترل جدایش به طور همزمان در کل دوران پره خواهد شد. برای درک بهتر نحوه کنترل جدایش جریان توسط عملگر پلاسما، شکل ۱۳ کاتسور وریتیسته را برای دو حالت بدون عملگر پلاسما و عملگر پلاسمای سطح درونی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود عملگر پلاسما



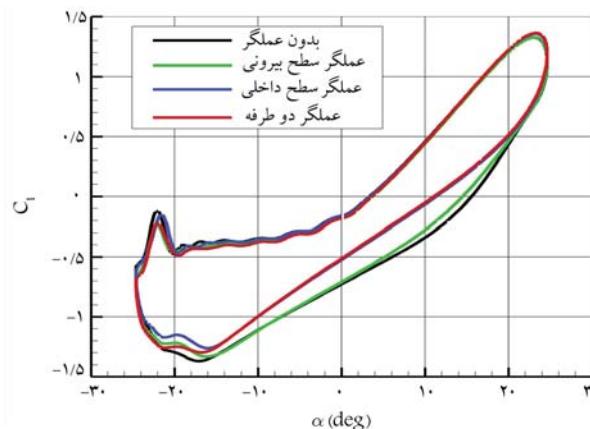
شکل ۱۵. فیزیک و اماندگی دینامیکی در کاتسور وریتیسته.



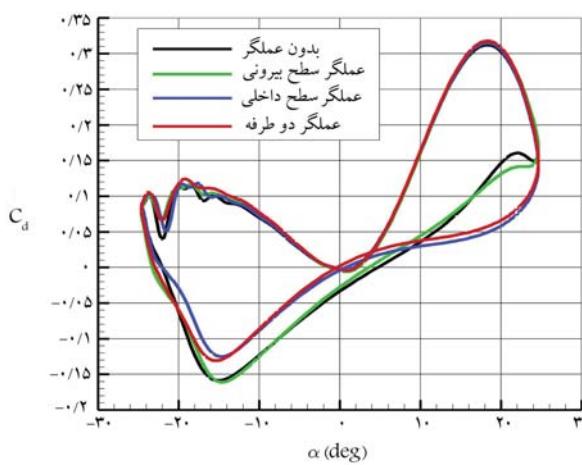
شکل ۱۱. ضرایب نیروی برآ، پسا و گشتاور حول نقطه اتصال بر حسب زاویه‌ی حمله مؤثر.

می‌کند. همین عامل باعث رول شدن لایه‌ی برشی لبه‌ی فزر شده و موجب تولید و تقویت گردابه‌ی دوم با جهت ساعتگرد می‌شود. در همین حال نیروی برآ کاهش یافته و نیروی پسا افزایش مجدد خواهد داشت که در شکل ۱۱ مشهود است. در ادامه با کاهش بیشتر زاویه‌ی حمله، گردابه‌ی پادساعتگرد از سطح جدا شده و باعث می‌شود مقدار نیروی پسا کاهش یابد. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود در زاویه‌ی پره 180° درجه گردابه‌ی ساعتگرد به طور کامل شکل گرفته و گردابه‌ی پادساعتگرد رو به اضطرال است. وجود گردابه‌ی ساعتگرد وقتی به سمت سطح مکش پره باشد باعث ایجاد نیروی پسای منفی یا به عبارتی نیروی پیشران می‌شود. تولید نیروی پیشران توسط این گردابه (موسوم به «گردابه‌ی کارمن معکوس») توسط سایر پژوهش‌گران نیز مشاهده و گزارش شده است.^[۲۸، ۲۹] وجود نیروی پسای منفی در شکل ۱۱ در زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر صفر تا -10° درجه مشهود است. همچنین در شکل ۹ نیز در زاویه‌ی پره حدود 220° تا 170° درجه نیروی پسا، تولید گشتاور مثبت کرده که به دلیل وجود پدیده‌های گردابه‌ی کارمن معکوس است.

پدیده‌ی واماندگی دینامیکی در زاویه‌ی حمله‌ی پره حدود 130° تا 180° درجه باعث کاهش شدید نیروی برآ و افزایش نیروی پسا می‌شود به طوری که گشتاور تولیدی کل در این ناحیه مطابق شکل ۹، منفی شده و باید توسط سایر پرده‌ها جبران شود. با توجه به شناخت صورت گرفته از فیزیک جریان، می‌توان پیش‌بینی کرد در صورتی که عملگر پلاسمای سطح داخلی وجود داشته باشد جت تشکیل شده باعث تضعیف



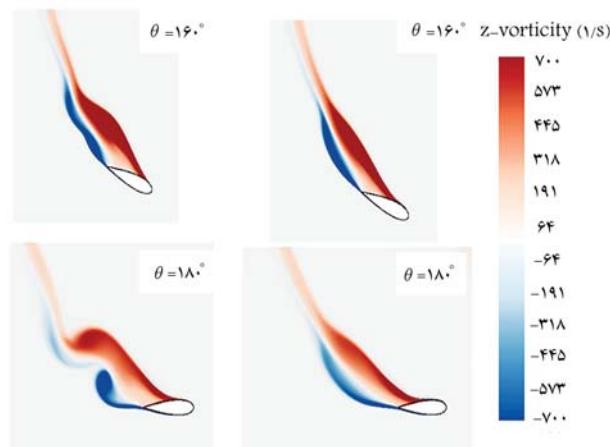
شکل ۱۴. تأثیر چیدمان نصب عملگر بر روی ضریب برآی لحظه‌یی.



شکل ۱۵. تأثیر چیدمان نصب عملگر روی ضریب پسای لحظه‌یی.

داده شده است؛ چنان که مشاهده می‌شود مقادیر آن تقریباً بر حالت عملگر دو طرفه منطبق است. از زاویه‌ی حمله -8° درجه (زاویه پره حدود 20° درجه) به بعد کارایی عملگر سطح داخلی کاهش یافته و مقدار ضریب نیروی برآی آن بر حالت بدون عملگر منطبق می‌شود. دلیل این امر قرارگیری پره در ناحیه‌ی پایین دست است که با منفی شدن زاویه‌ی حمله سطح مکش از سطح داخلی پره به سطح خارجی منتقل می‌شود. در این شرایط تشکیل گردابه در سطح خارجی اتفاق افتاده و در سطح داخلی جریان کاملاً چسبیده به سطح خواهد بود و عملگر پلاسمای سطح داخلی، کارایی خود را از دست می‌دهد. از این زاویه به بعد عملگر سطح بیرونی باعث افزایش مقدار نیروی برآ شده (البته نیروی برآ در این ناحیه به دلیل منفی بودن زاویه‌ی حمله منفی است اما باعث ایجاد گشتاور مثبت می‌شود) که مقدار آن منطبق بر عملگر دو طرفه است.

با مشاهده نمودار ضریب پسا مربوط به حالت بدون عملگر در شکل ۱۵ دیده می‌شود که با شروع فاز حرکت رو به پایین پره با کاهش زاویه‌ی حمله از 25° درجه نیروی پسا نیز روندی کاهشی داشته است. در زاویه‌ی حمله حدود 15° درجه (معادل زاویه پره 16° درجه) این روند معکوس شده و نیروی پسا مجدد شروع به افزایش می‌کند. دلیل این افزایش، بزرگتر شدن گردابه‌ی پادساعت‌گرد در سطح مکش است. در حالتی که عملگر پلاسمای سطح داخلی (که در این زاویه پره معادل سطح مکش است) فعال است گردابه‌ی پادساعت‌گرد ضعیف شده و باعث کاهشی شدن روند نیروی پسا در حرکت رو به پایین پره می‌شود.



شکل ۱۳. خطوط هم‌تازه‌ی ورتیسیته برای حالت بدون عملگر (سمت چپ) و عملگر سطح درونی (سمت راست) برای دو زاویه‌ی پره مختلف.

باعث شده نقطه‌ی شروع لایه‌ی برشی لبه‌ی حمله در هر دو زاویه پره 160° و 180° درجه به سمت لبه‌ی فرار حرکت کند و در نتیجه‌ی آن، گردابه‌ی پادساعت‌گرد کوچک‌تر و ضعیف‌تر شده است. وجود گردابه‌ی پادساعت‌گرد در سطح مکش پره باعث کاهش برآ و افزایش پسا می‌شود. عملگر پلاسمای با ضعیف کردن این گردابه باعث کم‌تر شدن میزان پسا، افزایش برآ و در نتیجه میزان گشتاور تولیدی پره شده است.

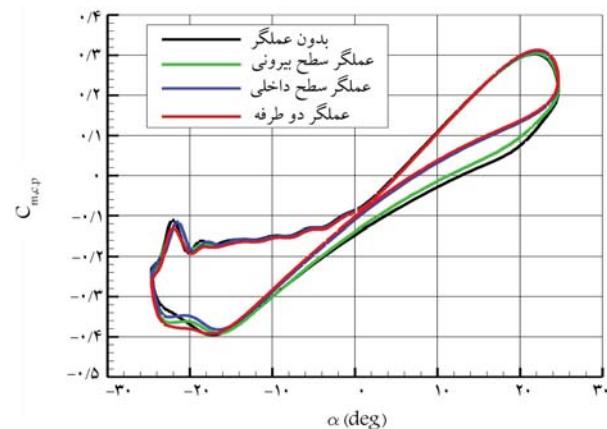
به منظور بررسی دقیق اثر عملگر پلاسمای بر پدیده و اماندگی دینامیکی مقادیر ضرایب نیروی برآ، پسا و گشتاور لحظه‌یی حول نقطه اتصال بر حسب زاویه‌ی حمله‌ی مؤثر به ترتیب در شکل‌های ۱۶ تا ۱۶ در سه حالت مختلف قرارگیری عملگر با حالت بدون عملگر مقایسه شده است. در هر سه شکل دیده می‌شود که در مسیر حرکت رو به بالای پره که معادل افزایش زاویه‌ی حمله است (زاویه‌ی پره صفر تا 115° درجه و 245° تا 360° درجه برای نسبت سرعت دورانی $2/4$) هیچ کدام از چیدمان‌های عملگر پلاسمای تأثیری بر نیروها و گشتاورهای آیرودبیلمیکی نداشته است. دلیل عدم تأثیر عملگر پلاسمای در این نواحی این است که در حرکت رو به بالای پره، ورتیسیته تولیدی و ریزش آن روی سطح مکش مانع جدا شدن جریان از سطح بالا می‌شود (همین عامل باعث بالاتر بودن زاویه‌ی واماندگی دینامیکی نسبت به اماندگی استاتیکی است). در جریان چسبیده عملگر پلاسمای کارایی اصلی خود را که حذف نایحه‌ی جدایش جریان است از دست می‌دهد. بنابراین می‌توان عملگر کنترلی را در این نایحه غیرفعال کرد تا در مصرف انرژی صرفه جویی شود. اما در نایحه‌ی حرکت رو به پایین پره که در نسبت سرعت دورانی $2/4$ از زاویه‌ی حمله حدود 25° درجه شروع شده و تا زاویه‌ی حمله -25° درجه ادامه می‌یابد (زاویه‌ی پره 115° تا 245° درجه) عملگر پلاسمای تأثیر زیادی بر روی نیروها و گشتاورهای آیرودبیلمیکی داشته است. به طور کلی عملگر سطح بیرونی تأثیر چشمگیری نداشته ولی عملگر سطح داخلی باعث تغییر ساختار جریان و همچنین بهبود آیرودبیلمیک پره شده است. همچنین عملگر دو طرفه اگرچه باعث بهبود بیشتری نسبت به عملگر سطح داخلی می‌شود اما در بیشتر نقاط، نیروهای و گشتاورهای آیرودبیلمیک این دو حالت بر هم منطبق‌اند.

در شکل ۱۴ افزایش مقدار ضریب نیروی برآ در اثر وجود عملگر سطح داخلی برای فاز حرکت رو به پایین پره با کاهش زاویه‌ی حمله از 25° درجه تا -8° درجه نشان

بدون تأثیر بوده و در نتیجه گشتاور کل تولیدی نیز همان‌طور که در شکل ۱۲ دیده می‌شود تغییری نمی‌کند. در ناحیه‌ی بالا دست فاز حرکت رو به پایین پره یعنی زوایای پره ۱۱۵ تا ۱۸۰ درجه، اثرات عملگر پلاسمای سطح داخلی بر روی نیروی برآ و پسا عامل اصلی و تأثیرگذار بر گشتاور کل بوده است. مهم‌ترین دستورالاستفاده از عملگر پلاسما نیز در این ناحیه رخ داده که باعث شده با کاهش اثرات منفی و اماندگی دینامیکی گشتاور منفی تولیدی در زاویه پره حدود ۱۵۰ درجه تا حد زیادی حذف شود. در ناحیه‌ی پایین دست فاز حرکت رو به پایین در زوایای پره ۱۸۰ تا ۲۴۵ درجه اثرات عملگر پلاسمای سطح خارجی بر ضرایب نیروی برآ و پسا، عامل تأثیرگذار بر افزایش گشتاور کل تولیدی است. البته در ناحیه‌ی پایین دست به دلیل کوچک بودن مقادیر نیروهای برآ و پسا، گشتاور حول نقطه اتصال نیز اهمیت پیدا کرده و باعث استهلاک درصد قابل توجهی از گشتاور تولیدی توسط نیروی برآ می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کنتربال فعال جریان در توربین باد محور عمودی داریوس به‌وسیله عملگر پلاسما به صورت عددی ارزیابی شد. از روش حجم محدود فشار مبنی و مدل عملگر پلاسمای سوزن - هوانگ استفاده شد. ابتدا شناخت کاملی نسبت به پدیده‌ی اماندگی دینامیکی در حالت بدون عملگر صورت گرفت. نتایج نشان داد گشتاور حول نقطه اتصال می‌تواند تا ۲۵ درصد در ناحیه‌ی بالا دست و تا ۵۰ درصد در ناحیه‌ی پایین دست بر گشتاور لحظه‌ی پره اثرگذار باشد؛ اما مجموع گشتاور ایجاد شده توسط آن کمتر از ۲ درصد گشتاور کل پره است. همچنین وجود گردابه پادساعت‌گرد روی سطح مکش به عنوان عامل تأثیرگذار بر ساختار جریان تشخیص داده شد که می‌توان با کنتربال آن عملگر توربین را تحت تأثیر قرار داد. عملگر پلاسما باعث کنتربال این گردابه شد به‌طوری که باعث افزایش برآ و کاهش پسا در فاز حرکت رو به پایین پره شد. اما در فاز حرکت رو به بالا به دلیل چسبیده بودن جریان، عملگر پلاسما کارایی خود را از دست داده و تأثیری بر ساختار جریان و گشتاور تولیدی ندارد. در زوایای پره ۱۱۵ تا ۱۸۰ درجه، عملگر پلاسمای سطح داخلی و در زوایای پره ۱۸۰ تا ۲۴۵ درجه عملگر پلاسمای سطح خارجی مؤثر بوده است. در نهایت عملگر سطح داخلی و دو طرفه باعث افزایش توان خروجی تا ۱۰ درصد شده اما عملگر سطح بیرونی تغییر قابل ملاحظه‌ی در توان خروجی ایجاد نکرده است.



شکل ۱۶. تأثیر چیدمان نصب عملگر بر روی ضریب گشتاور لحظه‌یی حول نقطه اتصال.

کوچک‌تر شدن گردابه‌ی پادساعت‌گرد باعث کوچک‌تر شدن گردابه‌ی کارمن معکوس می‌شود و مقدار پسای منفی یا نیروی پیشران نیز کاهش می‌یابد. در حالت بدون عملگر و عملگر فعال روی سطح بیرونی، بیشینه نیروی پسای منفی برابر ۰/۱۶ بوده در صورتی که در حالت عملگر داخلی یا دو طرفه فعال، این مقدار به ۰/۱۲ می‌رسد.

نمودار ضریب گشتاور حول نقطه اتصال که در شکل ۱۶ نشان داده شده برای فاز حرکت رو به پایین پره از زاویه‌ی حمله‌ی ۲۵ تا -۸ درجه روندی شبیه به ضریب نیروی برآ را نشان می‌دهد. مقدار گشتاور مشبت تولیدی در اثر وجود عملگر پلاسمای سطح داخلی و عملگر دو طرفه افزایش می‌یابد. از زاویه‌ی حمله -۸ درجه به بعد نیز مانند روند مشاهده شده در نمودار ضریب برآ، ضریب گشتاور حول نقطه اتصال عملگر سطح داخلی منطبق بر حالت بدون عملگر است. عملگر سطح بیرونی و دو طرفه در زوایای حمله کمتر از -۸ درجه باعث افزایش مقدار گشتاور منفی تولیدی شده و از این طریق اثر نامطلوب بر تولید گشتاور کل پره خواهد داشت.

در مجموع اثر هر سه پارامتر نیروی برآ، نیروی پسا و گشتاور حول نقطه‌ی اتصال مطابق رابطه‌ی ۱۲ باعث ایجاد گشتاور کل حول یک پره توربین می‌شود. در فاز حرکت رو به بالا پره عملگر پلاسما بر روی نیروها و گشتاورهای آبیودینامیکی

پانوشت‌ها

1. Gurney Flap
2. Buzzing
3. Particle Image Velocimetry (PIV)
4. Feed-Forward
5. Shyy
6. Sliding Mesh
7. Upwind
8. Bounded Second Order Implicit
9. Up-Stroke
10. Down-Stroke

منابع (References)

1. Wang, Y., Sun, X., Dong, X. and et al. "Numerical investigation on aerodynamic performance of a novel vertical

- axis wind turbine with adaptive blades”, *Energy Convers. Manag.*, **108**, pp. 275-286 (Jan 2016).
2. Wekesa, D.W., Wang, C., Wei, Y. and et al. “A numerical analysis of unsteady inflow wind for site specific vertical axis wind turbine: a case study for marsabit and garissa in Kenya”, *Renew. Energy*, **76**, pp. 648-661 (Apr 2015).
 3. Sagharichi, A., Maghrebi, M.J. and ArabGolarcheh, A. “Variable pitch blades: an approach for improving performance of darrieus wind turbine”, *J. Renew. Sustain. Energy*, **8**(5), p. 053305, (Sep 2016).
 4. Zhong, J., Li, J., Guo, P. and et al. “Dynamic stall control on a vertical axis wind turbine aerofoil using leading-edge rod”, *Energy*, **174**, pp. 246-260 (2019).
 5. Buchner, A.J., Soria, J., Honnery, D. and et al. “Dynamic stall in vertical axis wind turbines: scaling and topological considerations”, *J. Fluid Mech.*, **841**, pp. 746-766 (2018).
 6. Rezaeih, A., Montazeri, H. and Blocken, B. “CFD analysis of dynamic stall on vertical axis wind turbines using scale-adaptive simulation (SAS): comparison against URANS and hybrid RANS/LES”, *Energy Convers. Manag.*, **196**, pp. 1282-1298 (2019).
 7. Collis, S.S., Joslin, R.D., Seifert, A. and et al. “Issues in active flow control: theory, control, simulation, and experiment”, *Prog. Aerosp. Sci.*, **40**, (4-5), pp. 237-289 (2004).
 8. Mai, H., Dietz, G., Geißler, W. and et al. “Dynamic stall control by leading edge vortex generators”, *J. Am. Helicopter Soc.*, **53**(1), p. 26 (2008).
 9. Choudhry, A., Arjomandi, M. and Kelso, R. “Methods to control dynamic stall for wind turbine applications”, *Renew. Energy*, **86**, pp. 26-37 (Feb 2016).
 10. Joo, W., Lee, B.-S., Yee, K. and et al. “Combining passive control method for dynamic stall control”, *J. Aircr.*, **43**, (4), pp. 1120-1128 (Jul 2006).
 11. Karim, M.A. and Acharya, M. “Suppression of dynamic-stall vortices over pitching airfoils by leading-edge suction”, *AIAA J.*, **32**(8), pp. 1647-1655 (Aug 1994).
 12. Müller-Vahl, H.F., Nayeri, C.N., Paschereit, C.O. and et al. “Dynamic stall control via adaptive blowing”, *Renew. Energy*, **97**, pp. 47-64 (Nov 2016).
 13. Park, Y.W., Lee, S.-G., Lee, D.-H. and et al. “Stall control with local surface buzzing on a NACA 0012 Airfoil”, *AIAA J.*, **39**(7), pp. 1400-1402 (Jul 2001).
 14. Yen, J. and Ahmed, N.A. “Enhancing vertical axis wind turbine by dynamic stall control using synthetic jets”, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **114**, pp. 12-17 (Mar 2013).
 15. Post, M.L. and Corke, T.C. “Separation control using plasma actuators: dynamic stall vortex control on oscillating airfoil”, *AIAA J.*, **44**(12), pp. 3125-3135 (Dec 2006).
 16. Velasco, D., López Mejia, O. and Lain, S. “Numerical simulations of active flow control with synthetic jets in a darrieus turbine”, *Renew. Energy*, **113**, pp. 129-140 (Dec 2017).
 17. Zhu, H., Hao, W., Li, C. and et al. “Simulation on flow control strategy of synthetic jet in an vertical axis wind turbine”, *Aerospace Sci. Technol.*, **77**, pp. 439-448 (Jun 2018).
 18. Greenblatt, D., schulman, M. and Ben-Harav, A. “Vertical axis wind turbine performance enhancement using plasma actuators”, *Renew. Energy*, **37**(1), pp. 345-354 (Jan 2012).
 19. Greenblatt, D., Ben-Harav, A. and Mueller-Vahl, H. “Dynamic stall control on a vertical-axis wind turbine using plasma actuators”, *AIAA J.*, **52**(2), pp. 456-462 (Feb 2014).
 20. Ben-Harav, A. and Greenblatt, D. “Plasma-based feed-forward dynamic stall control on a vertical axis wind turbine”, *Wind Energy*, **19**(1), pp. 3-16 (Jan 2014).
 21. Greenblatt, D. and Lautman, R. “Inboard/outboard plasma actuation on a vertical-axis wind turbine”, *Renew. Energy*, **83**, pp. 1147-1156 (Nov 2015).
 22. Ma, L., Wang, X., Zhu, J. and et al. “Dynamic stall of a vertical-axis wind turbine and its control using plasma actuation”, *Energies*, **12**(19), p. 3738 (Sep 2019).
 23. Mohamed, O.S., Elbaz, A.M.R. and Bianchini, A. “A better insight on physics involved in the self-starting of a straight-blade darrieus wind turbine by means of two-dimensional computational fluid dynamics”, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **218**, p. 104793 (Nov 2021).
 24. Du, L. “Numerical and experimental investigations of darrieus wind turbine start-up and operation”, University of Durham, Phd Thesis , Ann Arbor (2015).
 25. Greenblatt, D. and Wygnanski, I. “Dynamic stall control by periodic excitation, part 1: NACA 0015 parametric study”, *J. Aircr.*, **38**(3), pp. 430-438 (May 2001).
 26. Suzen, Y., Huang, G., Jacob, J. and et al. “Numerical simulations of plasma based flow control applications”, *In 35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit* (2005).
 27. Durscher, R. and Roy, S. “Evaluation of thrust measurement techniques for dielectric barrier discharge actuators”, *Exp. Fluids*, **53**(4), pp. 1165-1176 (2012).
 28. Menter, F.R. “Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective”, *Int. J. Comut. Fluid Dyn.*, **23**(4), pp. 305-316 (Apr 2009).
 29. Battisti, L., Persico, G., Dossena, V. and et al. “Experimental benchmark data for H-shaped and troposkien VAWT architectures”, *Renew. Energy*, **125**, pp. 425-444 (2018).
 30. Franchina, N., Persico, G. and Savini, M. “2D-3D computations of a vertical axis wind turbine flow field: modeling issues and physical interpretations”, *Renew. Energy*, pp. 1-20 (2018).
 31. Silva-Llanca, L. and Inostroza-Lagos, S. “Optimum power generation assessment in an H-Darrieus vertical axis wind turbine via exergy destruction minimization”, *Energy Convers. Manag.*, **243**, pp. 1-13 (2021).
 32. Castelli, M.R., Pavesi, G., Battisti, L. and et al. “Modeling strategy and numerical validation for a darrieus vertical axis micro-mind turbine”, *Proceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition* , **7**(IMECE2010-39548), *Fluid Flow, Heat Transfer and Thermal Systems, Parts A and B*. Vancouver, British Columbia, Canada. November, pp. 409-418, ASME (May 2010). <https://DOI.org/10.1115/IMECE2010-39548>.

33. Lam, H.F. and Peng, H.Y. "Study of wake characteristics of a vertical axis wind turbine by two-and three-dimensional computational fluid dynamics simulations", *Renew. Energy* **90**, pp.386-398 (May 2016).
34. Bouchmal, A. "Modeling of dielectric-barrier discharge actuator", Master Science Thesis (Delft University) (2011).
35. Baldazzi, F., Bianchini, A., Ferrara, G. and et al. "Static and dynamic analysis of a NACA 0021 airfoil section at low reynolds numbers based on experiments and CFD", *In Volume 9: Oil and Gas Applications; Supercritical CO₂ Power Cycles; Wind Energy*, p. V009T48A004 (2018).
36. Zou, S., Gao, A., Shi, Y. and et al. "Causal mechanism behind the stall delay by airfoil's pitching-up motion", *Theor. Appl. Mech. Lett.*, **7**(5), pp. 311-315 (Sep 2017).
37. Sarkar, S. and Venkatraman, K. "Numerical simulation of thrust generating flow past a pitching airfoil", *Comput. Fluids.* **35**(1), pp. 16-42 (Jan 2006).
38. Hosseini, A.A. and Ashrafizadeh, A. "Numerical simulation of the wake structure and thrust/lift generation of a pitching airfoil at low reynolds number via an immersed boundary method", *J. Aerosp. Technol. Manag.*, **7**(3), pp. 334-350 (Sep 2015).

مطالعه‌ی عددی پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد حرارتی و دینامیکی کوره‌ی حرارتی پرس گرم

سعید شعاعی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مصطفی باکوبی (کارشناس ارشد)

محمد متین بهزادی (دانشجوی دکتری)

مجتبی تقی‌بور^{*} (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

مهمنشی مکانیک شریف، (پیاپی ۱۴۰) دری ۳۷-۸۰، نیاری ۱، ص. ۷۸۵-۹۰، پژوهشی

پرس ایزواتستیک گرم با هیپ یکی از فرایندهای مورد استفاده در متالورژی پودر است. به دلیل هزینه‌ی بسیار بالای ساخت نمونه آزمایشگاهی این نوع از کوره، استفاده از شبیه‌سازی عددی به منظور مطالعه‌ی رفتار آن بسیار حائز اهمیت است. در این پژوهش، عملکرد هندسه‌ی خاصی از یک کوره‌ی حرارتی پرس گرم به صورت عددی مطالعه شده است. به منظور افزیش دقت حل مسئله از مدل ترمودینامیکی گاز واقعی استفاده شده و معادلات پیوستگی، مومنتوم، آشفتگی و انرژی به صورت هم زمان حل شده است. در این پژوهش ضمن مطالعه‌ی رفتار کوره بر اساس شرایط مرزی و اولیه پیش‌فرض، تأثیر فراسنجه‌های مختلف بر رفتار کوره‌ی حرارتی پرس گرم مثل تغییر نوع گاز، دمای دیواره‌ی آبگرد، وجود یا عدم وجود سپر حرارتی، شرایط مرزی المتن و نیز فشار اولیه بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که فشار اولیه‌ی گاز داخل کوره و نیز دمای مرز آبگرد تأثیر قابل توجهی بر میزان نشانهای گاز کوره دارد. همچنین مطالعه‌ی تغییرات گذراخ دمای ناحیه گرم در دو حالت خاموش شدن المتن می‌تواند مبنای برای طراحی و ساخت یک سیستم کنترل دمای مناسب برای کوره باشد.

Saeed.shoaei@mech.sharif.edu
bakouei.mostafa@mech.sharif.edu
mohammadmatin.behzadi@mech.sharif.edu
mtaghipoor@sharif.ir

واژگان کلیدی: کوره‌ی حرارتی پرس گرم، شبیه‌سازی عددی، انتقال حرارت، مدل سازی فیزیک‌های چندگانه.

۱. مقدمه

با توجه به دما و فشار بالای کوره، دیواره‌ی کوره باید با ضریب اطمینان بالا ساخته شود. دیواره‌ی کوره عموماً از استیل با مقاومت بالا - که تحت فرایندهای آهنگردی (فروج)،^۱ آبدھی (کوئنچ)^۲ و برگشت دادن (تمیر)^۳ قرار گرفته است - ساخته می‌شود. در بعضی از موارد، محفظه‌ی کوره به شکل سیم‌پیچ با از اتصالات چدنی ساخته می‌شود. در مورد دیواره‌ی کوره، مطالعه‌ی تمرکز نتش و خوردنی اهمیت به سرایی دارد. همچنین از طریق فرایند سرامیش (به وسیله‌ی آبگرد تعییه شده در بدنه)، گرمای جذب شده در دیواره دفع می‌شود. ضریب رسانش حرارتی دیواره‌ی کوره باید به اندازه‌ی کافی بالا باشد تا حرارت را به سرعت به سیال سرد منتقل کرده و دچار افزایش دما نشود. بالا رفتن دمای دیواره‌ی بدنه، تحت فشار بالا می‌تواند به شدت استحکام مکانیکی آن را تحت تأثیر قرار دهد و باعث شکست شود.^[۱] در کوره‌ی هیپ، هر سه فرایند انتقال حرارت - رسانش، جابه‌جاوی و تشعشع - دخالت دارند. با این وجود، به دلیل استفاده از عایق‌های مناسب و نیز ضریب رسانش پایین گاز، انتقال حرارت رسانشی در این میان سهم کمتری خواهد داشت.^[۲] برای ساخت المتن حرارتی کوره در دماهای کمتر از ۱۲۰° درجه می‌توان از آلیاژ نیکل کروم یا کانتال (آلیاژی از آهن، کروم و آلومینیوم) استفاده کرد. در دماهای

پرس ایزواتستیک گرم (هیپ)^۱ یکی از فرایندهای مورد استفاده در متالورژی پودر است که در آن ذرات پودر شده فلزات، آلیاژها و سرامیک‌ها تحت فشار ایزواتستیک و حرارت بالا به هم‌بگر چسبیده و یک جزء واحد را تشکیل می‌دهند. این روش برای کاهش تخلخل فلزات و افزایش چگالی بسیاری از سرامیک‌ها به کار می‌رود. در این فرایند ابتدا قالب قطعه‌ی مورد نظر طراحی و ساخته شده و سپس قالب از پودر موادی که قرار است با یکدیگر ترکیب شده و آلیاژ نهایی را تولید کنند پر می‌شود. در مرحله‌ی بعد، قالب در دمای بالا که مقدار آن می‌تواند به ۲۰۰۰ درجه سلسیوس نیز برسد، تحت فشار بالای ایزوتروپیک (همسانگرد) قرار می‌گیرد. بزرگی این فشار ممکن است تا حدود ۲۰۰ مگاپاسکال نیز باشد. با استفاده از این روش امکان ساخت قطعاتی با اندازه‌های مختلف (مانند تیغه‌های تراشکاری، پره‌های توربین) وجود دارد. در این روش برای اعمال فشار به قالب، از گازهای بی‌اثر مانند آرگون یا هلیوم استفاده می‌شود.^[۱]

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۲۳ آبان ۱۴۰۰، اصلاحیه ۱۲، ۱۰، ۱۴۰۰، ۱۰، ۲۸، ۱۴۰۰، ۱۰

DOI:10.24200/J40.2022.59079.1621

کنترل فشار در سه مرحله‌ی گرمایش، ثبات^۵ و سرمایش است. به عنوان مثال اگر در مرحله‌ی زمان ثبات^۶، فشار محفظه افزایش پیدا کند، سیستم کنترل می‌باشد به صورت خودکار مقدار کمی از گاز را از محفظه خارج کند تا فشار، ثابت باقی بماند.^[۱] برای اندازه‌گیری دماهای بالا در داخل کوره عموماً از ترموموکوبل های تنگستن - رینیوم^۷ استفاده می‌شود. اما دقت این نوع از ترموموکوبل‌ها در دماهای بالاتر از ۱۸۰ درجه کاهش پیدا می‌کند. در دماهای بالاتر از ۱۷۰ درجه می‌توان از ترموموکوبل پلاتینیم - رو دیوم^۸ استفاده کرد. با این وجود استفاده از ترموموکوبل تنگستن - رینیوم اقتصادی‌تر است؛ اما در دماهای تقریبی ۲۰۰ درجه سلسیوس استفاده از آن عملای غیر ممکن می‌شود. لازم به ذکر است که اگر محفظه داخل کوره به چند ناحیه مختلط با دماهای متفاوت تقسیم شود، باید از گروه‌های مختلطی از ترموموکوبل برای اندازه‌گیری دما در نواحی مختلف استفاده شود.

در دماهای بالا روش‌های اندازه‌گیری مختلفی هستند که می‌توان از آن استفاده کرد، اما تعداد کمی از آن‌ها در فشارهای بالاکه کوره‌ی هیپ در آن کار می‌کند از صحت و دقت برخوردارند. روش‌های نوری که بمبینای تابش حرارتی الکترومغناطیسی کار می‌کنند می‌توانند برای اندازه‌گیری دما بسیار مفید باشند. در این دسته از روش‌ها که دما به سادگی و با استفاده از معادله‌ی پلانک محاسبه می‌شود می‌توانند برای اندازه‌گیری دماهای بالاتر از ۲۲۰ درجه نیز مورد استفاده قرار بگیرند و در عین حال در عملکرد آن‌ها اختلالی به وجود نیامده و دقت آن‌ها کاهش پیدا نکند. یکی از مهم‌ترین مزیت‌های استفاده از روش نوری برای اندازه‌گیری دما، نشت‌بندی محفظه است. از روش نوری در محفظه با فشار ۱ گیگاپاسکال و دما ۱۶۰ درجه سلسیوس و نیز محفظه با فشار ۹۸۰ مگاپاسکال و دما ۲۰۰ درجه سلسیوس استفاده شده است.^[۲]

یکی از مراحل کاری کوره‌ی هیپ، فرایند خنک‌کاری و سرمایش است. در این مرحله که با هدف دفع حرارت از محفظه فشار انجام می‌شود، برای جذب حرارت عموماً از آب استفاده می‌شود. گاهی برای تسريع در فرایند سرمایش کوره، از انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری استفاده می‌شود. در این حالت گاز داغ با هدایت به خارج از کوره، در مجاورت چرخه‌ی آب سرد، حرارت جذب شده از قطعه را به بیرون دفع کرده و پس از کاهش دما مجدداً به داخل کوره بازمی‌گردد. اگرچه در کوره‌های قدیمی، مرحله‌ی سرمایش گاهی تا ۲۴ ساعت زمان می‌برد، اما استفاده از انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری می‌تواند منجر به نصف شدن مدت زمان سرمایش شود.^[۳]

پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه‌ی کوره‌ی حرارتی پرس گرم تمکر کم‌تری بر استفاده از شبیه‌سازی عددی در مدل سازی رفتار این نوع از کوره‌ها دارد. علت این امر می‌تواند انصهاری بودن داشش ساخت این تجهیز و تعداد کم شرکت‌های سازنده آن در دنیا باشد. تحقیقات انجام شده عموماً مرتبط با استفاده از این کوره در مطالعات متالورژیکی است.

از محدود مطالعات انجام شده می‌توان به تحقیقات آکربرگ^[۷] و همکارانش اشاره کرد. در این پژوهش با استفاده از یک مدل پایای دو بعدی و متقاضن محوری^۹ به شبیه‌سازی فرایند حرارت دهی و خنک‌کاری کوره‌ی ساخت شرکت آور^{۱۰} پرداخته شده است. اگرچه این گروه برای صحت سنجی نتایج خود از داده‌های تجربی (میران) حرارت خروجی از دیواره‌ی کوره، دما و فشار محفظه استفاده کرده‌اند اما در مورد محدودیت داده‌برداری تجربی در فشار و دماهای بالا، این گروه تحقیقاتی اذعان کرده‌اند که داده‌های تجربی کمی برای صحت سنجی وجود داشته است. در این پژوهش از نرم افزار انسیس فلوئنت استفاده شده و اثر تشعشع در آن نادیده گرفته شده است. در حالی که انتقال حرارت تشعشعی، به ویژه در دماهای بالا از جمله روش‌های غالب انتقال حرارت در داخل کوره است. در این پژوهش برای مطالعه‌ی آشفتگی از مدل

بالاتر (محدوده‌ی دمایی ۱۰۰۰ تا ۱۶۵۰ درجه سلسیوس) استفاده از مولیبدن، به دلیل برخورداری از شکل پذیری مناسب و قابلیت تولید در اشکال مختلف (مانند سیم، نوار یا ورق) مرسوم است. همچنین مولیبدن به سادگی قابل تعمیر است. در صورت استفاده از گرمکن‌های الکتریکی (المنت) مولیبدن، به دلیل تابعیت خطی مقاومت الکتریکی آن با دما، تغییرات دمایی داخل کوره بر عملکرد آن تأثیر می‌گذارد.

در محدوده‌های دمایی که بزرگ‌تر از دمای کاری مولیبدن باشد از گرافیت استفاده می‌شود که در این صورت می‌باشد از ولتاژ پایین و جریان بالا استفاده کرد. در دمای‌های بالاتر (در حدود ۲۸۰ درجه سلسیوس) هیترهای شبکه‌یی تنگستنی یا میله‌های پلاتینیومی می‌توانند جایگزین مناسب گرمکن‌های (هیتر) گرافیتی باشند.^[۲] یکی دیگر از مواردی که در مورد کوره‌های هیپ مورد توجه قرار گرفته است،

شکل هندسی المنش هاست که بر عمر و عملکرد المنش تأثیر می‌گذارد. به عنوان مثال در برخی مطالعات^[۴] از یک هیتر U شکل استفاده شده است. باید توجه داشت که نوع گاز مورد استفاده در محفظه و حتی جنس گرمکن‌های الکتریکی (المنش) می‌تواند در خواص مکانیکی قطعه‌یی که در داخل کوره قرار دارد مؤثر واقع شود. به عنوان مثال، در مورد سرامیک‌هایی که در ساختار خود بیش از ۹۹ درصد Al_2O_3 دارند، وجود کربن در اتمسفر کوره بر خواص آن‌ها تأثیر منفی می‌گذارد. از همین روی در این حالت استفاده از مولیبدن به جای گرافیت در کوره اولویت خواهد داشت.^[۲] به منظور جلوگیری از اتلاف حرارت، بهینه فرایند کنترل دمای محفظه و ایجاد یک منطقه‌ی داغ با دمای همگن، در داخل کوره از عایق حرارتی استفاده می‌شود.

از جمله عایق‌های مورد استفاده می‌توان به فیبر کربن و صفحات انعطاف‌پذیر گرافیتی اشاره کرد. نکته‌ای حائز اهمیت این است که به دلیل محدودیت فضا، ضخامت عایق مورد استفاده باید حتی الامکان کم باشد. در عین حال، فرایند سرد شدن کوره نیز در بعضی کاربردها بایستی به اندازه کافی سریع باشد که در این موارد نیاز به استفاده از سازوکاری برای سرمایش سریع احساس می‌شود. همچنین، در چرخه‌های دمایی، کوره با ایستی طوری طراحی شود که دچار فرسودگی نشده و عمر بالایی داشته باشد. به عنوان مثال فیبر سرامیکی که گاهی به عنوان عایق استفاده می‌شود، در اثر کریستالی شدن در چرخه‌های دمایی دچار فرسودگی می‌شود.^[۵]

در بررسی‌های محققین، از صفحات گرافیتی انعطاف‌پذیر به عنوان عایق استفاده شده است.^[۴] این صفحات دارای ضخامت کمی در حدود ۱ میلی‌متر بوده که به صورت یک در میان دارای سوراخ‌هایی با ابعاد و هندسه مشخص هستند. همچنین در فاصله‌ی بسیار کم بین صفحات، گاز آرگون به دام افتاده است. از آنجا که این گاز ضریب رسانش حرارتی کمی دارد، در این فضای کوچک اجازه‌ی حرارت انتقال حرارت به روش جابه‌جایی (نداشته و این مسئله به افزایش مقاومت حرارتی عایق کمک می‌کند).

نقش سیال عامل مورد استفاده در کوره، اعمال فشار یکنواخت به قطعه است. به منظور جلوگیری از واکنش شیمیایی میان قطعه و سیال، عموماً از گازهای بی‌اثر در داخل کوره‌های پرس حرارتی گرم استفاده می‌شود. در گذشته استفاده از گاز هلیوم به عنوان سیال عامل کوره رایج بوده است. هلیوم نسبت به آرگون دارای چگالی کمتر و ضریب رسانش حرارتی بیشتری است. اما در حال حاضر به دلیل هزینه‌ی کمتر از گاز آرگون استفاده می‌شود. ضریب انبساط حرارتی بالا گاز آرگون باعث افزایش سهم انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود. در بعضی از موارد مانند وقتی که Si_3N_4 کسوله نشده در داخل کوره قرار دارد، احتمال تجزیه‌ی جزئی سرامیک نیترید در فضای حاوی آرگون دما بالا وجود دارد. در این شرایط از نیتروژن به جای آرگون استفاده می‌شود.^[۱]

یکی دیگر از مسائلی که در خصوص فشار محفظه باید به آن توجه کرد، مسئله‌ی

در فشار و دمای بالا به صورت عددی مطالعه شده و تأثیر تغییر پارامترهای مختلف، مانند شرایط مرزی، شرایط اولیه و جنس گاز مورد استفاده، بر عملکرد آن بررسی شده است. در این مطالعه برای آن که نتایج بیش از پیش به واقعیت نزدیک باشند، ضمن استفاده از جریان آشفته و مدل ترمودینامیکی گاز واقعی، بر همکنش دینامیکی و حرارتی سیال با دیواره‌ی کوره و عایق در نظر گرفته شده است. همچنین تمامی معادلات انتقال حرارت رسانشی، جابه‌جایی و تشعشعی به صورت همزمان حل شده است. از آنجا که مسئله دارای فیزیک‌های چندگانه است، از نرم‌افزار کامسول و به مشکل کاهش هزینه‌ی محاسباتی و افزایش سرعت حل، از یک هندسه‌ی دو بعدی و مقارن محوری استفاده شده است.

۲. معادلات حاکم بر پدیده

شیوه‌سازی رفتارکوره‌های حرارتی مشتمل بر دو بخش جریان سیال و انتقال حرارت است که به صورت متقابل بر یکدیگر اثر می‌گذارند. در شیوه‌سازی جریان سیال دو معادله‌ی پیوستگی و مومنتوم باید حل شوند. در بخش انتقال حرارت سیستم نیز باید معادله‌ی انرژی همراه با معادلات حاکم بر فیزیک تشعشع حل شود. معادلات حاکم بر پدیده‌های فوق عبارت‌اند از:

معادله‌ی پیوستگی:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

معادله‌ی مومنتوم:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu (\nabla u + (\nabla u)^T)) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u) + \rho g \quad (2)$$

معادله‌ی انرژی:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \cdot \nabla T - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q''' \quad (3)$$

در معادله‌ی پیوستگی، u بیان‌گر سرعت و ρ چگالی سیال است. همچنین در معادله‌ی مومنتوم P بیان‌گر فشار بوده و g شتاب گرانش است. در معادله‌ی انرژی نیز T معروف دما بوده و C_p بیان‌گر ظرفیت حرارتی سیال در فشار ثابت است. k نیز ضریب رسانش در جسم جامد است. معادلات فوق با این فرض ساده‌سازی شده‌اند که بخش حرارتی ناشی از تنش کم باشد. در بسیاری از مسائل انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، این فرض مرسوم است. Q''' نیز بیان‌گر تولید انرژی حجمی است. معادلات مورد استفاده برای انتقال حرارت تشعشعی مطابق روابط زیر است.

در این مسئله، کلیه سطوح، خاکستری، دیفیوز و کدر در نظر گرفته شده‌اند.

معادلات تشعشع:

$$J = \varepsilon e_b(T) + \rho_d G \quad (4)$$

$$G = G_m(T) + G_{amb} + G_{ext} \quad (5)$$

$$e_b(T) = \sigma T^4 \quad (6)$$

در این معادلات J بیان‌گر شار تابشی خارج شده از جسم است و G بیان‌گر شار ورودی است. G_m بیان‌گر تشعشع متقابل بین سطوح و G_{amb} تشعشع محیط پیرامون و G_{ext} بیان‌گر تشعشع ناشی از منبع خارجی است. همچنین ε نشان دهنده‌ی ضریب

$K - omega SST$ استفاده شده است. همچنین بر اساس این مقاله، شبیه‌سازی فرایند سرمایشی در حدود ۲ هفته زمان برده است که نشان از هزینه‌ی محاسباتی بسیار بالای مدل استفاده دارد.

ژیائو پینگ^{۱۲} به شبیه‌سازی فرایند سرمایش در یک کوره‌ی حرارتی پرس گرم پرداخته است.^[۸] در این مطالعه از یک هندسه‌ی سه‌بعدی در نرم‌افزار – *Star – CCM+* استفاده شده است. همچنین به منظور مشینی هندسه‌ی همزمان حل شده است. از آنجا که مسئله دارای فیزیک‌های چندگانه است، از نرم‌افزار کامسول و به منظور کاهش هزینه‌ی محاسباتی و افزایش سرعت حل، از یک هندسه‌ی دو بعدی مدل سازی آشفتگی نیز از مدل $K - epsilon$ استفاده شده است. هزینه‌ی محاسباتی مدل مورد استفاده بسیار زیاد بوده است.

مانیپ^{۱۳} و همکارانش به مدل سازی کوره‌ی پخت^{۱۴} پرداخته‌اند.^[۹] در این پژوهش ابتدا نتایج به دست آمده از طریق مقایسه‌ی با یک مدل تجربی صحبت‌سنجدی شده و سپس کوره‌های با ابعاد مختلف که حاوی قطعات با چیدمان و اشکال گوناگون بوده‌اند بررسی شده است. به منظور شبیه‌سازی از نرم‌افزار کامسول استفاده شده و اثرات تشعشع و تغییر شکل جسم نیز در نظر گرفته شده است. جریان سیال در داخل کوره به صورت آرام در نظر گرفته شده و از یک هندسه‌ی دو بعدی و مقارن محوری استفاده شده است. برای کنترل دمای کوره از یک کنترلر *PID* استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی سازگاری خوبی با نتایج تجربی دارد که می‌تواند بیان‌گر کارایی نرم‌افزار کامسول در شبیه‌سازی عملکرد این کوره باشد.

کندرس^{۱۵} و همکارانش به شبیه‌سازی کوره پخت در مدت زمان ۱۲۰۰ ثانیه پرداخته‌اند.^[۱۰] در این نوشتار به نرم‌افزار مورد استفاده برای شبیه‌سازی اشاره‌ی نشده است اما برای تولید هندسه و ایجاد مش، به ترتیب از نرم‌افزارهای *Ansys Meshing* و *Siemens NX* استفاده شده و نیز یک مدل دو بعدی *Realizable K – epsilon* از مدل سازی آشفتگی از مدل و به منظور مطالعه‌ی ترمودینامیکی رفتار سیال از مدل گاز ایده‌آل استفاده شده است. اگرچه دیواره‌ی کوره و جنس آن بر رفتار حرارتی کوره تأثیرگذار است، اما در این پژوهش از مدل سازی سطوح جامد صرف نظر شده است. همچنین دیواره‌ی عایق به صورت متخلخل مدل سازی شده است. از نتایج این شبیه‌سازی در جایگذاری و چیش مناسب قطعات مختلف در داخل کوره استفاده شده است.

مراجع^[۱۱] با موضوع شبیه‌سازی کوره‌های فشار بالای مورد استفاده در تولید ابررسانها، در کنفرانس سال ۲۰۱۹ کامسول ارائه شده است. در این مطالعه از جریان آرام در یک هندسه‌ی دو بعدی و مقارن محوری استفاده شده است. نقطه‌ی ضعف این پژوهش، در چشم‌بوشی از اثرات انتقال حرارت تشعشعی است. در نهایت با استفاده از نتایج به دست آمده شکل کوره مورد استفاده اصلاح شده است.

چنانچه پیش تر ذکر شد، از آنجا که کوره‌ی حرارتی پرس گرم در دما و فشار بالا عمل می‌کند، مطالعه‌ی تجربی تولید کوره، حتی در مقیاس آزمایشگاهی هزینه‌ی بوده و از این رو استفاده از حل عددی به منظور پیش‌بینی تأثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد آن حائز اهمیت است. همچنین عدد مطالعات عددی که نتایج آن منتشر شده است، هرکدام با فرض‌های ساده‌کننده‌ی همراه بوده‌اند که سبب عدم تطبیق کامل مدل مورد استفاده با واقعیت شده است. از سویی، لزوماً نتایج به دست آمده برای یک هندسه خاص، قابل تعمیم به دیگر انواع کوره‌های حرارتی پرس گرم نیست. از این رو در این پژوهش، هندسه‌ی خاصی از یک کوره‌ی حرارتی پرس گرم

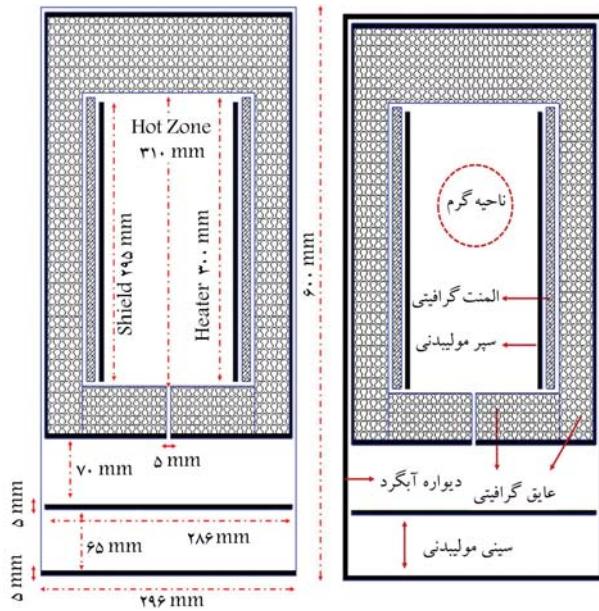
$$\begin{aligned} \sigma_{W1} &= 1 \\ \beta_2 &= 0,0828 \\ \gamma_2 &= 0,044 \\ \sigma_{K1} &= 1 \\ \sigma_{W1} &= 0,856 \\ \beta_0^* &= 0,09 \\ a_1 &= 0,31 \end{aligned} \quad (16)$$

در نرم افزار کامسول، هر یک از معادلات فوق به صورت جداگانه تعریف شده و در نهایت کلیه متغیرهای مورد استفاده به کمک از فیزیک جریان غیر هم دما^{۱۶} و انتقال حرارت شعشعی^{۱۷} با هم کوپل می شوند.

۳. هندسه‌ی مورد استفاده

کوره‌ی مورد مطالعه به شکل استوانه است. از این رو در این مسئله به منظور کاهش هزینه‌ی محاسباتی از یک هندسه‌ی دوبعدی و متقاضن محوری استفاده شده است. المنت مورد استفاده در این کوره از جنس گرافیت و عایق مورد استفاده در کوره از جنس صفحات گرافیتی لوله شده (پتوی گرافیتی)^{۱۸} است. در مقابل المنت، یک سپر^{۱۹} حرارتی استوانه‌ی از جنس مولیبدن قرار دارد. بخش مرکزی کوره که در این مقاله ناحیه‌ی گرم^{۲۰} نامیده شده است، محل قرارگیری نمونه است. به منظور افزایش مقاومت مکانیکی عایق گرافیتی، در قسمت زیرین ناحیه‌ی گرم مجرای وجود دارد که فشار بخش داخلی را به بخش خارجی عایق انتقال داده و مانع از ایجاد اختلاف فشار در طرفین عایق می شود. در قسمت پایینی سازه، دو عدد سینی مولیبدنی قرار دارد که اجزای جانبی کوره در آن قرار می‌گیرند. پوسته خارجی نیز به فاصله‌ی ۵ میلی‌متر از دیواره عایق قرار داشته و از بیرون با سیستم خنک‌کننده (آبگرد) در تماس است. هندسه‌ی مورد استفاده و ابعاد آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

ضریب رسانش حرارتی پتوی گرافیتی برابر با $3W/K.m^2$ در نظر گرفته



شکل ۱. هندسه و ابعاد مورد استفاده در مسئله.

گسیل است که در جسم خاکستری مقدار آن برابر با ضریب جذب است. σ نیز ثابت بولتمن است. در نهایت میزان انتقال حرارت شعشعی برای هر سطح از رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$q = \varepsilon(G - e_b(T)) \quad (7)$$

در این مسئله با توجه به آن که دما و فشار داخل کوره پرس گرم بالا است، به منظور افزایش دقت حل مسئله، برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های ترمودینامیکی گاز، از مدل گاز واقعی SRK استفاده شده است. شکل کلی معادلات مورد استفاده مطابق رابطه‌ی ۸ است:^[۱۱]

$$P = \frac{RT}{V - b + c} - \frac{\alpha}{V + \delta V + \epsilon} \quad (8)$$

در این مقاله به منظور مطالعه‌ی آشتفتگی از مدل $K - omega SST$ استفاده شده است.^[۱۲] این مدل، نسخه‌ی بهبود یافته‌ی مدل $K - omega$ محسوب می‌شود که در مجاورت دیواره‌ی مشابه با مدل $K - omega$ و در نقاط دور از دیواره‌ی مشابه با مدل $K - epsilon$ عمل می‌کند. در این مدل پارامترهای آشتفتگی توسط روابط ۱۴-۹ توصیف می‌شوند.

$$(u.\nabla)\omega = \nabla.[(\mu + \mu_T\sigma_\omega)\nabla K] + \frac{\gamma}{\mu_T}\rho P^* - \rho\beta_*\omega^2 + 2(1 - f_{v1})\frac{\sigma_\omega*\rho}{\omega}\nabla K.\nabla\omega \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P^* &= \min(P_K, 10\rho\beta_*\omega k) \\ \rightarrow P_K &= \mu_T[\nabla u : (\nabla u + (\nabla u)^T) - \frac{1}{\tau}(\nabla.u)^T] - \frac{1}{\tau}\rho K\nabla.u \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mu_T = \rho \frac{a_1 K}{\max(a_1\omega, Sf_{V1})} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{2S:S} \\ \rightarrow S &= \frac{1}{\tau}(\nabla u + (\nabla u)^T) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} f_{v1} &= \tanh(\theta_1^*), \theta_1 \\ &= \min[\max(\frac{\sqrt{K}}{\beta_*\omega l_W}, \frac{500\mu}{\rho\omega l_W^2}), \frac{\tau\rho\sigma_\omega K}{CD_K\omega l_W^2}], CD_K\omega \\ &= \max(\frac{\tau\rho\sigma_\omega}{\omega}\nabla\omega.\nabla K, 10^{-10}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} f_{v2} &= \tanh(\theta_2^*) \\ \rightarrow \theta_2 &= \max(\frac{\tau\sqrt{K}}{\beta_*\omega l_w}, \frac{500\mu}{\rho\omega l_w^2}) \end{aligned} \quad (14)$$

در روابط فوق، K بیان‌گر انرژی جنبشی توربولنس، ω بیان‌گر نزخ اثلاف و پیله، μ به ترتیب ویسکوزیته‌ی سیال و ویسکوزیته‌ی توربولانسی هستند. f_{v1} و f_{v2} توابع میان‌بابی در نواحی نزدیک و دور از دیواره هستند. P^* نیز بیان‌گر نزخ تولید حجمی انرژی و ω بیان‌گر فاصله تا نزدیک ترین دیواره است. سایر ضرایب نیز بر حسب مقادیر تجربی، به صورت زیر تعیین می‌شوند:

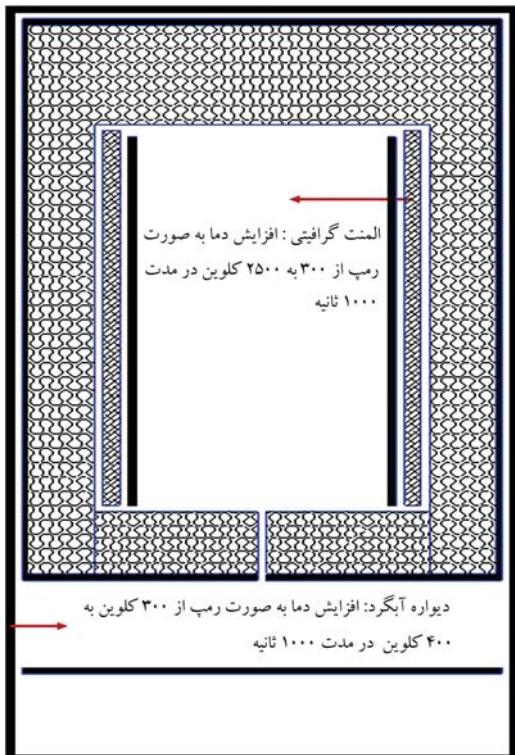
$$\begin{aligned} \phi &= f_{v1}\phi_1 + (1 - f)\phi_2 \\ \rightarrow \phi &= \beta, \gamma, \sigma_K, \sigma_\omega \end{aligned} \quad (15)$$

مقادیر ثوابت تجربی به کار رفته نیز برابرند با:

$$\beta_1 = 0,075$$

$$\gamma_1 = \frac{5}{9}$$

$$\sigma_{K1} = 1$$



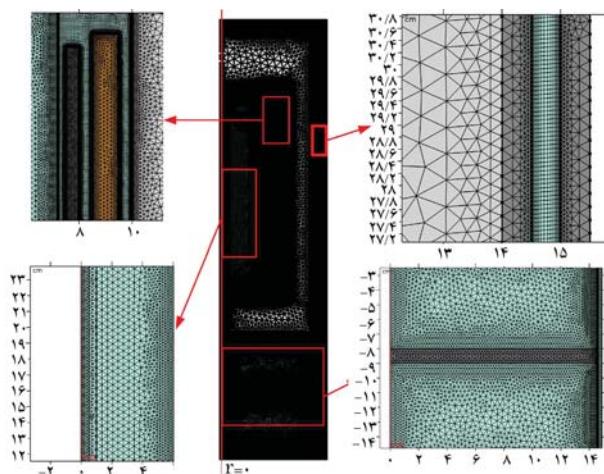
شکل ۳. شرایط مرزی پیش فرض.

۵. شرایط مرزی

با توجه به شکل ۳، در این مسئله به صورت پیش فرض دمای دیواره خارجی (دیواره آبگرد) برابر با 40°C درجه کلوین (برابر با یکنینه‌ی دمای مجاز برای دیواره‌ی آبگرد) و دمای المنت برابر با 250°C کلوین در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که فرض شده است دمای دیواره آبگرد و المنت ظرف مدت زمان 1000 s به افزایش هزینه‌ی محاسباتی مسئله می‌شود. در کتابال‌های با ضخامت کم، ناحیه‌ی سرمایش و نیز نواحی اطراف المنت و سپر از شبکه‌ی مربعی استفاده شده است. به منظور شبکه‌بندي قسمت‌هایی که دارای تغییرات اندازه شبکه‌اند، از شبکه مثلثی استفاده شده است. به منظور افزایش دقت در محاسبه گرادیان دما و میدان سرعت در مجاورت دیواره، از شبکه لایه مزی استفاده شده است. در سایر قسمت‌ها که گرادیان دما و سرعت در آن کوچک‌تر است از شبکه‌های بزرگ‌تر و با نزدیکی داشتند. انتقال حرارت تشعشعی نقش بسزایی در تحولات داخل کوره‌ی حرارتی دارد. از این رو اثر تشعشع در تمام سطوح در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی پیش فرض نامیده شده در ادامه مقاله، جهت اختصار در نوشتار، شرایط مرزی پیش فرض نامیده شده است.

۶. شرایط اولیه

پس از روش شدن المنت، دمای دیواره‌ها و گاز داخل کوره با گذشت زمان افزایش پیدا کرده و در نهایت به یک مقدار ثابت می‌کند. از این رو رفتار کوره دارای ماهیت گذرا و متغیر با زمان است. از این رو لازم است تا یک شرط اولیه مناسب تعیین شود. به صورت پیش فرض، دما و فشار اولیه گاز داخل کوره به ترتیب برابر با 30°C کلوین (دمای محیط) و 50 MPa در نظر گرفته شده است. فشار اولیه به کمک کپرسوری که گاز را به داخل کوره تزریق می‌کند تأمین می‌شود. در ادامه، فشار گاز در اثر تبادل حرارت با المنت و در نتیجه افزایش دما تا مقدار مطلوب افزایش پیدا می‌کند. شرایط اولیه مورد اشاره، در ادامه مقاله به جهت رعایت اختصار در نوشتار، شرایط اولیه پیش فرض نامیده شده است.



شکل ۴. شبکه‌بندي هندسه حل.

شده است.^[۲] همچنین ضریب گسیل گرافیت برابر با 8 W/mK و ضریب گسیل حرارتی مولیبدن برابر با 1 W/mK در نظر گرفته شده است.

۴. شبکه‌بندي

چنان که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در این مسئله به دلیل وجود مجرای‌های با ضخامت مختلف برای حرکت سیال از شبکه‌بندي بی‌سازمان و دو نوع شبکه‌ی مثلثی و مربعی استفاده شده است. لازم به ذکر است که در صورت استفاده از مسئله با سازمان در این هندسه، تعداد متش تا پنج برابر افزایش پیدا کرده و این مسئله منجر به افزایش هزینه‌ی محاسباتی مسئله می‌شود. در کتابال‌های با ضخامت کم، ناحیه‌ی سرمایش و نیز نواحی اطراف المنت و سپر از شبکه‌ی مربعی استفاده شده است. به منظور شبکه‌بندي قسمت‌هایی که دارای تغییرات اندازه شبکه‌اند، از شبکه مثلثی استفاده شده است. به منظور افزایش دقت در محاسبه گرادیان دما و میدان سرعت در مجاورت دیواره، از شبکه لایه مزی استفاده شده است. در سایر قسمت‌ها که گرادیان دما و سرعت در آن کوچک‌تر است از شبکه‌های بزرگ‌تر و با نزدیکی داشتند. انتقال حرارت تشعشعی نقش بسزایی در تحولات داخل کوره‌ی حرارتی دارد. از این رو اثر تشعشع در تمام سطوح در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی پیش فرض نامیده شده در ادامه مقاله، جهت اختصار در نوشتار، شرایط مرزی پیش فرض نامیده شده حل کاهاش پیدا کند.

به منظور مطالعه استقلال از شبکه، سه شبکه مختلف به نام‌های C_1 , C_2 , C_3 و C_4 تولید شده است. در شکل ۲ شبکه C_1 نشان داده شده است. در شبکه‌های C_2 و C_3 اندازه کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین المان مورد استفاده به ترتیب ۲ و ۳ برابر المان‌های C_4 , C_1 , C_2 و C_3 به ترتیب برابر با 111665 , 111665 , 44255 و 26139 عدد است. نتایج به دست آمده برای شار خروجی از دیواره‌ی آبگرد، متوسط دما و فشار کوره در حالت شبکه‌پایا نشان می‌دهد که تغییر اندازه شبکه، بیشترین اثر را بر فشار محفظه می‌گذارد که البته میزان این تغییر در سه شبکه بندي مذکور کمتر از ۱ درصد است و لذا نتایج مستقل از متش بوده است.

به این ترتیب در ادامه برای آن که علاوه بر کاهاش هزینه‌ی محاسباتی، مسئله از دقت قابل قبولی برخوردار باشد از شبکه‌ی C_2 استفاده شده است. در این حالت متوسط کیفیت متش از لحاظ معیار خواهدگی^[۲] برابر با $89/9$ و متوسط کیفیت متش از لحاظ معیار لحاظ کننده نسبت منظری $71/9$ ^[۲] است و در لایه مرزی از ۶ لایه با ضخامت 1 mm میلی‌متر استفاده شده است.

۷. اعتبارسنجی

در ادامه مشابه با مقاله ون اک [۱۹، ۲۵] انتقال حرارت تشعشعی به ترتیب در بین سه صفحه مقاطع، در داخل یک بلوك مکعبی و میان دو صفحه‌ی موازی مدل‌سازی شده است. مقدار دما و شار حرارتی عبوری از هریک از صفحات در حالت پایا به صورت عددی محاسبه شده و با مقادیر حاصل از حل عددی مقایسه شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که خطای مدل عددی مورد استفاده در مقایسه با روابط تحلیلی کمتر از ۱ درصد است.

۸. نتایج

در ادامه نتایج حاصل از حل مسئله برای شرایط مرزی و اولیه پیش فرض ارائه شده و پس از آن تأثیر تغییر پارامترهای مختلف بر عملکرد کوره‌ی حرارتی پرس‌گرم بررسی شده است.

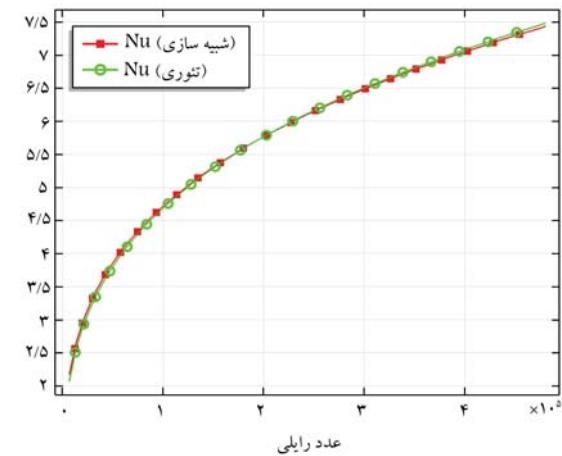
۱.۸. حل مسئله با استفاده از شرایط مرزی و اولیه پیش فرض
در شکل ۶ نمودار تغییرات دمای متوسط گاز در ناحیه گرم و دمای متوسط گاز در کل محفظه ترسیم شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، با توجه به شرایط مرزی و اولیه مورد استفاده در مسئله، مقدار متوسط دما بعد از گذشت ۱۱۰۰ ثانیه به سمت یک مقدار ثابت میل کرده است. مقدار دمای متوسط ناحیه گرم در حدود ۲۵۰۰ کلوین و مقدار دمای متوسط محفظه ۱۲۰۰ کلوین است.

در شکل ۷ نمودار تغییرات فشار گاز آرگون در داخل کوره نشان داده شده است. با توجه به آن که افزایش فشار متأثر از افزایش دماست، با ثابت شدن دما، فشار نیز به سمت یک مقدار ثابت متمایل شده است. فشار نهایی محفوظه برابر با ۱۵۰۰ بار است.

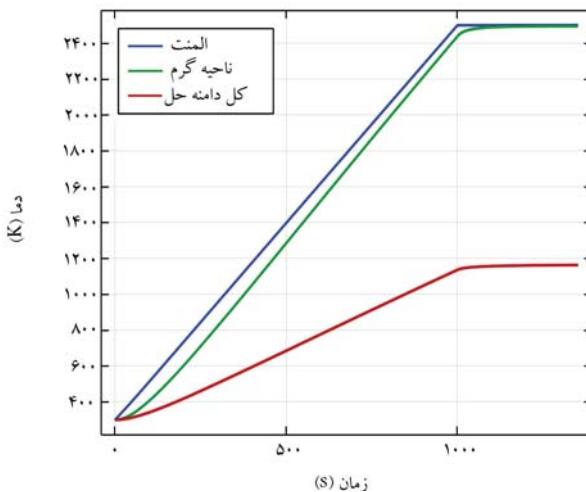
در شکل ۸، کانتور توزیع دمای گاز آرگون در ثانیه ۱۵۰ نشان داده شده است. در این پژوهش مقدار متوسط دما به عنوان معیار شبه پایا شدن رفتار کوره در نظر گرفته شده است. پس از شبه پایا شدن رفتار کوره، تغییرات دما در بخش‌های داخلی کوره با گذشت زمان بسیار ناچیز خواهد بود؛ زیرا عملاً جریان از بخش‌های داخلی به بخش‌های خارجی نفوذ نمی‌کرده و سازوکار انتقال حرارت به سیال ناحیه پایینی

به منظور راستی آزمایی نتایج، مسئله که در آن انتقال حرارت تشعشعی و جابه‌جایی به صورت توانان وجود دارد را به دو پدیده جداگانه انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشعی تفکیک کرده و سپس نتایج روش عددی را بر اساس نتایج مطالعات قبلی صحبت‌سنجدی می‌کنند. [۱۶-۱۴] در نوشتار حاضر نیز به دلیل عدم دسترسی به نتایج تجربی کوره پیشنهادی، ابتدا مسئله به دو قسمت انتقال حرارت جابه‌جایی و تشعشعی تقسیم شده و سپس نتایج مربوط به هریک از این روش‌ها صحبت‌سنجدی شده است. به منظور راستی آزمایی حل عددی انتقال حرارت جابه‌جایی، نتایج شبیه‌سازی انتقال حرارت در داخل یک محفظه مربعی شکل دو بعدی، با استفاده از مدل نرم‌افزاری مورد بحث با نتایج تجربی کتون [۱۷، ۲۳] مقایسه شده است (شکل ۴). بیشینه اختلاف بین نتایج حل عددی با نتایج تجربی کمتر از ۱ درصد است.

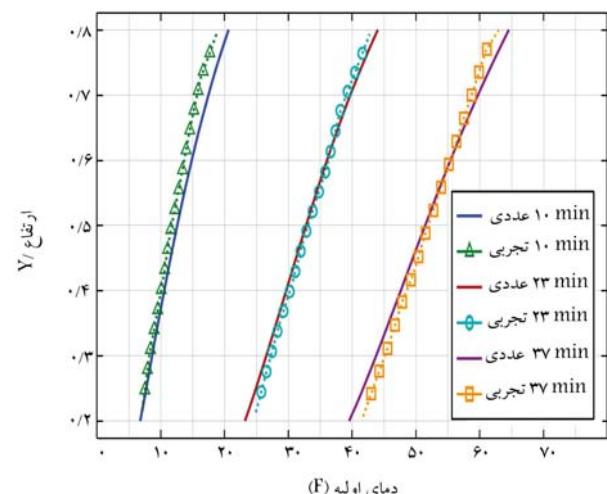
در این مدل، نتایج مربوط به انتقال حرارت در کوره‌ی استوانه‌یی شکل ایوانز [۱۸، ۲۴] استخراج شده و نتایج به دست آمده و با نتایج گزارش شده در مرجع اصلی مقایسه شده است (شکل ۵).



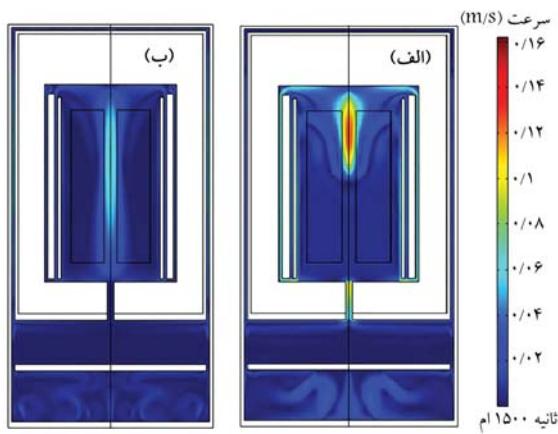
شکل ۴. مقایسه نتایج حل عددی پژوهش حاضر با نتایج کتون. [۱۷]



شکل ۶. نمودار تغییرات دمای متوسط ناحیه گرم و دمای متوسط کل محفوظه بر حسب زمان (با استفاده از شرایط مرزی و اولیه پیش فرض).



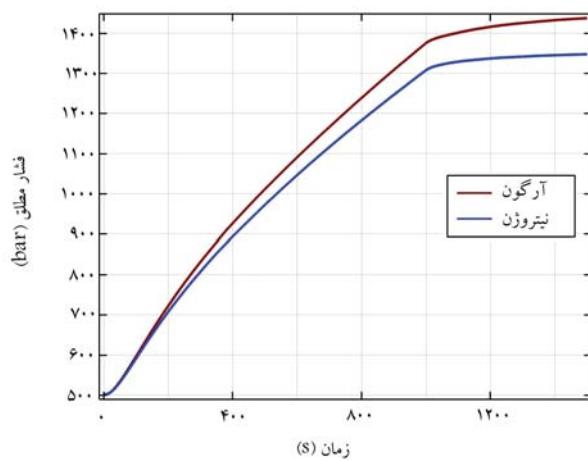
شکل ۵. بررسی انتقال حرارت در کوره استوانه‌یی شکل ایوانز با استفاده از مدل مورد استفاده در مقاله. [۱۸]



شکل ۹. (الف) کانتور توزیع سرعت گاز آرگون در ثانیه‌ی 50^0 . (ب) کانتور تغییرات سرعت گاز آرگون در ثانیه‌ی 150^0 (با استفاده از شرایط مرزی و اولیه پیش فرض).

جدول ۱. مقایسه جرم مورد نیاز گاز آرگون و نیتروژن مورد نیاز (بر اساس شرایط مرزی و اولیه پیش فرض).

نوع گاز	جرم مورد نیاز (kg)
آرگون	۱۴،۰۵۵
نیتروژن	۸،۰۴۴

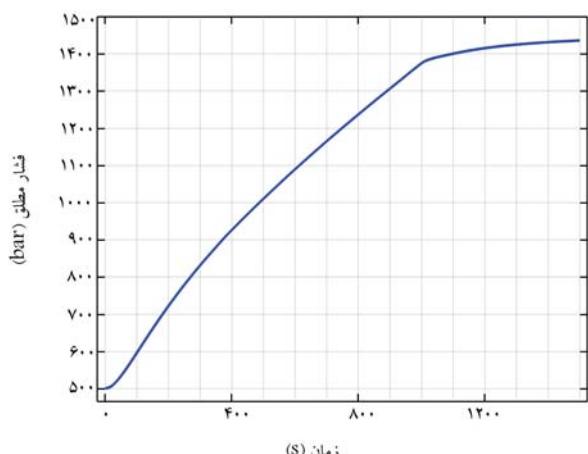


شکل ۱۰. تغییرات فشار در گذر زمان برای گاز آرگون و نیتروژن.

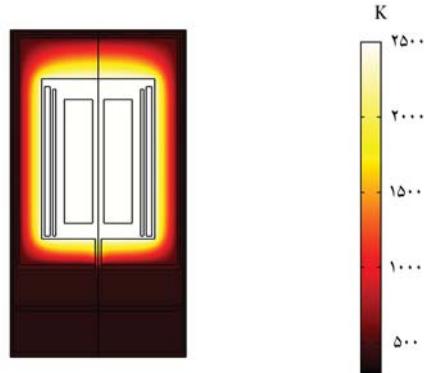
حرارتی گاز در مقایسه با اینرسی سایر اجزای کوره کمتر است؛ اما با دانستن مقدار جرم گاز داخل کوره می‌توان در خصوص سایر مسائل مثل هزینه‌ی مربوط به تأمین گاز و توان مصرفی کمپرسور اطلاعات دقیق‌تری به دست آورد. جرم گاز آرگون و نیتروژن مورد استفاده در داخل کوره در جدول ۱ گزارش شده است.

یکی از مسائل مورد مطالعه در این پژوهش، مقایسه تغییرات فشار در اثر تغییر نوع گاز است. با توجه به تفاوت در مقدار ضریب تراکم پذیری گازهای مختلف، انتظار می‌رود تغییرات چگالی و در نتیجه تغییرات فشار متفاوت باشند. با توجه به شکل ۱۰ تغییرات فشار گاز نیتروژن از گاز آرگون کمتر است (حدود 10^0 بار).

در شکل ۱۱ تغییرات دمایی گازهای آرگون و نیتروژن بر حسب زمان با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج به دست آمده تفاوت چشمگیر و قابل ملاحظه‌ی میان تغییرات متوسط دما بر حسب زمان برای گاز آرگون و نیتروژن نشان نمی‌دهد. علت این امر تأثیر کم انتقال حرارت رسانشی و اینرسی حرارتی پایین ماده در فاز گازی است که



شکل ۷. نمودار تغییرات فشار گاز آرگون بر حسب زمان (با استفاده از شرایط مرزی و اولیه پیش فرض).



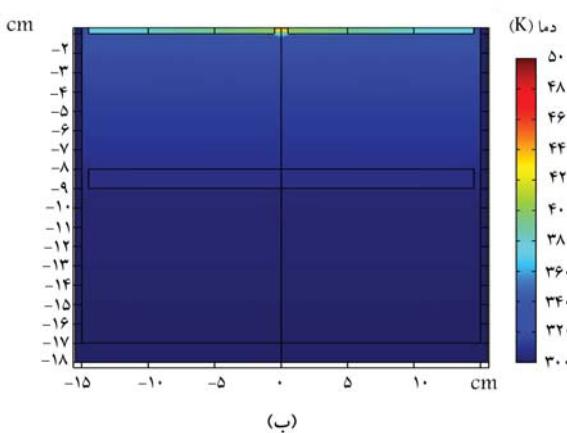
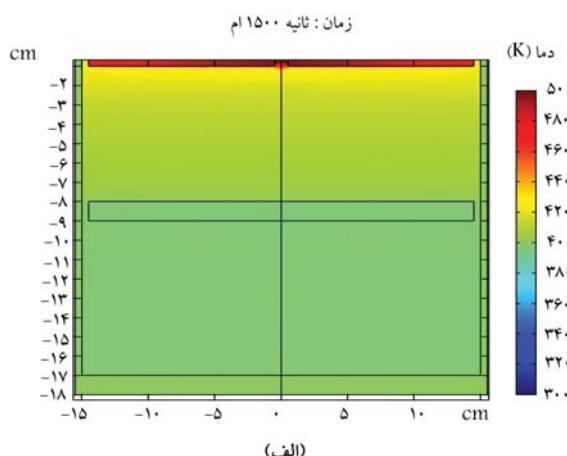
شکل ۸. کانتور توزیع دما در داخل کوره در ثانیه‌ی 150^0 (با استفاده از شرایط مرزی و اولیه پیش فرض).

عمدتاً از نوع رسانشی است. در نتیجه به توجه به مقدار کم رسانایی حرارتی گاز و عایق، زمان زیادی لازم است تا حرارت به بخش‌های پایین‌تر نفوذ پیدا کند.

در شکل ۹ الف کانتور توزیع سرعت گاز آرگون در داخل کوره، در ثانیه 50^0 نشان داده شده است. در این لحظه، از آنجا که هنوز رفتار کوره به حالت پایان رسیده است، جریان جایی آزاد در داخل کوره برقرار است و لذا سرعت در ناحیه‌ی گرم بیشتر است.

از ثانیه 150^0 به بعد (شکل ۹ ب)، جایی که رفتار کوره شبه پایا شده است، سازوکار غالب انتقال حرارت تشعشع خواهد بود و جایه‌جایی آزاد در داخل ناحیه‌ی گرم ضعیف می‌شود. با این وجود، در خارج از ناحیه‌ی گرم، چون مزها دمای پایینی دارند، کماکان انتقال حرارت جایه‌جایی آزاد برقرار بوده و نوسانات جریان سیال مشاهده می‌شود. با توجه به این نکته می‌توان گفت که رفتار کوره هیچ‌گاه مطلقاً پایا نمی‌شود و همواره مقدار کوچکی از نوسان در نتایج حل وجود خواهد داشت. (این شرایط که در آن میزان تبادل حرارتی سیستم با محیط اطراف و همچنین تغییرات دمایی ناحیه‌ی گرم ثابت شده اما جریان‌های گردابی و نوسانی در آن وجود دارد در این نوشتن حالت شبه پایا نامیده شده است).

۲.۸ بررسی تأثیر گاز مورد استفاده در داخل کوره



شکل ۱۲. (الف) دمای دیواره‌ی آبگرد 400°C کلوین؛ (ب) دمای دیواره‌ی آبگرد 300°C کلوین.

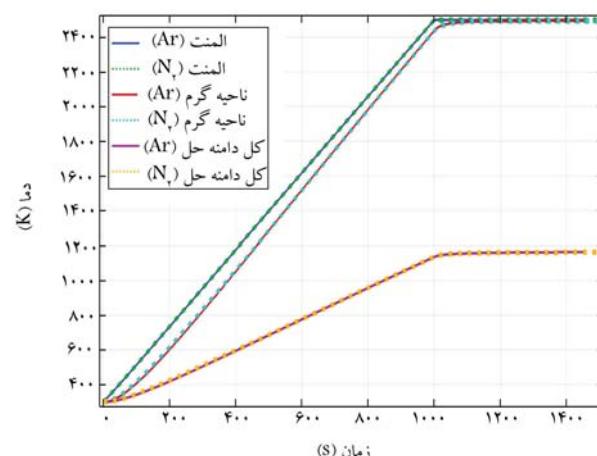
سیال می‌شود. این موضوع میین حساسیت بالای فشار سیستم به عملکرد سامانه آبگرد و خنک‌کاری است. در چنین شرایطی، سامانه‌ی کنترلی کوره باستی قادر باشد با سازوکار مجزایی فشار تعیین شده در سیستم را تأمین کند.

به منظور بررسی علت این پدیده کاتوفرهای توزیع دما و چگالی سیال در مجاورت سیینه‌های مولیبدنی زیرین کوره که در نزدیکی دیواره‌ی آبگرد (ناحیه‌ی سرمایشی) قرار دارند ارائه شده است. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که علت کم تر بودن فشار گاز در حالتی که دمای دیواره‌ی آبگرد برابر با 300°C کلوین است، کم تر بودن دمای قسمت‌های مجاور سیینی و ناحیه‌ی سرمایشی است.

لازم به ذکر است که در ادامه‌ی حل، درکلیه حالت‌ها، به منظور بیشینه شدن شار حرارتی خروجی از دیواره‌ی آبگرد، دمای آن برابر با 300°C کلوین در نظر گرفته شده است.

۴.۸ بررسی تأثیر سپر حرارتی بر رفتار سیستم
در برخی از انواع کوره‌های پرس گرم در مقابل المنت حرارتی از یک سپر حرارتی استفاده می‌شود.^[۶] در ادامه، تأثیر عدم وجود سپر و نیز استفاده از دو جنس مختلف گرافیتی و مولیبدنی برای آن بررسی شده است. در شکل ۱ موقعیت قرارگیری سپر در هندسه‌ی کوره نشان داده شده است.

در ابتدا چگونگی توزیع جریان و تغییرات سرعت سیال در داخل کوره بررسی شده است. چنانچه در شکل ۱۳ نشان داده شده است، در صورت عدم استفاده از سپر، توزیع سرعت یکنواخت‌تر خواهد بود که این مسئله به معنای انتقال حرارت



شکل ۱۱. بررسی تغییرات دمای سطح المنش، دمای ناحیه‌ی گرم و متوسط گاز در حضور گاز آرگون و نیتروزن.

جدول ۲. مطالعه‌ی تأثیر تغییر شرایط مرزی دیواره‌ی آبگرد.

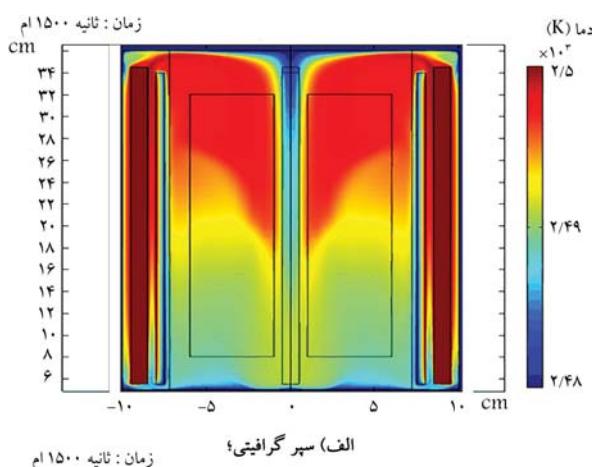
عنوان	دمای دیواره‌ی آبگرد	کلوین	کلوین	کلوین	کلوین
شار حرارتی خروجی از ناحیه سرمایش (W)	۴۵۱۵	۴۸۷۱	۲۴۹۴	۲۴۹۴	۲۴۹۴
دما ناحیه‌ی گرم کوره (K)					
متوسط دمای گاز در کل فضای داخلی (K)	۱۱۶۳	۱۱۰۱			
فشار سیال (bar)	۱۳۴۷	۱۰۲۳			

باعث می‌شود تغییر در جرم گاز، اثر قابل توجهی بر رفتار دمایی آن نداشته باشد.

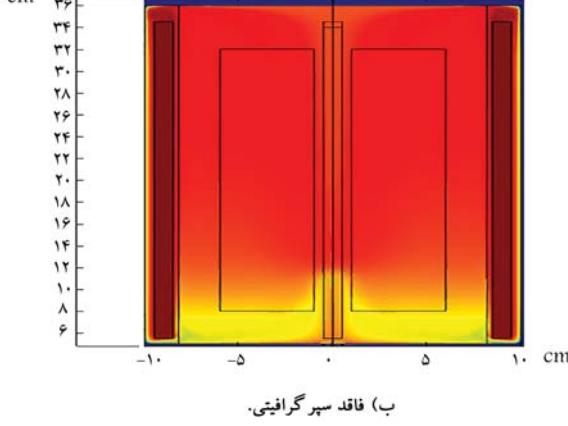
۳.۸ بررسی تأثیر تغییر شرایط مرزی دیواره‌ی آبگرد بر پاسخ مسئله
تعیین شرط مرزی مناسب روی دیواره‌ی آبگرد از این جهت که در طراحی مبدل حرارتی نقش دارد حائز اهمیت است. پیش‌تر مسئله برای حالت دمای دیواره ثابت (برابر با 300°C کلوین) حل شده است. در ادامه تأثیر استفاده از شرط مرزی دمای 300°C کلوین روی دیواره‌ی آبگرد بررسی شده است.

در جدول ۲ شار حرارتی خروجی از دیواره‌ی آبگرد، متوسط دمای کل گاز، متوسط دمای ناحیه‌ی گرم و فشار حالت شبه پایای سیستم نشان داده شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، در حالت شبه پایای کوره، شار حرارتی خروجی از دیواره‌ی آبگرد با تغییر دمای آن از 300°C به 400°C در حدود 10°C افزایش پیدا کرده است. از سویی، تغییر شرط مرزی دیواره‌ی آبگرد، تأثیر به سزاپی در متوسط دمای ناحیه‌ی گرم نداشته است (کمتر از 1°C کلوین)، اما متوسط دمای گاز در کل فضای کوره، با فرض استفاده از شرط مرزی دمای ثابت 300°C کلوین، در حدود 60°C درجه کلوین نسبت به قبل کاهش یافته است.

همچنین فشار حالت شبه پایای سیال در ازای شرط مرزی دمای دیواره 300°C کلوین و دمای دیواره 400°C کلوین به ترتیب برابر با 1048 و 1422 بار بوده است. به بیان دیگر کاهش 100°C درجه‌ی دمای دیواره موجب کاهش 26°C درصدی فشار

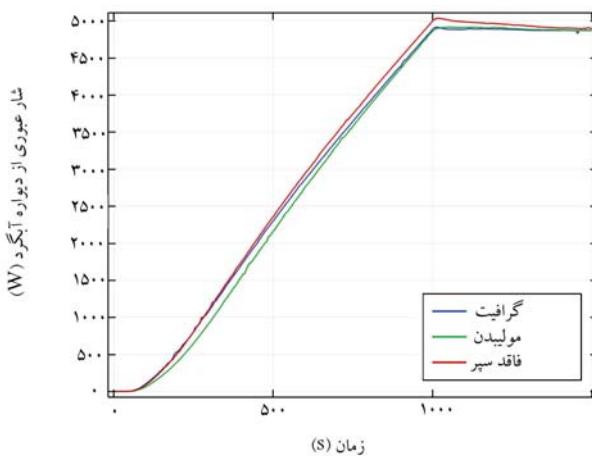


www.mechanicskey.com



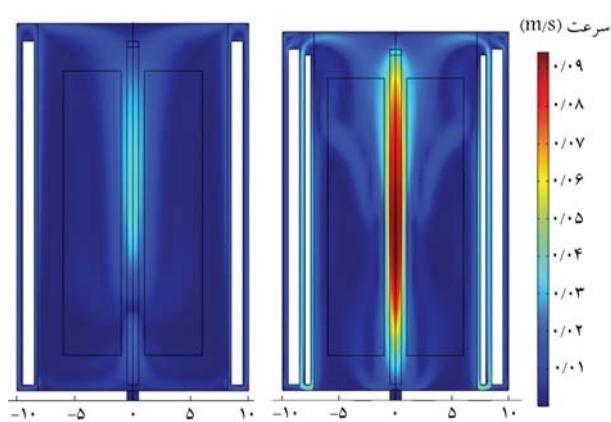
ب) قادر سپر گرافیتی۔

شکل ۱۴. الف) توزیع دما در حالت وجود سپرگرافیتی در حالت پایا؛ ب) توزیع دما در نبود سپرحرارتی در حالت پایا.



شکل ۱۵. بررسی تأثیر وجود و جنس سپر حرارتی بر شار خروجی از ناحیه سرمایش.

به کاهش میران اتلاف حرارتی می‌شود. از سویی اگر ضریب رسانش حرارتی عایق بیش از اندازه کوچک باشد، مرحله‌ی سرد شدن محفظه طولانی مدت خواهد بود. تمام نتایجی که پیش تر ارائه شده، با فرض استفاده از عایق، با ضریب هدایت حرارتی $K = 3W/m.^{\circ}C$ به دست آمده است. عایق مورد استفاده در کوره باید در برابر تنش‌های حرارتی و چرخه‌های حرارتی از مقاومت مکانیکی خوبی برخوردار باشد و در عنین حال تحمل دمای ناحیه گرم را نیز دارا باشد. در کوره‌های دما بالا از



الف) سپر گرافیتی؛

شکل ۱۳. الف) توزیع اندازه‌ی سرعت سیال در حالت وجود سپر گرافیتی در حالت پایا؛ ب) توزیع اندازه‌ی سرعت سیال در نبود سپر گرافیتی در حالت پایا.

جبهه‌جایی ضعیف‌تر با قطعه‌ی تعییه شده در مرکز کوره است. در صورت استفاده از سپر، جریان سیال، در فضای محدود بین سپر و المنت سرعت گرفته و در قسمت بالایی کوره به سمت مرکز کوره پرتاپ می‌شود که این امر عامل غیر یکنواختی بیشتر در توزع سرعت سیال است.

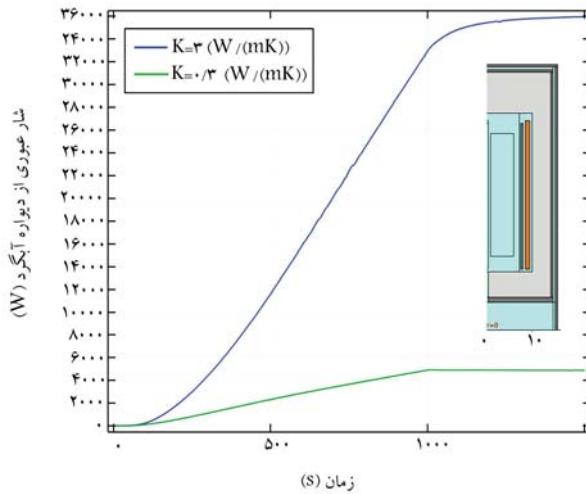
به طریق مشابه، در خصوص توزیع دما، استفاده از سپر باعث می‌شود تا جریان داغ به سمت خط مرکزی کوره هدایت شود. بنابراین در حالتی که از سپر استفاده نمود توزیع دما یکنواخت‌تر است (شکل ۱۴)؛ بنابراین به نظر می‌رسد در شرایطی که نیاز به انتقال حرارت جابه‌جاگی باشد، استفاده از سپر می‌تواند مؤثر واقع شود.

در شکل ۱۵، تأثیر هر یک از حالت‌های مورد بحث بر شار حرارتی جذب شده توسط دیواره‌ی سرد بررسی شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، در صورتی که سپر حرارتی در کوره وجود نداشته باشد، شار بیشتری از دیواره‌ی آبدگرد خارج می‌شود. زمانی که سپر وجود نداشته باشد، توزیع دما در ناحیه‌ی گرم یکنواخت‌تر شده و مقدار دما نیز بیشتر می‌شود. این موضوع سبب می‌شود تا حرارت بیشتری از ناحیه‌ی گرم به بخش سینی‌های زیرین و ناحیه‌ی دیواره‌ی آبدگرد منتقل بشود و در نتیجه دمای این نواحی نیز در حالت بدون سپر بیشتر باشد (شکل ۱۶). لذا می‌توان انتظار داشت که نزخ انتقال حرارت خروجی از کوره نیز در حالت بدون سپر بیشتر باشد. همچنین در صورت استفاده از سپر گرافیتی، پیش از رسیدن به حالت شبه پایا مشاهده می‌شود که حرارت بیشتری از دیواره دفع می‌شود (در مقایسه با سپر مولیبدنی). علت این امر را می‌توان تابش بیشتر گرافیت نسبت به مولیبدن و انتقال حرارت از آن به دمایه دانست.

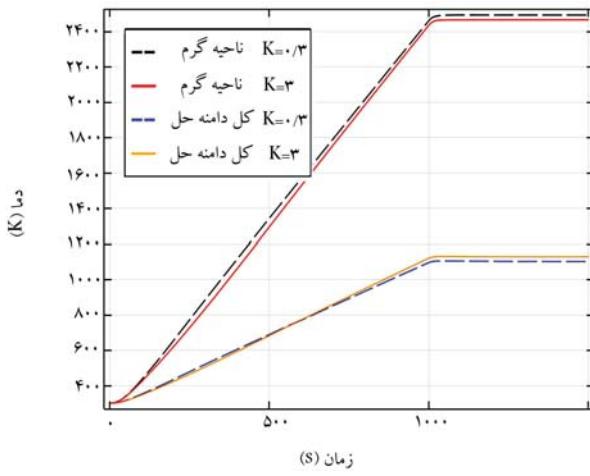
در شکل ۱۷ تأثیر وجود و جنس سپر حرارتی بر فشار گاز آرگون بررسی شده است. با توجه به این که متوسط دمای کل گاز و دمای گاز در ناحیه‌ی گرم در نبود سپر حرارتی بیشتر از سایر حالات است لذا مشاهده می‌شود که فشار نهایی گاز نیز

۵.۸ بررسی تأثیر مقدار ضریب رسانش حرارتی عایق بر رفتار سیستم

یکی از عوامل مؤثر بر عملکرد کوره‌های پرس گرم، ضریب رسانش حرارتی عایق مورد استفاده در آن است. استفاده از عایق حرارتی، با ضریب رسانشی، کوچک، منجر



شکل ۱۵. مقایسه مقدار شار حرارتی خروجی از ناحیه سرمایش با در نظر گرفتن ضریب رسانش حرارتی $0,3$ و 3 وات بر متر کلوین برای عایق.



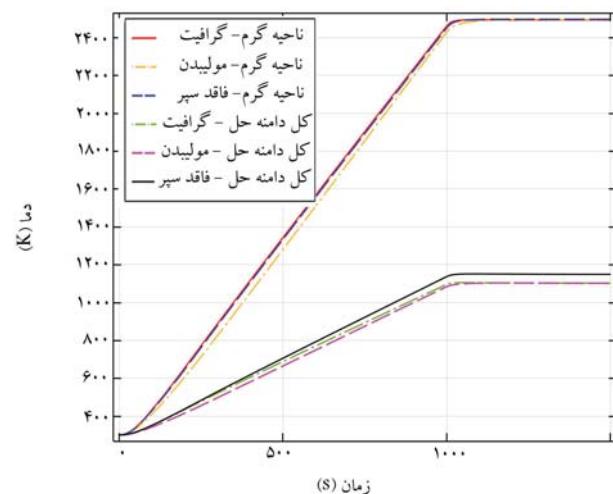
شکل ۱۶. مقایسه متوسط دمای گاز در کل هندسهٔ حل و نیز متوسط دمای گاز در ناحیهٔ گرم در ازای مقادیر مختلف ضریب رسانش حرارتی عایق.

محفظه گرم کاهش می‌یابد اما متوسط دمای کل کوره افزایش یافته است. علت این امر را می‌توان بالارفتنهن دمای قسمت زیرین کوره (گاز موجود در مجاورت سینی‌های دستگاه) بر اثر افزایش انتقال حرارت از طریق دیوارهٔ عایق به قسمت زیرین دانست (شکل ۲۰).

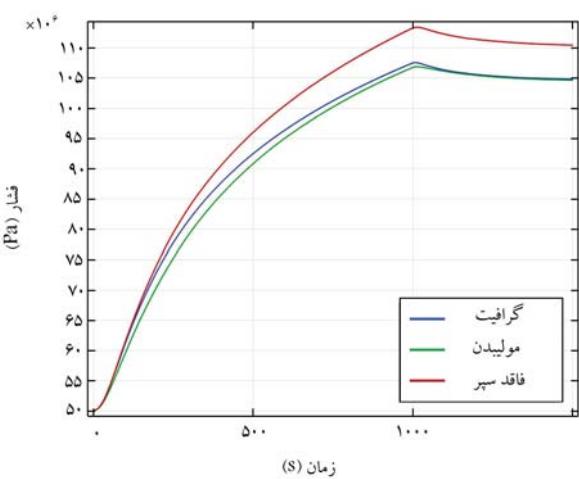
در شکل ۲۱ کانتور توزیع دما در داخل کوره نشان داده شده است. با افزایش ضریب رسانش حرارتی مشاهده می‌شود که دمای دیواره افزایش یافته و حرارت به سمت ناحیه سرد (قسمت زیرین کوره) نیز منتقل شده است.

۶.۸. بررسی تأثیر تغییر شرایط اولیه بر نتایج مسئله
یکی از عوامل مؤثر بر فشار نهایی گاز داخل کوره در حالت شبه پایا، فشار اولیه است. به منظور بررسی تأثیر فشار اولیه بر پاسخ شبه پایی کوره، مسئله با استفاده از مقادیر مختلف 700 , 800 و 900 بار برای فشار اولیه حل شده و نتایج به دست آمده با نتیجه حاصل از فشار اولیه برابر با 50° بار مقایسه شده است.

تغییرات فشار گاز آرگون بر حسب زمان، در ازای مقادیر مختلف فشار اولیه در شکل ۲۲ نشان داده شده است.



شکل ۱۶. تأثیر استفاده از سیر حرارتی بر تغییرات دما.

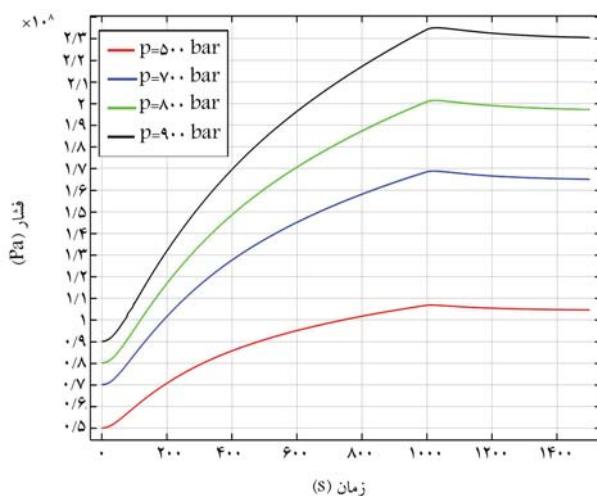


شکل ۱۷. بررسی تأثیر سیر حرارتی بر فشار گاز آرگون.

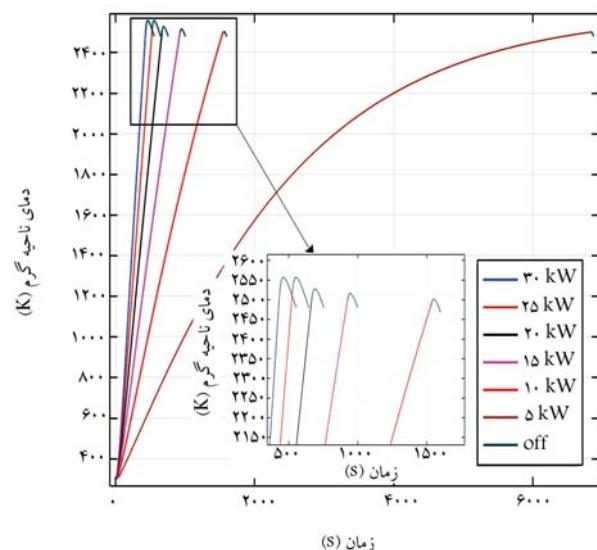
گرافیت به عنوان عایق حرارتی استفاده می‌شود. گرافیت دارای ضریب رسانش بالایی (بزرگ‌تر از 25 وات بر متر کلوین) است. با استفاده از برخی راهکارهای نوآورانه می‌توان ضریب رسانش حرارتی گرافیت را تا حدود $0,3 W/m.K$ کاهش کرد. برای پاسخ به این که در صورت استفاده از عایق با ضریب رسانش حرارتی بالا رفتار سیستم چه تغییری می‌کند، در ادامه و به عنوان نمونه تأثیر استفاده از عایق با ضریب رسانش حرارتی $3 W/m.K$ در حضور گاز آرگون بررسی شده است.

در شکل ۱۸ مقدار شار حرارتی خروجی از ناحیهٔ سرمایش بررسی شده است. مشاهده می‌شود که با تغییر ضریب رسانش حرارتی عایق از 3 به عدد $3,3$ شار حرارتی دیوارهٔ سرد در حالت شبه پایا از حدود 450° وات به حدود 36000 وات تغییر کرده است. این مسئله به معنی نیاز به سامانهٔ سرمایشی به مراتب قوی تر است که ممکن است با الزامات فنی سازه‌ی کوره سازگار نباشد.

در شکل ۱۹ دمای متوسط محفوظه گرم و نیز دمای متوسط کل محفوظه برای هر دو حالت ضریب رسانش عایق بررسی شده است. اگرچه تغییرات رفتاری دمایی کوره در حالت شبه پایا با تغییر ضریب رسانش حرارتی عایق تغییر زیادی نمی‌کند، بر اساس انتظاری که از عملکرد دستگاه و دقت آن وجود دارد، تغییرات اندک دمایی نیز می‌تواند حائز اهمیت باشد. چنانچه انتظار می‌رود، با افزایش ضریب رسانش حرارتی عایق و در نتیجه افزایش شار حرارتی خروجی از دیواره آبگرد، دمای متوسط



شکل ۲۲. تغییرات فشار گاز آرگون بر حسب زمان در ازای مقادیر مختلف فشار اولیه.



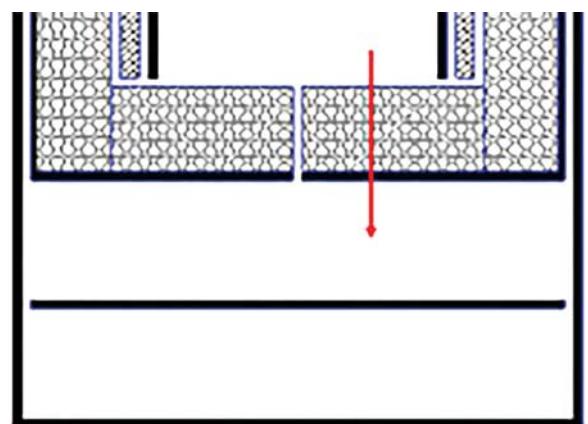
شکل ۲۳. تغییرات متوسط دما در ناحیه گرم با ذکر زمان طی دو گام متوالی ناحیه‌ی سبز رنگ، پاسخ سیستم در حالت خاموش بودن المنت را نشان می‌دهد.

شده و در ادامه تغییرات دمای ناحیه گرم و المنت بر حسب زمان مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که در این قسمت، معیار توقف حل، رسیدن متوسط دمای ناحیه گرم به مقدار 250°C کلوین بوده است.

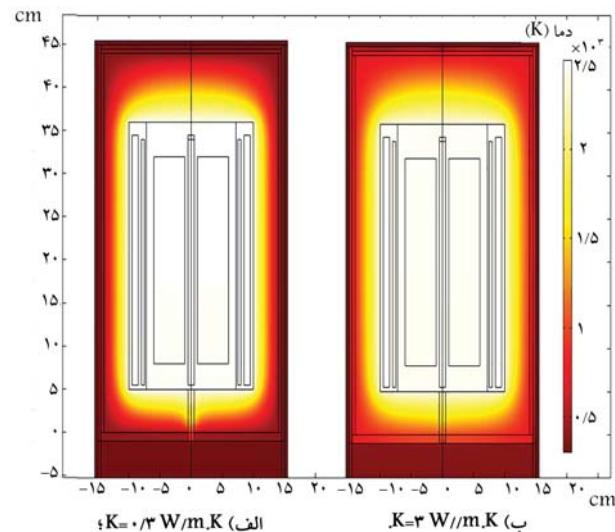
با رسیدن متوسط دمای ناحیه گرم به عدد 250°C ، المنت خاموش شده و رفتار گذرا کوره در لحظات ابتدایی فرایند سرمایش تا جایی که متوسط دمای ناحیه گرم برابر با 248°C کلوین (این مقدار به صورت اختیاری انتخاب شده است) شود بررسی شده است.

در این قسمت فشار اولیه کوره برابر با 80°bar و دمای دیواره آبدگرد برابر با 35°C کلوین در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل ۲۳ در حالتی که میران شار المنت زیاد باشد، دمای ناحیه گرم به صورت خطی و در مدت زمان کوتاهی به 250°C درجه کلوین می‌رسد. در مقابل اگر شار المنت کم باشد (به ویژه در حالت شار ۵ کیلووات) مدت زمان زیادی برای رسیدن به دمای 250°C کلوین نیاز است و تغییرات دمای سیستم نیز خطی نیست.

رفتار سیستم پس از خاموشی المنت در تماصی نمودارها با رنگ سبز نمایش



شکل ۲۰. افزایش انتقال حرارت به قسمت زیرین کوره از طریق عایق با افزایش ضریب رسانش حرارتی عایق.



شکل ۲۱. مقایسه‌ی توزیع دما برای دو ضریب رسانش حرارتی مختلف برای عایق.

با توجه به شکل ۲۲ می‌توان گفت که میان مقدار فشار حالت شبه‌پایی کوره و فشار اولیه گاز آرگون یک رابطه‌ی خطی بروگوار است. معادله‌ی ریاضی حاکم بر فشار حالت شبه‌پایی بر حسب فشار اولیه مطابق با رابطه‌ی 17 است. در این رابطه، P_s معرف فشار حالت شبه‌پایی کوره و P_i بیان‌گر فشار اولیه کوره بر حسب بار است. ضریب رگرسیون این معادله برابر با $99/96$ درصد است.

$$P_s = 3/1317 P_i - 528/74 \quad (17)$$

به عنوان مثال چنانچه هدف دست یابی به فشار تقریبی 2000 بار در حالت شبه‌پایی کوره باشد، لازم است تا فشار اولیه برابر با 80°bar برای انتخاب شود. لازم به ذکر است که در ادامه‌ی مقاله، نتایج ارائه شده بر مبنای فشار اولیه برابر با 80°bar برآمد. تغییرات فشار اولیه تأثیر قابل توجهی بر سایر نتایج ندارد.

۷.۸. بررسی تأثیر تغییر شرایط مرزی المنت بر پاسخ مسئله
پیش‌تر مسئله با فرض شرط مرزی دما ثابت برای المنت حرارتی حل شده و تأثیر استفاده از شرط مرزی شار ثابت روی المنت حرارتی بررسی شده است. به این منظور از مقادیر مختلف شار برای المنت، در بازه 5 تا 30 کیلووات با 5 استفاده

جدول ۳. مدت زمان لازم برای تغییرات دمایی در ازای مقادیر مختلف شار، افزایش دما تا 250°C کلوین و کاهش دما به 248°C کلوین.

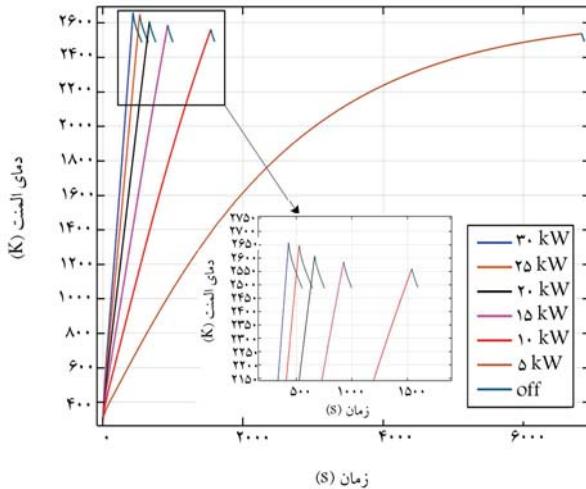
زمان رسیدن متوسط دمای شار المنت (KW)	زمان بازگشت متوسط دمای ناحیه گرم به 248°C کلوین	ناحیه گرم به 250°C کلوین	زمان رسیدن متوسط دمای شار المنت (KW)
بر حسب ثانیه			بر حسب ثانیه
۳۵	۶۸۳۰	۵	۳۵
۵۳	۱۵۴۰	۱۰	۵۳
۷۳	۹۲۵	۱۵	۷۳
۸۹	۶۶۵	۲۰	۸۹
۱۲۰	۵۲۵	۲۵	۱۲۰
۱۲۳	۴۳۰	۳۰	۱۲۳

حرارتی پرس گرم به صورت عددی مطالعه شده است. در این مقاله، به منظور افزایش دقت حل مسئله از مدل ترمودینامیکی گاز واقعی استفاده شده و معادلات پیوستگی، مومنتوم، آشفتگی و انرژی به صورت همزمان توسط نرم افزار کامپیوتر حل شده و انتقال حرارت با استفاده از رسانش، جابه جایی و تشعشع انجام شده است. همچنین ضمن مطالعه‌ی رفتار گوره بر اساس شرایط مرزی و اولیه پیش‌فرض، تأثیر تغییر جنس گاز، دمای دیواره آبگرد، وجود یا عدم وجود سیر حرارتی، شرایط مرزی المنت و نیز فشار اولیه بر رفتار گوره حرارتی پرس گرم بررسی شده است.

تغییر جنس گاز تأثیر قابل ملاحظه‌ی بر رفتار دمایی گوره نداشته و فشار حالت شبه‌پایای گوره را نیز چندان دستخوش تغییر نمی‌کند. با این وجود، مقدار جرم کل گاز موجود در داخل گوره با افزایش چگالی گاز بیشتر می‌شود که این مسئله در اندازه و

قیمت کمپرسور و دیگر تجهیزات تولید فشار مؤثر است. کاهش دمای دیواره آبگرد بر متوسط دمای محفظه‌ی گرم تأثیر به سزاپی ندارد، اما کاهش 10°C درجه‌ی دمای آن منجر به افزایش 10°C درصدی حرارت خروجی از گوره و نیز کاهش 60°C درجه‌ی متوسط دمای کل گوره می‌شود. مهم‌ترین تأثیر عملکرد سامانه آبگرد بر فشار نهایی گوره است. با تغییر دمای دیواره آبگرد از 40°C کلوین به مقدار 30°C کلوین، فشار حالت شبه‌پایای گوره 324°C با در حدود 25°C درصد) کاهش یافته است.

استفاده از سیر حرارتی، ضمن آن که منجر به کاهش حرارت خروجی از گوره می‌شود، چگونگی توزیع سرعت و دما در داخل گوره را دستخوش تغییر می‌کند. وجود سیر حرارتی باعث می‌شود که جریان داغ به سمت خط مرکزی گوره هدایت شود. چنانچه از سیر حرارتی استفاده نشود، توزیع دما و سرعت یکنواخت‌تر است. تغییرات ضریب رسانش حرارتی عایق تأثیر به سزاپی بر دمای حالت شبه‌پایای گوره ندارد، اما منجر به تغییرات قابل توجهی در مقدار حرارت خروجی از گوره می‌شود. فشار اولیه‌ی گوره، با فشار نهایی و شبه‌پایای گوره یک رابطه خطي دارد. چنانچه از شرط مرزی شار ثابت بر روی المنت استفاده شود، با افزایش شار حرارتی، مدت زمان رسیدن دمای داخل گوره به یک مقدار مشخص، کاهش می‌یابد. چنانچه شار المنت بالا باشد، حتی پس از خاموش شدن المنت نیز، به دلیل بالاتر بودن دمای المنش نسبت به گاز داخل گوره، افزایش دمای محفظه گرم متوقف نمی‌شود؛ اما اگر بزرگی شار المنش کوچک باشد، فرایند سرمایش بلا فاصله آغاز می‌شود.



شکل ۲۴. متوسط دمای گاز بر روی المنت حرارتی در گذر زمان در شرایط شارهای ثابت ۵ تا 30°C کیلووات روی المنت.

داده شده و به منظور بررسی دقیق‌تر، تصویر آن بزرگ‌نمایی شده است. در مواردی که شار المنت زیاد بوده، حتی پس از خاموش شدن المنت نیز برای مدتی دمای ناحیه‌ی گرم افزایش یافته است. با توجه به شکل ۲۴ و مقایسه آن با شکل ۲۳ می‌توان گفت تأخیر زمانی پاسخ سیستم، تقاضت دمایی بین المنش و ناحیه‌ی گرم در زمانی است که دمای ناحیه‌ی گرم به 250°C می‌رسد (دمای المنش بالاتر است)، اما این پدیده در شارهای پایین المنش (به ویژه شار ۵ کیلووات) مشاهده نمی‌شود.

در نتیجه مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا متوسط دمای ناحیه‌ی گرم از 250°C به 248°C کلوین برسد. در جدول ۳ مدت زمان رسیدن ناحیه‌ی گرم به 250°C کلوین و نیز مدت زمان کاهش دما از 250°C به 248°C کلوین در حالت‌های مختلف گزارش شده است.

۹. نتیجه‌گیری

کوهی حرارتی پرس گرم یکی از فرایندهای مورد استفاده در متالورژی پودر است که در دما و فشار بالا کار می‌کند. از این رو مطالعه‌ی تجربی عملکرد دستگاه هزینه‌ی زیادی در بر دارد. در این پژوهش، عملکرد هندسه خاصی از یک گوره‌ی

پابنوهای ها

1. hot isostatic pressure (HIP)
2. forging
3. quenching
4. tempering
5. dwell
6. dwell time
7. tungsten-rhenium
8. rhodium
9. akerberg
10. 2-D axisymmetric
11. avure technologies
12. Xiaoping
13. maniere
14. sintering furnace
15. chandras
16. non-isothermal flow
17. heat transfer with surface-to-surface radiation
18. graphite felt
19. shield
20. hot zone
21. skewness
22. aspect ratio
23. Catton
24. evans
25. Van Eck

منابع (References)

1. Brook, Richard.J., ed. "Concise encyclopedia of advanced ceramic materials", Elsevier (2012).
2. Bocanegra-Bernal, M. "Hot isostatic pressing (HIP) technology and its applications to metals and ceramics", *Journal of Materials Science*, **39**(21), pp. 6399-6420 (2004).
3. Gopinathan, M., Mehra, R.K., and Runkle, J.C. "Hot isostatic pressing furnaces", *IEEE Control Systems Magazine*, **20**(6), pp. 67-82 (2000).
4. Moritoki, M. and et al. "Heat insulator for hot isostatic pressing apparatus", Kabushiki Kaisha Kobe Seiko Sho, Kobe, Japan (1986).
5. Nakai, t., Yoneda, M, Masuoka, I. and et al. "Hot isotropic pressure devise", Kobe Steel, Ltd., Kobe-shi (JP) (2014).
6. Ahlfors, M. and et al. "High pressure heat treatment-phase transformation under isostatic pressure in HIP", *Hot Isostatic Pressing: HIP'17*, **10**, p. 149 (2019).
7. Åkerberg, A.. *CFD Analyses of the Gas Flow Inside the Vessel of a Hot Isostatic Press* (2012).
8. Wu, X., Zhang, Y., He, X. and et al.. "Analysis of flow and heat transfer in the furnace of hot isostatic press", *China Metalforming Equipment & Manufacturing Technology*, **51**(6), pp. 39-44 (2016).
9. Manière, C., Zahrah, T. and Olevsky, E.A. "Fluid dynamics thermo-mechanical simulation of sintering: uniformity of temperature and density distributions", *Applied Thermal Engineering*, **123**, pp. 603-613 (2017).
10. Chandras, A. and Sonawane, C. "Numerical simulation of hot isostatic pressing process utilized during sintering of tool inserts", in *Advances in Industrial and Production Engineering*, Springer. pp. 101-115 (2019).
11. Bosque, E., Trociewitz, U. and English, L. "An Overpressure furnace: understanding performance and analysis-led design improvements", In *Excerpt From the Proceedings of the 2019 COMSOL Conference*, Boston (2019).
12. Redlich, O. and Kwong, J.N. "On the thermodynamics of solutions. V. An equation of state. fugacities of gaseous solutions", *Chemical Reviews*, **44**(1), pp. 233-244 (1949).
13. Barati, H. and et al. "Assessment of different turbulence models for the motion of non-metallic inclusion in induction crucible furnace", In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, IOP Publishing (2016).
14. Mikhailenko, S.A., Miroshnichenko, I.V. and Sheremet, M.A. "Thermal radiation and natural convection in a large-scale enclosure heated from below: Building application", In *Building Simulation*, Springer (2021).
15. Tighchi, H.A., Sobhani, M. and Esfahani, J.A. "Effect of volumetric radiation on natural convection in a cavity with a horizontal fin using the lattice boltzmann method", *The European Physical Journal Plus*, **133**(1), pp. 1-18 (2018).
16. Li, R. and et al. "Effect of surface radiation on natural convective flows and onset of flow reversal in asymmetrically heated vertical channels", *International Journal of Thermal Sciences*, **65**, pp. 9-27 (2013).
17. Catton, I. "Natural convection in enclosures", In *International Heat Transfer Conference Digital Library*, Begel House Inc (1978).
18. Evans, L., Reid, R. and Drake, E. "Transient natural convection in a vertical cylinder", *AICHE Journal*, **14**(2), pp. 251-259 (1968).
19. Van Eck, R., Klep, M. and Van Schijndel, J. "Surface to surface radiation benchmarks", In *Proceedings of the Comsol Conference*, Munich, Germany (2016).

مطالعه‌ی عددی تأثیر افزایش شدت توربولانسی و تغییر زاویه‌ی پاشش سوخت بر عملکرد و آلایندگی موتور دیزل دریایی کاترپیلار

امیرحمزه فرج‌الهی *

(استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه امام علی (ع)

رضا فیروزی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

مهمنشی مکانیک شریف (بهار ۱۳۹۰) دری ۳۷-۸۳، شماره ۱، ص. ۴۹-۱۱۵، (زاده شد فی)

در این نوشتار، به بررسی تأثیر افزایش شدت توربولانسی و تغییر زاویه‌ی پاشش سوخت بر عملکرد و آلایندگی موتور دیزل دریایی کاترپیلار به کمک روش دینامیک سیالات محاسباتی در نرم افزار فایر پرداخته شده است. به منظور افزایش شدت توربولانسی از شیار درون نازل انژکتور استفاده شده و زاویه‌ی پاشش سوخت افزایش داده شده است. نتایج عددی شبیه‌سازی انژکتور و موتور دیزل در شرایط کارکردی با داده‌های تجربی مقایسه و تطبیق خوبی بین آن‌ها مشاهده شده است. نتایج مربوط به عملکرد موتور دیزل نشان می‌دهد که ایجاد شیار، افزایش شدت توربولانسی و زاویه‌ی پاشش سوخت منجر به افزایش ۷۵ درصدی توان و گشتوار تولیدی و کاهش ۳۷ درصدی مصرف سوخت نسبت به نازل استوانه‌ی سوخت می‌شود. همچنین نتایج مربوط به آلایندگی این موتور دیزل دریایی نشان می‌دهد که در این حالت آلایندگی مونوکسید کربن و اکسید نیتروژن به مقدار ۴۲/۷۳ درصد و ۴۵/۴۵ درصد کاهش می‌یابد.

واژگان کلیدی: موتور دیزل دریایی، جریان چرخشی، شدت توربولانسی، زاویه‌ی پاشش سوخت، آلایندگی.

۱. مقدمه

a.farajollahi@sharif.edu
rezafruzi@edu.ikiu.ac.ir

۱.۱. مروری بر مطالعات انجام شده

در مطالعات گذشته تأثیر پارامترهای مختلف بر عملکرد و آلایندگی موتورهای احتراق تراکمی دیزل و همچنین سیستم‌های سوخت رسانی بررسی شده است. احمدی و همکاران^[۱] با بررسی تأثیر جایگزینی مقادیر مختلف هیدروژن به جای دیزل بر عملکرد و آلایندگی موتور دریافتند که جایگزینی هیدروژن موجب تأخیر در شروع احتراق و رشد نزدیک افزایش فشار و افزایش حرارت آزاد شده خواهد شد ولی این افزایش فشار منجر به پدیده‌ی کوپس نخواهد شد. شروانی تیار و همکاران^[۲] برای بررسی عددی اثر تابع پاشش سوخت بر عملکرد موتور، شش تابع پاشش سوخت مختلف انتخاب کردند و نشان دادند که با استفاده از توابع پاششی مناسب سوخت، توان موتور افزایش و مقدار آلایندگی‌های تولیدی آن کاهش می‌یابد. پاشش سوخت شبه‌مثلثی در مقایسه با نزدیکی افزایش ثابت دارای عملکرد مناسب‌تری است و مصرف سوخت ویژه در آن کاهش و مقدار توان آن افزایش می‌یابد. همچنین در این تابع، مقدار آلایندگی اکسید نیتروژن اندکی افزایش می‌یابد.

حسین‌پور و همکاران^[۳] با استفاده از کد KIVAVII، تأثیر پارامترهای پاشش

موتورهای دیزل در مقایسه با سایر موتورهای احتراق داخلی دارای نسبت تراکم، راندمان، گشتوار و توان تولیدی بالاتر و مصرف سوخت نسبتاً پایین‌تری هستند؛ به همین علت در صنایع مختلف نظامی و حمل و نقل دریایی کاربرد نسبتاً استمرده‌ی دارد. با توجه به کاربرد گسترده‌ی این نوع موتورها در صنایع دریایی و همچنین وضع قوانین سخت‌گیرانه از لحاظ آلایندگی محیط زیست و همچنین محدود بودن متابع سوخت‌های فسیلی و افزایش هزینه‌ی آن‌ها در سال‌های اخیر، تلاش برای بهینه‌سازی احتراق به منظور کاهش هم‌زمان مصرف سوخت و آلایندگی آن‌ها به همراه بهبود عملکرد موتور همواره مد نظر طراحان موتور و پژوهش‌گران در صنایع دریایی قرار داشته و دارد. تاکنون روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی احتراق موتورهای احتراق داخلی مانند پاشش‌های چند مرحله‌ای، به کارگیری سوخت‌های زیستی (بیوسوخت‌ها) و ترکیبی و ... ارائه شده است. هریک از این روش‌ها دارای مزایا و معایب خاصی هستند. بنابراین ارائه‌ی یک روش کامل تر (کاهش هم‌زمان آلایندگی، مصرف سوخت و افزایش توان و گشتوار تولیدی) برای بهینه‌سازی احتراق در موتورهای دیزل دریایی حائز اهمیت است.

* نویسنده مستول

تاریخ: دریافت ۱۰/۶/۱۳۹۹، اصلاحیه ۶/۱۴۰۰، پذیرش ۱۷/۷/۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J40.2021.57189.1573

$$\begin{aligned} \text{معادله‌ی بقای مومنت} \\ \frac{\partial \alpha_k \rho_k v_k}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k v_k = -\alpha_k \nabla p + \nabla \cdot \alpha_k (\vec{T}_k + \vec{T}_k^t) \\ + \alpha_k \rho_k \vec{f} + \sum_{l=1, k \neq l}^N M_{kl} + v_k \sum_{l=1, k \neq l}^N \Gamma_{kl}, \quad k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

در معادله‌ی ۲، f بردار نیروی حجمی شامل نیروی جاذبه و اینرسی است. T_k تنش برشی، T^t بردار تنش رینولدزی، M بیان‌گر اندرکنش مومنتوم بین حالت‌ها و p فشار استاتیکی است.^[۸]

معادله‌ی انرژی جنبشی آشفتگی و نزخ اثلاف آشفتگی

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k K_k}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k v_k K_k = \nabla \cdot \alpha_k (\mu_k + \frac{\mu_k^t}{\sigma_k}) \nabla K_k + \\ \alpha_k p_k - \alpha_k \rho_k \varepsilon_k + \sum_{l=1, k \neq l}^N K_{kl} + K_k \sum_{l=1, k \neq l}^N \Gamma_{kl}, \quad k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

در معادله‌ی ۳، k انرژی جنبشی آشفتگی، μ_k لزجت ملکولی، $\mu_{k,t}$ لزجت آشفتگی، σ کشش سطحی و ε نزخ تفات آشفتگی است. تنش برشی فاز k برابر است با:

$$T_k = \mu_k \left[(\nabla v_k + \nabla v_k^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot v_k \right] \quad (4)$$

و تنش رینولدز برابر است با:

$$T_k^t = -\rho_k v'_k v'_k = \mu_k^t \left[(\nabla v_k + \nabla v_k^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot v_k I \right] - \frac{2}{3} \rho_k K_k I \quad (5)$$

لزجت آشفتگی ($\mu_{k,t}$) نیز مطابق رابطه‌ی ۶ مدل می‌شود:

$$\mu_k^t = \rho_k C_\mu \frac{K_k}{\varepsilon_k} \quad (6)$$

۲. تبادل بین حالتی

با توجه به حفره‌زایی و جریان دوفازی سوخت درون ازکتور، معادلات تبادل بین حالتی جرم و مومنتوم نیز بررسی می‌شود. معادلات حاکم بر شیوه‌سازی تبادل بین حالتی، معادلات تبادل جرم و تبادل مومنتوم بین دو فاز مایع و بخار را شامل می‌شوند. با توجه به ثابت در نظر گرفتن دما، از راهه و حل معادلات تبادل بین حالتی آنتالپی صرف نظر شده است.

۲.۱. تبادل بین حالتی جرم

تبادل جرم بین دو حالت مایع و بخار با مدل حفره‌زایی خطی مدل شده است. معادله‌ی حاکم عبارت است از:^[۷]

$$\Gamma_c = \rho_d N''' 4\pi R^3 \dot{R} = -\Gamma_d \quad (7)$$

که در آن، N''' چگالی عددی حباب و R شعاع آن است. تغییرات شعاع حباب نسبت به زمان با کمک معادله‌ی ریلی محاسبه می‌شود:^[۷]

$$R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 = \frac{\Delta p}{\rho_c} \quad (8)$$

که در آن Δp اختلاف فشار مؤثر و ρ_c چگالی مایع است.

سوخت - از جمله زمان‌بندی پاشش، فشار پاشش و استفاده از خنک‌کن میانی - را بر عملکرد و تولید آلاینده‌ها در یک موتور پاشش مستقیم و نیز تأثیر حالت خاصی از پاشش چندمرحله‌ای بر تولید آلاینده‌ای اکسیدهای نیتروزن را مورد بررسی قرار دادند؛ در این حالت آلاینده‌ای اکسید نیتروزن تا ۶ درصد کاهش یافت.

برگ استراند^[۴] پنج نوع نازل با شکل‌های مختلف را بررسی کرد و نشان داد که نازل مخروطی همگرا به طورکاری دوده و گاز نیتروزن اکسید خروجی و مصرف سوخت کمتری نسبت به نازل استوانه‌ای دارد. همچنین نازل با قطر کوچک‌تر نسبت به نازل با قطر بزرگ‌تر دوده‌ی کمتری تولید می‌کند.

نیشیدا و همکاران^[۵] به بررسی تجربی تأثیر فشار تزریق بالا بر مشخصه‌های افتشانه‌ی سوخت دیزل - نظیر قطر متوسط ساتر طول نفوذ و آشفتگی محیط تزریق - پرداختند. بدین منظور از سه فشار ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ بار استفاده کردند و نشان دادند که ترکیب بهتر سوخت و هوا و فرایند اتمی شدن سوخت در فشارهای تزریق بالا با افزایش آشفتگی در محیط تزریق همراه بودند.

قبادیان و همکاران^[۶] به بهینه‌سازی نسبت EGR، سوخت بیودیزل و شرایط کاری یک موتور دیزل تکسیلندر چهارزمانه با روش RSM پرداختند. در این بررسی با استفاده از سامانه‌ی EGR، آلاینده‌ای اکسیدهای نیتروزن حداکثر تا ۶۳٪ درصد برای سوخت B10 و نسبت EGR ۳۰ درصد کاهش یافت. همچنین استفاده هم زمان از سوخت بیودیزل و سامانه‌ی EGR موجب کاهش آلاینده‌ی CO در دور موتورهای مختلف می‌شود.

فرج الهی و فیروزی^[۷] رفتار جریان حفره‌زایی و پاشش سوخت دیزل را در یک محفظه احتراق حجم ثابت برای هندسه‌های مختلف سوراخ نازل و پروفیل‌های جابه‌جاکی سوزن مقاومت، به منظور بهبود خواص افتشانه‌ی سوخت و عملکرد موتور دیزل دریابی با کمک نرم افزار فایر بررسی کردند. نتایج عددی نشان داد که افزایش قطر و شعاع منحنی ورودی سوراخ نازل و مدت زمان باز بودن سوزن ازکتور سبب افزایش جرم سوخت پاشش و بخار شده و همچنین افزایش طول نفوذ افتشانه می‌شوند.

مرور مقالات گذشته نشان می‌دهد که تأثیر پارامترهای مختلفی بر عملکرد و آلاینده‌گی موتورهای احتراق داخلی و همچنین سیستم‌های سوخت رسانی بررسی شده است ولی تاکنون تأثیر افزایش شدت توربو لنسی به همراه تغییر زاویه پاشش سوخت درون محفظه احتراق موتور دیزل دریابی کاترپیلار صورت نگرفته است؛ که همین موضوع هدف مطالعه‌ی حاضر قرار گرفته است.

۲. معادلات حاکم

۲.۱. ازکتور

معادلات حاکم بر شیوه‌سازی جریان درون ازکتور شامل معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی جنبشی آشفتگی است. با توجه به فرض هم‌بودن، از راهه و حل معادله‌ی انرژی و تبادل بین حالتی آنتالپی صرف نظر شده است.^[۸]

معادله‌ی بقای جرم

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_k \rho_k v_k = \sum_{l=1, k \neq l}^N \Gamma_{kl}, \quad k = 1, \dots, N \quad (1)$$

که در آن α_k کسر حجمی فاز k ، v_k سرعت فاز k و Γ_{kl} بیان‌گر تبادل جرمی بین دو فاز k و l است.^[۸]

حد قطر سوراخ نازل در نظر گرفته شود.^[۱۹] در نازل با ورودی تیز به علم و قوه پدیده حفره زایی، قطر قطرات کوچکتر از قطر سوراخ نازل خواهد بود. در این مدل نزخ کاهش شعاع قطره نسبت به زمان به صورت زیر ارائه می شود که در آن، τ_a زمان فروپاشی مدل و r شعاع قطره است:^[۱۹]

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{(r - r_{stable})}{\tau_a} \quad (15)$$

۴.۲. موتور دیزل

معادلات حاکم شامل معادلات پایستگی جرم، مومنتوم و انرژی هستند. در موتورهای پاشن مستقیم به دلیل پاشش افشاره سوخت درون محفظه احتراق، ترم هایی به روابط پایستگی جرم، مومنتوم و انرژی اضافه می شود.^[۱۰] فرم دیفرانسیلی معادلات حاکم مطابق معادله ۱۶ است که در آن S_m بیان گر جهت مختصات است.

معادله بقای جرم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = S_m \quad (16)$$

S_m بیان گر تولید جرم به واسطه تبخیر قطرات افشاره سوخت است.^[۱۰]

معادله بقای مومنتوم

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \sum_{j=1}^r \frac{v_j \partial(\rho v_i)}{\partial x_j} = \sum_{j=1}^r \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho F_{v,i} + F_{p,i} \quad (17)$$

در معادله i ، $F_{v,i}$ بیان گر نیروهای حجمی است و $F_{p,i}$ نیز عمدتاً به نیروی فشاری در جریان دوفازی اشاره دارد. τ_{ij} بیان گر تنش برشی است که برای سیالات نیوتونی از رابطه $\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$ به دست می آید و δ_{ij} دلتای کرونکر است.^[۱۰]

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (18)$$

معادله بقای انرژی

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \sum_{j=1}^r \frac{\partial(\rho v_j h)}{\partial x_j} = \sum_{j=1}^r \frac{\tau_{ij} \partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial P}{\partial t} + v_i \frac{\partial P}{\partial x_i} - \sum_i \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + S_h \quad (19)$$

در رابطه i ، آنتالپی بر واحد جرم و برابر با $\frac{p}{\rho}$ است. e نیز انرژی داخلی بر واحد جرم است. q_i شار حرارتی در راستای i به واسطه گردانی دماس است که از قانون فوریه برابر با $k \frac{\partial T}{\partial x_i} - k$ است و k ضریب هدایت حرارتی سیال است.^[۱۰] همچنین S_h تولید انرژی به واسطه تبخیر شده قطرات افشاره سوخت است.^[۱۰]

۳. مدل محاسباتی

۳.۱. انزکتور

انزکتور مورد نظر، انزکتور موتور دیزل دریابی کاترپیلار از نوع سیستم تغذیه مشترک^۴ و دارای پنج سوراخ است که با فاصله یکسان از هم قرار گرفته اند و در آن، سوخت به وسیله پاشن سوخت توسط انزکتور پودرسازی می شود. در این روش، فرایند احتراق را می توان با تولید مقادیر آلاندیه کمتر و مصرف سوخت پایین تر بهینه سازی

۲.۲. تبادل بین حالت مومنتوم

تبادل مومنتوم بین دو حالت مایع و بخار با در نظر گرفتن تأثیر نیروهای پسا و پخش آشفتگی چنین محاسبه می شود:^[۱۸]

$$M_c = \frac{1}{\Lambda} C_D \rho_c A_i''' |v_r| v_r + C_{TD} \rho_c k_c \nabla \alpha_d = -M_d \quad (9)$$

v_r سرعت نسبی بین دو فاز مایع و بخار و C_{TD} ضریب پخش آشفتگی است. A''' بیان گر چگالی سطح مشترک بین دو حالت است و برای مدل حفره زای پسا چنین محاسبه می شود:^[۱۸]

$$A''' = \pi D_b^{\frac{1}{2}} N''' = (36\pi N''')^{\frac{1}{2}} \alpha_d^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

۳.۲. افشاره

در شبیه سازی افشاره سوخت، برای فاز مایع، محاسبات در محیط مهندسی بر پایه روش آماری قطره گسسته با حل کردن معادلات دیفرانسیل معمولی برای مسیر مومنتوم، انتقال جرم و حرارت قطرات واحد که هر کدام از آنها عضو یک گروه قطرات بدون فعل و انفعال داخلی بکسان هستند، انجام می شود. معادلات حاکم عبارت است از:^[۱۹]

معادله بقای مومنتوم

$$m_d \frac{du_{id}}{dt} = F_{idr} + F_{ig} + F_{ip} + F_{ib} \quad (11)$$

که در آن، F_{idr} نیروی پسا، F_{ig} شامل نیروهای گرانشی و شناوری، F_{ip} نیروی فشار و F_{ib} سایر نیروهای خارجی مانند نیروی الکترواستاتیکی و مغناطیسی هستند. شتاب قطره افشاره سوخت در محیط گازی مطابق رابطه ۱۲ محاسبه می شود:^[۱۹]

$$\frac{du_{id}}{dt} = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_g}{\rho_d} \frac{1}{D_d} |u_g - u_d| (u_{ig} - u_{id}) + (1 - \frac{\rho_g}{\rho_d}) g_i \quad (12)$$

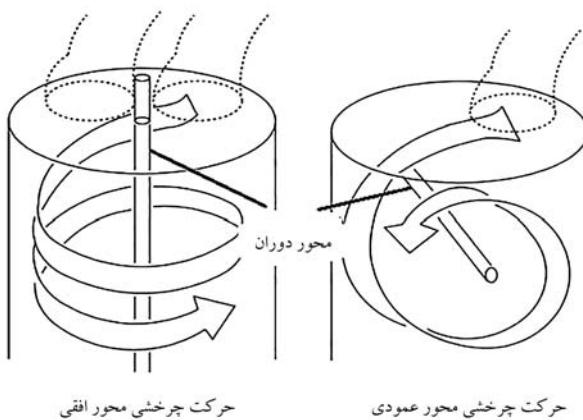
برای مدل سازی برخورد و انقاد قطرات، از زیرمدل نورین^۱ و برای تبخیر سوخت از زیرمدل دوکوچ^۲ استفاده شده است. زیرمدل استفاده شده در تبخیر قطرات افشاره سوخت، مدل دوکوچ است که این مدل ضرورتاً بر مبنای فرض کروی و مقارن بودن قطره، جریان نیمه آرام فیلم گاز اطراف قطره، دمای یکنواخت قطره در طول قطره، خواص فیزیکی یکنواخت سیال احاطه کننده، تعادل گرمایی مایع - بخار بر سطح قطره شکل گرفته است.^[۱۹] نزخ تغییرات دمای قطرات سوخت توسط معادله بالانس انرژی (معادله ۱۳) ارائه می شود که بیان می دارد انرژی هدایت شده به قطرات سوخت منجر به افزایش دما یا تبخیر آنها می شود:^[۱۹]

$$\dot{m}_d c_{pd} \frac{dT_d}{dt} = L \frac{dm_d}{dt} + \dot{Q} \quad (13)$$

\dot{Q} شار حرارتی جایه جایی منتقل شده از سیال محیط اطراف به سطح قطره است. برای فروپاشی اولیه افشاره سوخت از مدل تزریق گلوله^۳ استفاده شده است. در این مدل مشخصه شعاع قطره R_A و مشخصه زمان فروپاشی τ_A است. R بیان گر شعاع واقعی قطره است و نزخ فروپاشی آبرودینامیکی طبق رابطه ۱۴ محاسبه می شود:^[۱۹]

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)_a = R_a = -\frac{(r - r_a)}{C \tau_a} \quad (14)$$

برای فروپاشی ثانویه فواره سوخت از زیرمدل موج استفاده شده است. در مدل موج مورد استفاده برای فروپاشی ثانویه توصیه شده که قطر ابتدایی قطرات باید در



حرکت چرخشی محور عمودی

محور دوران

حرکت چرخشی محور افقی

شکل ۳. جريان چرخشی حول محور سيلندر(چپ) و جريان چرخشی حول محور عمودي بر محور سيلندر (راست). [۱۱]



شکل ۱. شماتيك سيسitem سوخت رسانی تغذیه‌ی مشترک.

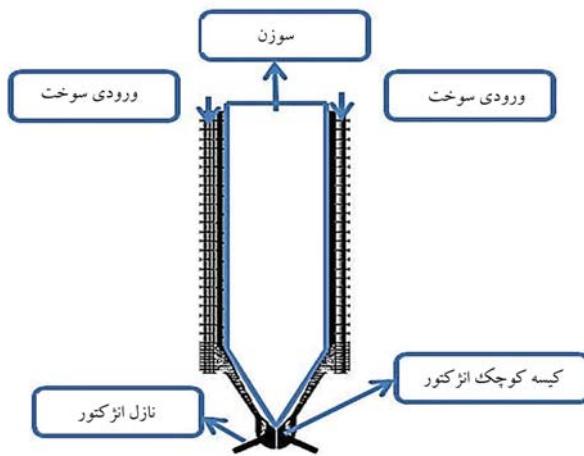


شکل ۴. جزئيات شبکه‌بندی انژکتور در نزدیکی سوراخ نازل در حالت‌های مختلف بدون شیار (بالا) و با شیار (پایین).

جدول ۱. خواص سوخت دیزل در دمای ۳۱۳ کلوین. [۱۲]

غاز سوخت	مايع	بخار
چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)	۸۲۵	۵
لزجت ($P_{a.s}$)	۰,۰۰۲۱	۰,۰۰۰۰۱
فشار بخار (Pa)	۱۰۰	-

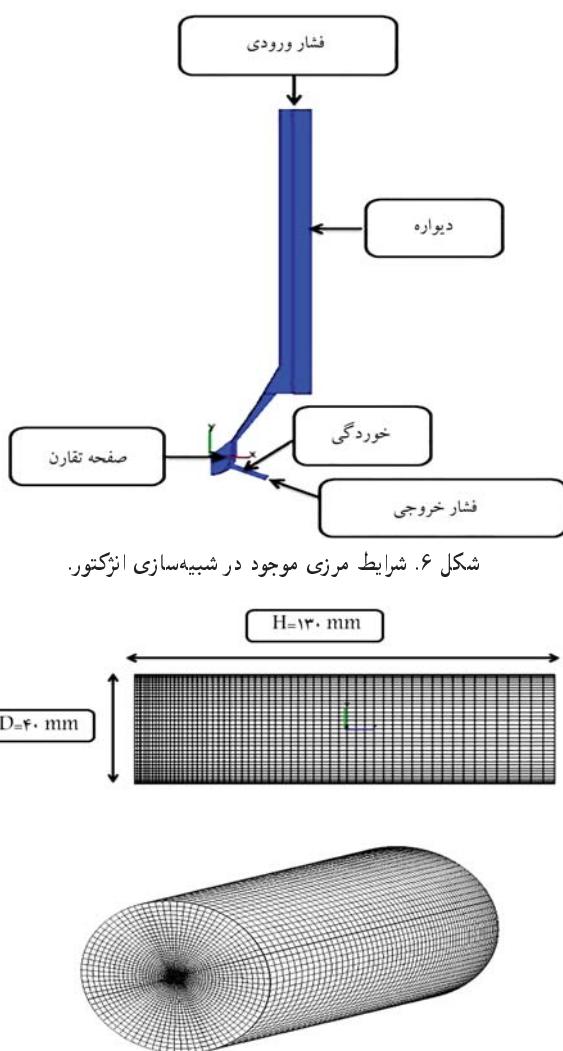
است که خواص آن در دمای ۳۱۳ کلوین در جدول ۱ آورده شده است. [۱۲] پروفیل جابه‌جايی سوزن برحسب زاويه‌ی ميل لنگ برای مدت زمان پاشش سوخت 0.8 میلي ثانية در شکل ۵ آورده شده است. مدل آشفتگی مورد استفاده روش k - zeta - f با رفتار تابع دیواره‌ی استاندارد برای تمامی مقادیر واپلاس در مدل آشفتگی مورد نظر است. در این مدل توربولانسي علاوه بر معادلات انرژي جنبشی توربولانس و نرخ اضمحلال انرژي که در مدل کی - اپسیلون حل می‌شود، دو معادله‌ی دیگر - معادله‌ی انتقال برای نوسانات سرعت و معادله‌ی تخفیف بیضی‌گون f که به منظور مدل کردن اثرات غیر ایزوتروپیک دیواره است - باید حل شود. استفاده از این مدل به افزایش دقت حل عددی، مخصوصاً در مسائل شبیه‌سازی انژکتور و پاشش و موتورهای احتراق داخلی که با یک شبکه‌ی دینامیک (متحرك) روبرو هستیم، منجر



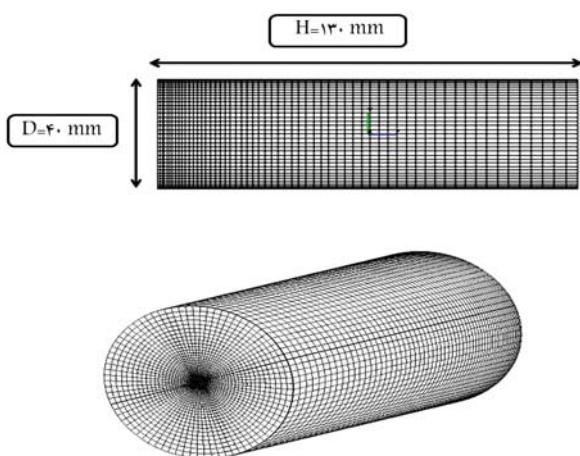
شکل ۲. شماتيك محل قرارگيري سوزن و نامگذاري قسمت‌های مختلف انژکتور دیزل.

کرد. [۱۱] در شکل ۱ شماتيك سيسitem سوخت رسانی تغذیه‌ی مشترک و در شکل ۲ نامگذاري قسمت‌های مختلف انژکتور دیزل مورد نظر آورده شده است. ایجاد جريان چرخشی یکی از روش‌های افزایش شدت توربولانسی محفظه‌ی موتور و افزایش راندمان و بهینه‌سازی احتراق است. در شکل ۳ جريان‌های چرخشی شاخصی که درون سيلندر موتورهای احتراق داخلی می‌توان ایجاد کرد، نشان داده شده است. این جريان‌ها اکثراً حول محور سيلندر و محور عمود بر آن ایجاد می‌شوند. [۱۱] به منظور بررسی تأثیر تغییر هندسه‌ی سوراخ نازل انژکتور بر شدت وقوع حفره‌زایی، مشخصات افشانه‌ی سوخت و افزایش شدت توربولانسی درون محفظه‌ی احتراق، عدد شیار با گام $1/10$ میلي متر و ضخامت 0.4 میلي متر درون نازل انژکتور مورد نظر ایجاد شده است. سوراخ نازل مخروطی انژکتور CRI1 ساخت شرکت بوش آلمان دارای طول $7/0$ میلي متر، قطر ورودی 0.43 میلي متر، قطر خروجی $13/0$ میلي متر و شعاع منحنی ورودی سوراخ 15 میکرومتر است. همچنین سوراخ نازل استوانه‌ی انژکتور مورد نظر دارای قطر ورودی $13/0$ میلي متر با شعاع منحنی ورودی 2 میکرومتر است. شبکه‌ی محاسباتی انژکتور مورد نظر در دو حالت با شیار و بدون شیار به صورت شکل ۴ است که با کمک نرم‌افزار فایر انجام شده است. توجه به این که سوراخ‌ها در فاصله‌ی یکسانی از هم قرار گرفته‌اند، شبیه‌سازی تنها یک‌پنجم هندسه‌ی کل انژکتور صورت گرفته است. [۷]

در بررسی استقلال جواب از شبکه‌ی محاسباتی، تأثیر اندازه‌ی شبکه‌ی محاسباتی مختلف بر دبی جریان سوخت خروجی از نازل انژکتور در هر حالت بررسی شده است. [۱۲] با توجه به نتایج حاصله، در شبیه‌سازی انژکتور با نازل دارای شیار از تعداد سلول محاسباتی 716148 و در نازل بدون شیار از تعداد سلول محاسباتی 154000 استفاده شده است. سوخت مورد نظر دیزل رایج در کشورهای اروپایی



شکل ۶. شرایط مرزی موجود در شبیه‌سازی انژکتور.



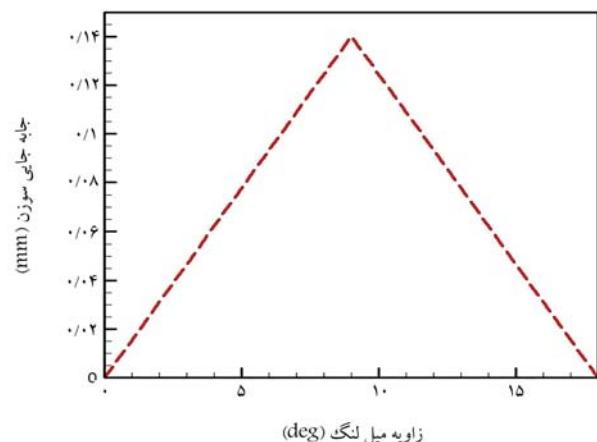
شکل ۷. ابعاد و شبکه‌ی محاسباتی محفظه‌ی احتراق استوانه‌یی حجم ثابت.

توجه به نتایج بررسی استقلال حل از شبکه (طول نفوذ اسپری برای مقادیر متفاوت سلول محاسباتی)،^[۷] در تعداد سلول محاسباتی ۲۴۸۰۰۰ صورت گرفته است. سیال درون محفظه احتراق مورد نظر هوای متراکم (دارای فشار ۱۰ بار، دما ۳۰۰ کلوین و چگالی ۱۱/۷۳ کیلوگرم بر متر مکعب) است. مدل آشفتگی مورد استفاده نیز همانند شبیه‌سازی انژکتور روش k-zeta-f است. برای حل معادلات فشار-ممتون از الگوریتم سیمپل استفاده شده است.

۳. موتور دیزل

به منظور بررسی تأثیر تغییر هندسه نازل انژکتور و افزایش شدت توربولانسی درون محفظه احتراق موتور دیزل بر عملکرد و آلایندگی آن، ابتدا موتور دیزل کاتریپلار با انژکتور متدائل آن شبیه‌سازی شده است. به منظور شبیه‌سازی احتراق در موتور کاتریپلار از نرم افزار فایر استفاده شده است. در شکل ۸ نمایی از یک موتور دیزل کاتریپلار مورد استفاده برای پیش‌راشن در یک شناور دریابی آورده شده است.

ایجاد هندسه و شبکه‌بندی آن با کمک قسمت محیط شبیه‌سازی موتور دیزل^۶ در نرم افزار فایر صورت گرفته است. مشخصات موتور و انژکتور آن و همچنین شرایط هوایی داخل محفظه احتراق در ابتدای تراکم به ترتیب در جداول ۴ و ۵ آورده



شکل ۵. پروفیل بالابری سوزن بر حسب زاویه میل لنگ.^[۱۲]

جدول ۲. شرایط اولیه و مرزی جریان سیال درون انژکتور.

شرایط	
شرايط اوليه	فشار: ۱۳۵° بار
	سرعت: ° متر بر ثانیه
فشار ورودی: ۱۳۵° بار	(نوع: فشار استاتیک)
فشار خروجی: ۱۰ بار	(نوع: فشار استاتیک)
شرايط مرزي	دما: ۳۱۳ کلوین
دیواره نازل: سایش	(نوع: دیواره - سایش)
ساير دیواره‌ها: متقارن	(نوع: دیواره - متقارن)

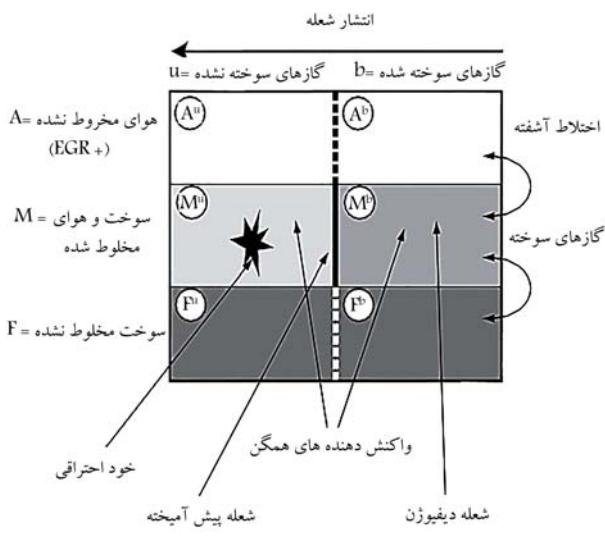
جدول ۳. پارامترهای موجود در شبیه‌سازی سایش در انژکتور.^[۱۴]

پارامتر	مقادیر
جنس نازل انژکتور	Stainless Steel ۳۱۶ L
سرعت صوت (متر بر ثانیه)	۱۵۰°
تشن ماکزیمم (پاسکال)	۱۵ + ۰ ۹

می‌شود.^[۱۱] شرایط مرزی و اولیه برای شبیه‌سازی انژکتور در تمامی حالت‌های مورد نظر در جدول ۲ ارائه شده است. با توجه به وقوع خفره‌زایی درون سوراخ نازل انژکتور و سایش ناشی از آن، شرط مرزی دیواره‌ی نازل انژکتور به صورت سایش در نظر گرفته شده است.^[۱۲] با وقوع خفره‌زایی درون نازل انژکتور، حباب‌ها هنگام ورود به مناطق پر فشار و ترکیدن آن‌ها باعث ایجاد تنش در سطوح فلزی و در نتیجه ایجاد سایش و خوردگی می‌شود. پارامترها و مقادیر مورد نیاز در شبیه‌سازی سایش نازل انژکتور در جدول ۳ ارائه شده است.^[۱۴] همچنین برای حل معادلات فشار-مومنتوم نیز از الگوریتم سیمپل^۵ استفاده شده است.

همچنین شرایط مرزی مورد استفاده در شبیه‌سازی انژکتور مورد نظر در شکل ۶ نشان داده شده است.

۲.۳. اسپری
به منظور مشاهده نتایج افشاگری حاصل از هندسه‌های مختلف سوراخ نازل از یک محفوظه احتراق استوانه‌یی حجم ثابت که ابعاد و شبکه‌ی محاسباتی ایجاد شده برای آن در شکل ۷ آورده شده، استفاده شده است.^[۷] شبیه‌سازی اسپری حاصل با



شکل ۹. شماتیک مدل احتراقی ECMF - ۳Z

حل معادلات فشار - مومنتوم از الگوریتم SIMPLE-PISO استفاده شده است. بنابراین الگوریتم برای جریان‌های تراکم پذیر و گذرا مناسب است و به همین علت در شبیه‌سازی احتراق موتور دیزل مورد نظر کاربرد داشته است.^[۱۶]

به منظور کاهش مدت زمان محاسبات عددی و شرط تقارن هندسه، شبیه‌سازی تنها یک‌ششم از کل هندسه موتور صورت گرفته است. مدل دوده‌ی مورد استفاده در این نوشتار بر اساس الگوی آلایندگی هیرویاسو است. این الگو شامل دو فرایند شکل‌گیری و اکسایش دوده است و بر اساس آن نزخ تغییر در جرم دوده برابر با اختلاف نزخ تشکیل دوده و نزخ اکسایش آن است. دوده‌ی اکسایش یافته و به وجود آمده به صورت زیر مدل می‌شوند:^[۱۵]

$$\frac{dM_{soot}}{dt} = \frac{dM_{form}}{dt} - \frac{dM_{oxide}}{dt} \quad (20)$$

که در آن تشکیل دوده و آهنگ اکسایش آن بر طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{dM_{f or m}}{dt} = A_f M_{fv} P^{\circ/\delta} \exp\left(-\frac{E_f}{RT}\right) \quad (41)$$

$$\frac{dM_{oxide}}{dt} = \frac{\rho_s M W_c}{\rho_s D_s} M_s R_{tot} \quad (44)$$

لگوی نیتروژن اکسید مورد استفاده نیز مدل زلدوبیچ توسعه یافته است. این الگو به شدت وابسته به دما بوده و توسط واکنش نیتروژن و اکسیژن موجود در هوا در دمای‌های بالا تولید می‌شود. در این مدل کاهش شیمیایی چند مرحله‌ای بر اساس تعادل، حذف، واکنش، های مقدماتی، عبارت است از:^[۱۵]

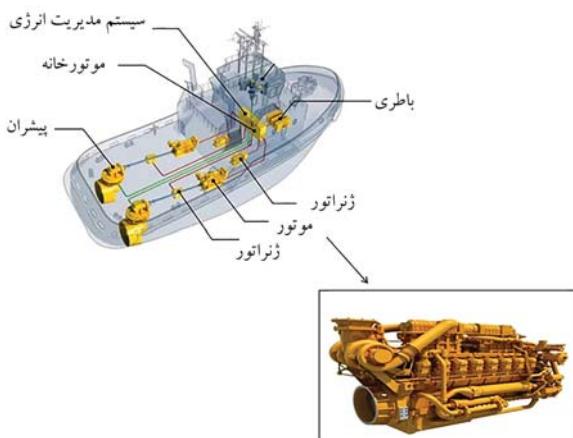


واکنش کلی زیر از ضرب کردن طرفهای راست و چپ معادله‌ی فوق به دست مم آید:



۲۵ محسوبه می شود:

$$\frac{d[N_O]}{dt} = \gamma k_f [N_r] [O_r] \quad (25)$$



شکل ۸. موتور دیزل کاترپیلار مورد استفاده در یک شناور دریایی.

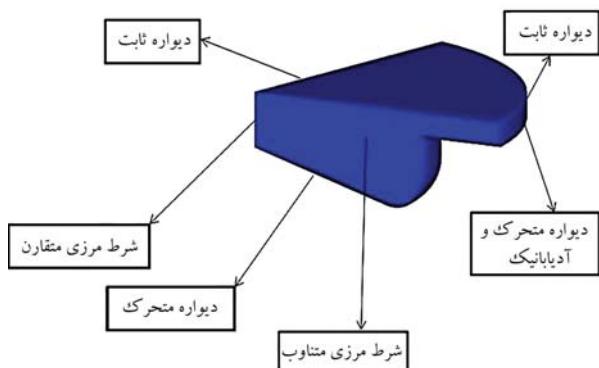
جدول ۴. مشخصات موتور دیزل شبیه‌سازی شده.

تعداد سیلیندر (عدد)	٪
قطر استوانه (m)	۱۳۷۱۹
فاصله‌ی جایه‌جایی (m)	۱۶۵۱
نسبت تراکم (-)	۱۵,۱
طول شاتون (m)	۲۶۱۶۲
زاویه‌ی افشنانه‌ی سوخت (deg)	۱۲۵
سرعت دورانی (rpm)	۱۶۰۰
میزان سوخت تریویقی در هر سیکل (mg)	۱۶۲,۲
بسه شدن سوپاپ ورودی (BTDC)	۱۴۷
باز شدن سوپاپ خروجی (ATDC)	۱۳۴
شروع پاشش سوخت (deg)	۷۱۱,۵
مدت پاشش سوخت (deg)	۲۱,۵
تعداد سوراخ انترکتور	۶
حجم جایه‌جایی (lit)	۲,۴۴
شكل کاسه‌ی سمعمه	Mexican hat
نوع انترکتور	تغذیه مشترک

^[۱۷] حدول، ۵. شرایط هوای داخل سلندر در ابتدای تراکم.

۳۴۴	(kPa فشار)
۲۰۰	
◦	گاز خروجی بازخورانی شده (%) EGR

شده است. سوخت مورد استفاده، نرمال هپتان با ارزش حرارتی ۱۴۵/۱ مگاژول بر کیلوگرم است. مدل اختراق مورد استفاده در شعله‌ی منسجم و زیرشاخه‌ی سه قسمتی گسترش یافته^۷ است. این مدل اختراقی شامل سه ناحیه است: ناحیه‌ی شامل سوخت، ناحیه‌ی شامل هوا و گازهای خروجی باز خوارانی شده و ناحیه‌ی اختلاط شامل گازهای سوخته و نسوخته؛^[۱۵] شماتیک این مدل اختراقی در شکل ۹ آورده شده است. مدل تربولنسی مورد استفاده $k - f - \text{zeta}$ ، در فروپاشی اولیه‌ی قطرات افشاره‌ی سوخت از روش قطره‌ی ویسکوز در فروپاشی ثانویه‌ی قطرات افشاره‌ی سوخت از روش استاندارد، برای پیش‌بینی مقدار تبخیر ایجاد شده در قطرات افشاره‌ی سوخت از روش تبخیر داکوبیچ، برای مدل اثر دیواره از جت دهاره ۱ و ۲، سعت شعله آرام^۸ از دل، متنقالح، و کک استفاده شده است. «ای



شکل ۱۲. شرایط مرزی موجود در شبیه‌سازی موتور دیزل.

۴. صحیت سنجی نتایج عددی

۱. اسپری

به منظور بررسی دقت نتایج عددی حاصل، داده‌های عددی مشخصه‌ی طول نفوذ فواره و قطر متوسط ذرات حاصل از شبیه‌سازی سوراخ نازل‌های استوانه‌ی و مخروطی همگرا، با نتایج تجربی و عددی موجود^[۷] مقایسه شده است و تطابق خوبی خوبی بین نتایج تجربی و عددی حاصل مشاهده می‌شود.

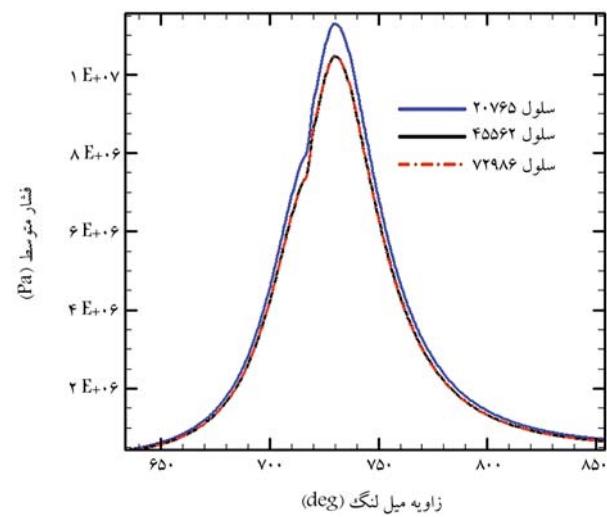
۲.۴. موتور دیزل

به منظور بررسی دقت نتایج حاصل، نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شده است. در شکل ۱۳ نمودار فشار متوسط داخل سیلندر و نیخ حرارت آزاد شده بر حسب زاویه میل لنگ را در حالت شبیه‌سازی شده^[۱۶] نشان داده شده است. با توجه به این شکل، تطابق خوبی بین نتایج تجربی و عددی وجود دارد. پس از شبیه‌سازی موتور دیزل و اعتبارسنجی نتایج حاصل، به شبیه‌سازی آن با هندسه‌های مختلف نازل از کتور و افزایش زاویه پاشش سوخت ۱۲۵ درجه تا ۱۶۵ درجه با کمک فایل ذخیره شده در شبیه‌سازی از کتور پرداخته شده است. لازم به ذکر است که در این شبیه‌سازی‌ها، مشخصه‌های سرعت دورانی، زمان شروع پاشش سوخت، نسبت تراکم و هندسه‌ی موتور ثابت ولی جرم، مدت زمان و همچنین زاویه‌ی پاشش سوخت به محفظه‌ی احتراق متغیرند. در شکل ۱۴ شماتیک زاویه‌ی پاشش سوخت به درون محفظه‌ی احتراق آورده شده است. با توجه به این شکل، علاوه بر ایجاد جریان چرخشی افشاگری سوخت و افزایش شدت توربولانسی، تغییر زاویه‌ی پاشش سوخت به منظور بهبود اختلاط سوخت و هوا و همچنین جلوگیری از برخورد و یا کاهش برخورد افشاگری سوخت با دیواره سیلندر به منظور کاهش هیدروکربن‌های نسوخته و آلایندگی موتور و همچنین افزایش راندمان احتراق می‌تواند یک راهکار مناسب باشد.

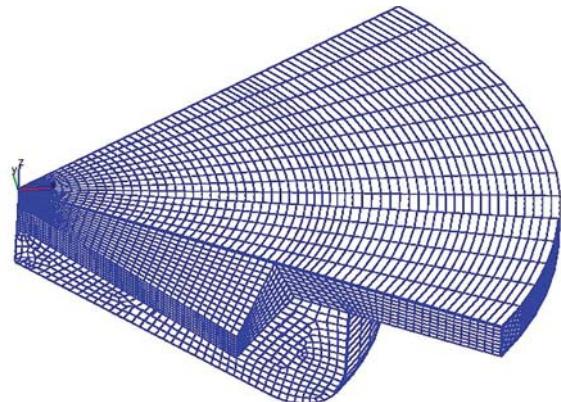
۵. بحث و بررسی نتایج

۱.۵. از کتور

تأثیر و قوع حفره‌زایی در فایپند پورسازی سوخت مایع در از کتورها بر خواص اسپری و عملکرد و آلایندگی موتور تأثیرگذار و غیر قابل انکار است. با وقوع پدیده‌ی حفره‌زایی و ترکیدن حباب‌های آن و خوردنگی ناشی از آن، به نازل سیستم سوخت رسانی آسیب وارد می‌شود؛ با افزایش شدت و قوع این پدیده، میزان آسیب وارد شده به نازل افزایش



شکل ۱۵. فشار متوسط درون سیلندر بر حسب زاویه میل لنگ برای مقادیر مختلف سلول محاسباتی.

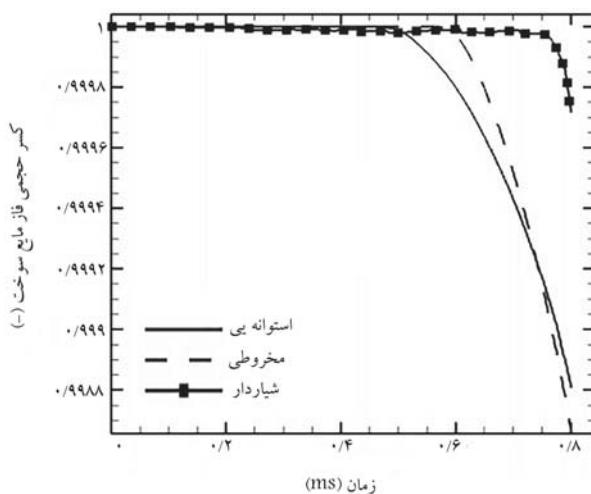


شکل ۱۱. شبکه‌بندی موتور دیزل دریابی کاترپیلار در دو نقطه مرگ بالا.

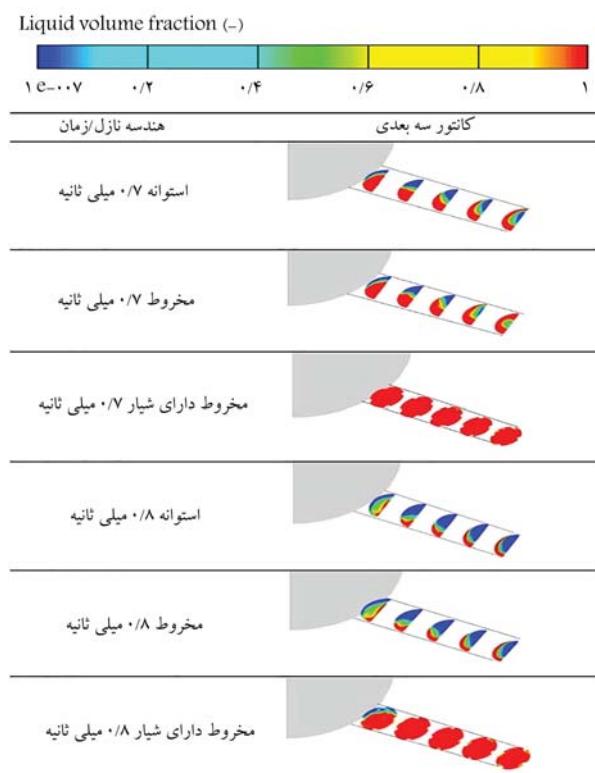
آهنگ واکنش نیز از طریق رابطه‌ی ۲۶ محاسبه می‌شود:

$$k_f = \frac{a}{\sqrt{T}} \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (26)$$

جرم دوده‌ی تشکیل شده، M_{soot} جرم دوده‌ی اکسید شده، M_{axide} جرم دوده‌ی اکسید شده، T دما بر حسب کلوین، A_f ثابت پیش‌توان آرنسوس، P فشار بر حسب بار، R ثابت عمومی گاز، E انرژی فعال‌سازی هیرویاسو، M_s جرم دوده و k_f انرژی جنبشی آشفتگی مربوط به تشکیل دوده است. برای بررسی استقلال حل از شبکه‌بندی، سه شبکه‌بندی دارای تعداد سلول‌های مختلف ایجاد شده و نتایج حاصل از فشار متوسط داخل سیلندر بر حسب زاویه میل لنگ برای هر کدام در شکل ۱۰ ارائه شده است. با توجه به این شکل، بین نتایج مربوط برای شبکه‌بندی‌های شماره ۲ و ۳ اختلاف بسیار ناچیزی وجود دارد. بنابراین از شبکه‌ی شماره ۲ استفاده شده است. لازم به ذکر است که این شبکه‌ی محاسباتی دارای ۴۵۵۶۲ سلول محاسباتی است. شبکه‌بندی موتور دیزل در این حالت ۴۵۵۶۲ (در نقطه‌ی مرگ بالا در شکل ۱۱ نشان داده شده است. همچنین شبیه‌سازی موتور دیزل در شکل ۱۲ نشان داده شده است).

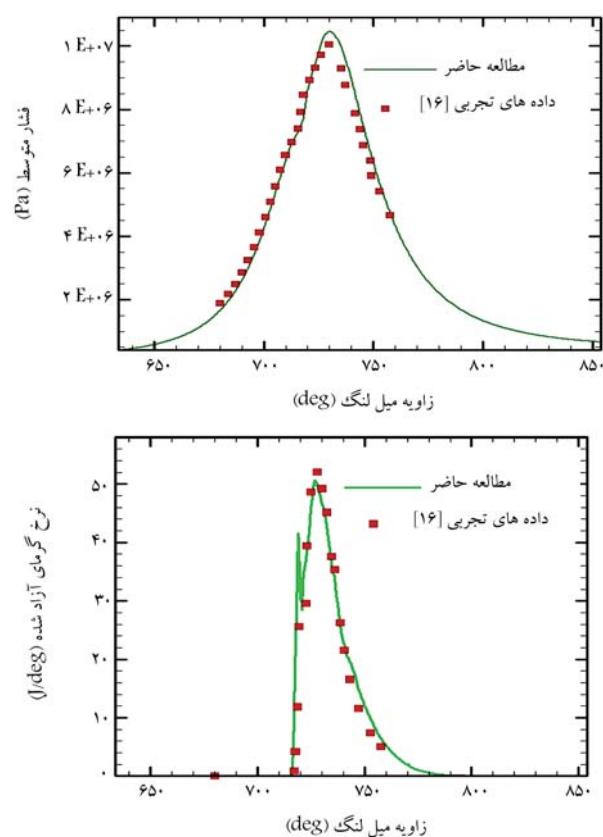


شکل ۱۵. کسر حجمی فاز مایع سوخت در حالات مختلف سوراخ نازل.

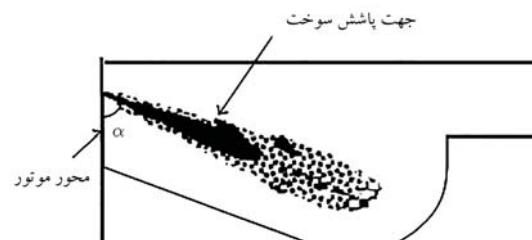


شکل ۱۶. توزیع کسر حجمی فاز مایع سوخت در هر حالت.

در نتیجه حفره‌زایی باشد کمتری رخ می‌دهد. می‌توان گفت در حالت کلی حفره‌زایی مهم‌ترین دلیل سایش و خوردگی و آسیب‌رسانی در لوله‌ها، پمپ‌ها و شیرها و نازل‌های سوخت است. ایجاد شیار و جریان چرخشی ناشی از آن، منجر به کاهش شدت وقوع حفره‌زایی و همچنین به تأخیر انداختن مدت زمان وقوع آن می‌شود. در واقع علاوه بر پارامترهای فشار تزریق، فشار خروجی نازل و همچنین فشار بخار سوخت، تغییر هندسه‌ی نازل سیستم سوخت رسانی تأثیر مهمی بر شدت و زمان وقوع حفره‌زایی دارد. نتایج مربوط به توزیع کسر حجمی فاز مایع درون سوراخ نازل ازکتور بدون شیار و با شیار در مدت زمان‌های پاشش $7/0^\circ$ و $8/0^\circ$ میلی ثانیه در شکل ۱۶ آورده شده است. وقتی سوراخ

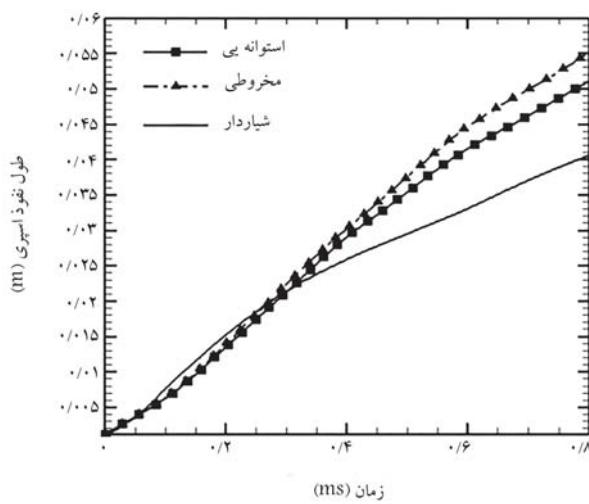


شکل ۱۳. اعتبارسنجی نتایج عددی موتور با داده‌های تجربی موجود: [۱۶] فشار متوسط درون سیلندر (بالا) و رخ آزادسازی حرارت (پایین).

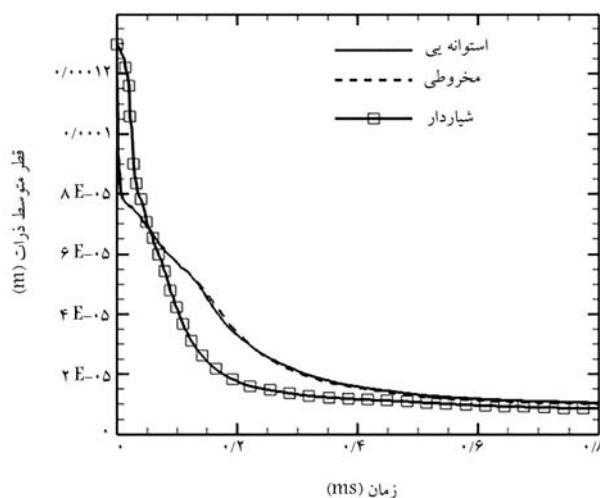


شکل ۱۴. شماتیک زاویه‌ی پاشش سوخت به محفظه‌ی احتراق موتور.

می‌باشد. بنابراین در مجموع می‌توان گفت که وقوع حد مطلوبی از حفره‌زایی مدنظر است. در این میان هندسه‌ی نازل سوخت تأثیر نسبتاً زیادی بر عملکرد سیستم سوخت رسانی و همچنین طول عمر نازل دارد. بدین منظور سوراخ نازل استوانه‌بی را به شکل مخروطی همگرا تغییر داده و از چهار شیار درون نازل مخروطی همگرا استفاده شده است. به منظور بررسی شدت وقوع حفره‌زایی درون سوراخ نازل ازکتور در هر حالت به بررسی کسر حجمی فاز مایع در در مدت زمان پاشش سوخت پرداخته شده است. نمودار کسر حجمی فاز مایع بر حسب مدت زمان پاشش برای ازکتور موردنظر در حالت‌های مختلف هندسه‌ی نازل سوخت در شکل ۱۵ آورده شده است. با توجه به این نمودار در حالت‌های مختلف مورد نظر حفره‌زایی با شدت‌های مختلفی رخ داده و با تغییر هندسه‌ی سوراخ نازل، شدت وقوع حفره‌زایی تغییر کرده و در حالت نازل دارای شیار شدت وقوع حفره‌زایی کاهش یافته است. دلیل این امر ایجاد جریان چرخشی درون نازل و کاهش مؤلفه محرکی سرعت جریان سیال و همچنین افزایش مؤلفه‌ی شعاعی سرعت است. در این حالت فشار افزایش یافته و



شکل ۲۰. طول نفوذ اسپری در مدت زمان پاشش برای حالت مختلف.



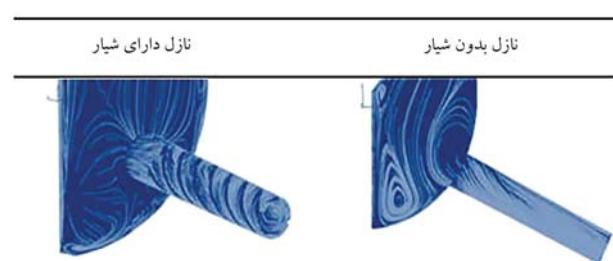
شکل ۲۱. قطر متوسط ذرات در مدت زمان پاشش برای حالت مختلف.

۲.۵. اسپری

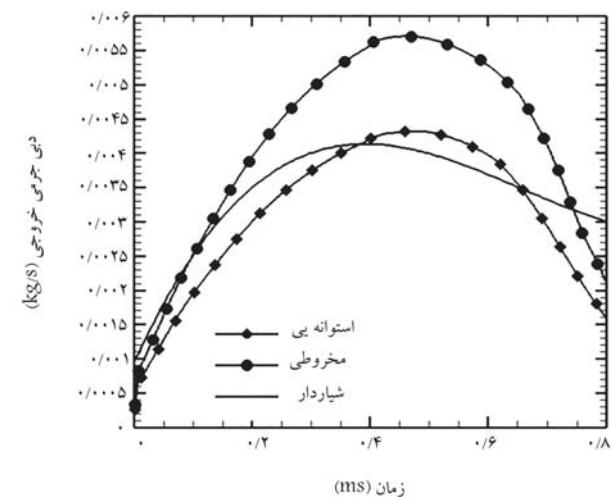
به منظور بررسی و تحلیل تأثیر ایجاد شیار درون سوراخ نازل ازکتور بر رفتار هیدرودینامیکی افسانه‌ی سوخت، طول نفوذ و قطر متوسط ذرات که از مهم‌ترین مشخصه‌های افسانه‌ی سوخت در موتورهای استعمال تراکمی هستند و بر عملکرد آن‌ها مانند میزان توان تولیدی، آلینده‌های خروجی به خصوص اکسید نیتروژن و موونکسید کربن، مصرف سوخت ویژه و سایر پارامترها تأثیرگذارند، در هر قسمت مقایسه شده است.

در شکل ۱۹ نامگذاری مشخصه‌های افسانه‌ی سوخت خروجی از ازکتور (طول نفوذ، قطر ریز ذرات و زاویه مخروطی اسپری) نشان داده شده است. نتایج مربوط به طول نفوذ اسپری و قطر متوسط ریز ذرات در شکل ۲۰ و ۲۱ آورده شده است. با توجه به نتایج حاصل، ایجاد جریان چرخشی منجر به افزایش تلفات اصطکاکی درون نازل می‌شود که در نتیجه‌ی آن طول نفوذ افسانه‌ی سوخت در این حالت کاهش یافته است. همچنین جریان چرخشی خروجی از نازل ازکتور شیار منجر به بهبود اختلاط و تبخر سوخت می‌شود و در نتیجه قطر متوسط ریز ذرات در حالت کاهش یافتن است.

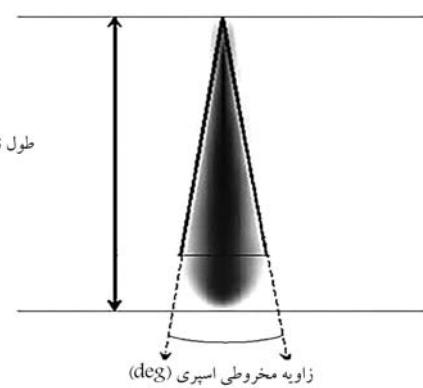
نتایج مربوط به ساختار اسپری محاسبه شده درون محفوظه‌ی احتراق استوانه‌ی



شکل ۱۷. خطوط جریان درون ازکتور در هندسه‌های مختلف نازل.



شکل ۱۸. دبی جرمی خروجی نازل در حالات مختلف سوراخ نازل.



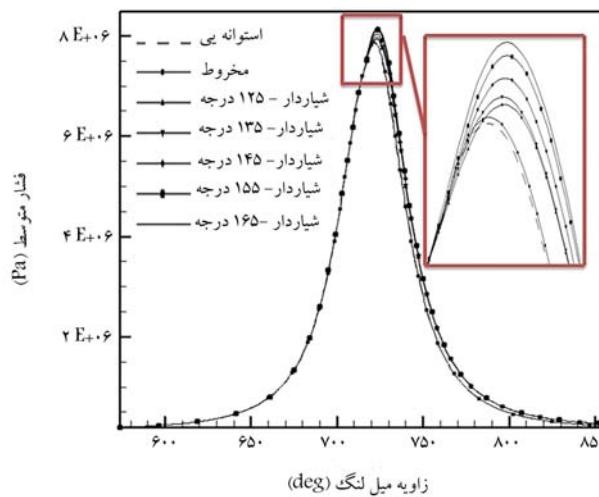
شکل ۱۹. نامگذاری مشخصه‌های افسانه‌ی سوخت خروجی از ازکتور.

ناazel بدون شیار باشد شدت وقوع حفره زایی بیشتر است. همچنین ساختار مربوط به خطوط جریان برای هر حالت نازل (بدون جریان چرخشی و دارای جریان چرخشی) در شکل ۱۷ آورده شده است.

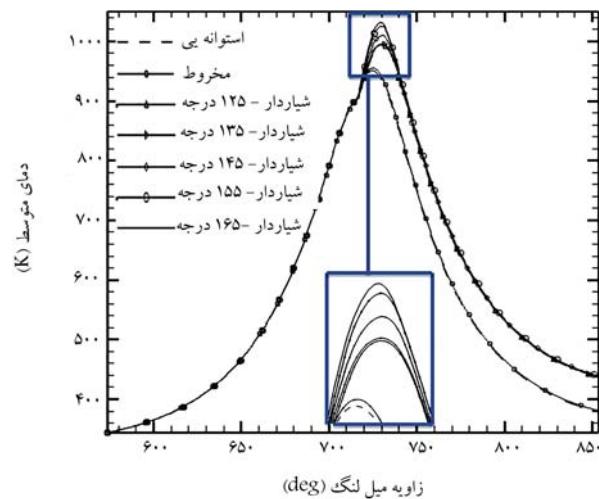
همچنین نتایج مربوط به دبی جرمی خروجی نازل ازکتور در حالات مختلف هندسه در شکل ۱۸ آورده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، ایجاد جریان چرخشی منجر به افزایش تلفات اصطکاکی و در نتیجه کاهش دبی جرمی خروجی نازل نسبت به سایر حالات می‌شود. با ایجاد شیار و جریان چرخشی درون نازل ازکتور دیل سرعت محوری جریان در خروجی نازل کاهش ولی سرعت شعاعی آن افزایش می‌یابد. با توجه به وابستگی دبی جرمی خروجی و طول نفوذ اسپری حاصل به مؤلفه محوری سرعت، با کاهش این مؤلفه و افزایش تلفات اصطکاکی ناشی از چرخشی بودن جریان، میزان دبی جرمی خروجی و طول نفوذ اسپری حاصل کاهش می‌یابند.

جدول ۶. نتایج عملکرد موتور دیزل دریابی در حالت‌های مختلف.

هندرسه	زاویه	توان تولیدی	گشتاور	صرف سوخت
[deg]	[kw]	[Nm]	[kg/kw - h]	
استوانه	۱۲۵	۱,۹۲	۱۱,۴۷	۰,۳۱۶۶
مخروط	۱۲۵	۲,۱	۱۲,۵۶	۰,۳۰۷۳
شیاردار	۱۲۵	۳,۱۳	۱۸,۷۱	۰,۲۱۴۳
شیاردار	۱۳۵	۳,۱۷	۱۸,۹۷	۰,۲۱۱۴
شیاردار	۱۴۵	۳,۲۵	۱۹,۴۶	۰,۲۰۶۰
شیاردار	۱۵۵	۳,۳۷	۲۰,۱۴	۰,۱۹۹۱
شیاردار	۱۶۵	۳,۳۶	۲۰,۱۳	۰,۱۹۹۲

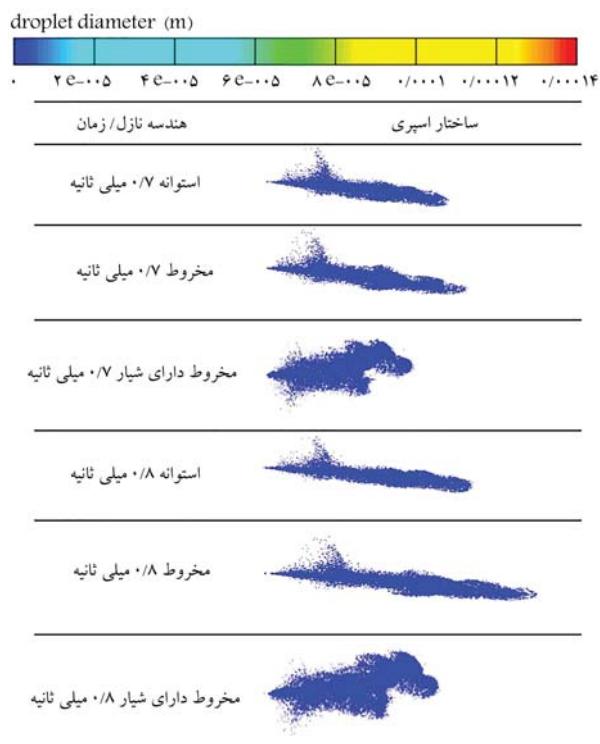


شکل ۲۳. فشار متوسط درون محفوظه‌ی احتراق بر حسب زاویه میل لنگ.



شکل ۲۴. دماهای متوسط درون محفوظه‌ی احتراق بر حسب زاویه میل لنگ.

احتراق به همراه کاهش عمق نفوذ اسپری، اختلاط سوخت و هوا بهبود یافته و از ترشدن دیواره‌ی سیلندر جلوگیری شده و یا کاهش می‌یابد و در نتیجه هیدروکربن‌ها نسخه کاهش می‌یابند. در این حالت با کاهش هیدروکربن‌های نسخه افزایش بهسوزی سوخت، راندمان احتراق و نزد آزادسازی حرارت افزایش یافته و در نتیجه میران دما و فشار متوسط درون محفوظه‌ی احتراق افزایش می‌یابد. همچنین در این حالت آلاینده‌ی مونوکسید کربن نیز کاهش می‌یابد. همچنین جرم سوخت افزانده



شکل ۲۲. ساختار اسپری محاسبه شده در مدت زمان مختلف پاشش.

حجم ثابت در هر حالت در زمان پاشش 0.00014 میلی ثانیه در شکل ۲۲ آرائه شده است. با توجه به این شکل، با ایجاد شیار درون نازل ازکتور و ایجاد جریان چرخشی درون آن، زاویه‌ی مخروطی اسپری نسبت به حالت نازل بدون شیار افزایش و طول نفوذ و قطر متوسط ریز ذرات کاهش می‌یابد. در حالت کالی با ایجاد شیار درون نازل ازکتور و جریان چرخشی ناشی از آن، با افزایش شدت توربولانسی و بهبود اختلاط آن، قطر ریز ذرات افزانه‌ی سوخت دیزل نسبت به حالت بدون جریان چرخشی کاهش یافته و کیفیت پودرسازی سوخت افزایش می‌یابد که می‌تواند منجر به افزایش راندمان احتراق شود. همچنین طول نفوذ در این حالت، از برخورد افزانه‌ی سوخت با دیواره‌ی سیلندر که منجر به ترشدن آن و افزایش هیدروکربن‌ها نسخه می‌شود، تا حدی جلوگیری می‌کند.

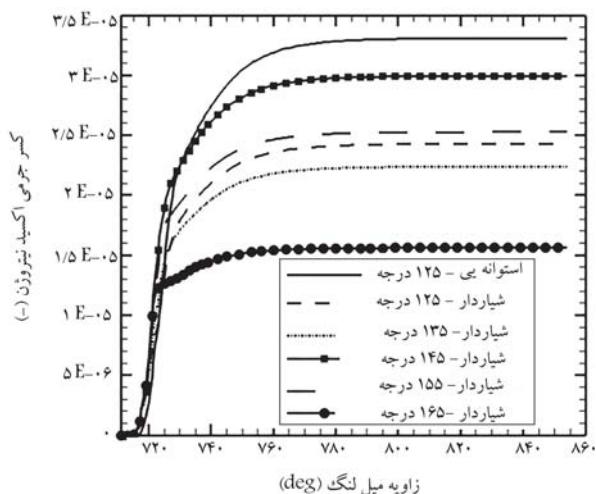
۳.۵. موتور دیزل

به منظور بررسی تأثیر تغییر هندرسه نازل سوخت، ایجاد جریان چرخشی و افزایش شدت توربولانسی درون محفوظه‌ی احتراق و همچنین تغییر زاویه‌ی پاشش سوخت بر عملکرد موتور دیزل به بررسی پارامترهای توان و گشتاور تولیدی و همچنین مصرف سوخت ویژه در هر حالت پرداخته شده و نتایج حاصل در جدول ۶ آرائه شده است. نتایج مربوط به فشار و دما متوسط بر حسب زاویه میل لنگ در هر حالت به ترتیب در شکل ۲۳ و ۲۴ آورده شده است. چون تمام شرایط ابتدای تراکم و هندرسه موتور برای حالات مختلف یکسان است، بنابراین دو عامل مقدار جرم سوخت پاشش و بازده احتراق موجب ایجاد اختلاف در فشار و پیشترین مقدار دما در حالات مختلف خواهد شد. افزایش بازده احتراق منجر به افزایش بهسوزی سوخت شده و در نتیجه‌ی آن مقدار دما و فشار درون محفوظه‌ی احتراق افزایش خواهد یافت. با افزایش زاویه‌ی مخروطی اسپری و همچنین زاویه‌ی پاشش سوخت به درون محفوظه‌ی

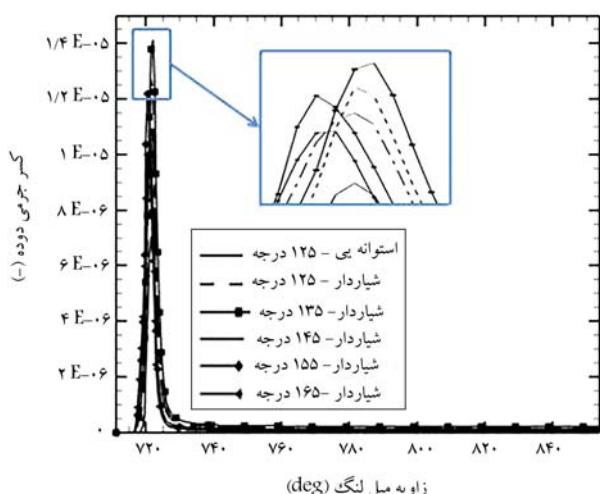
در شکل ۲۶ میزان تولید آلاینده دود در حالات مختلف برحسب زاویه میل لنگ آورده شده است. با پاشش سوخت به درون محفظه احتراق و شروع فرایند احتراق و به تبع آن بالا رفتن دمای محفظه، بدلیل عدم اکسیژن رسانی کافی و مناسب به سوخت در حال احتراق، ابتدا مقدار دود افزایش یافته ولی با اتمام احتراق به علت انسباط محفظه و دما و شدت توربولنسی ایجاد شده مناسب، دودهای ایجاد شده اکسید شده و لذا کاهش می یابد. با توجه به این شکل، در تمامی هندسه های مختلف نازل انترکتور، دوده به خوبی در انتهای فرایند احتراق اکسایش یافته و از بین می رود و لذا موتور از لحاظ تولید آلاینده دوده مشکلی ندارد.

در شکل ۲۷ کاتتورهای دو بعدی توزیع دما درون محفظه احتراق در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه پس از نقطه مرگ بالا کاهش می یابد. با توجه به جدول ۱۵۵ در این حالت تمامی هندسه های مختلف نازل انترکتور، دوده به خوبی در انتهای فرایند احتراق اکسایش یافته و از بین می رود و لذا موتور از لحاظ تولید آلاینده دوده مشکلی ندارد.

در شکل ۲۸ کاتتورهای دو بعدی توزیع اکسید نیتروزن و در شکل ۲۹ کاتتورهای دو بعدی مربوط به توزیع دوده درون محفظه احتراق در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه پس از نقطه مرگ بالا آورده شده است. با توجه به این شکل ها، آلاینده اکسید



شکل ۲۵. کسر جرمی اکسید نیتروزن برحسب زاویه میل لنگ.



شکل ۲۶. کسر جرمی دود برحسب زاویه میل لنگ.

شده بیشتر درون محفظه احتراق معادل با انرژی بیشتر است و در نتیجه دما و فشار درون محفظه احتراق نیز افزایش خواهد یافت.

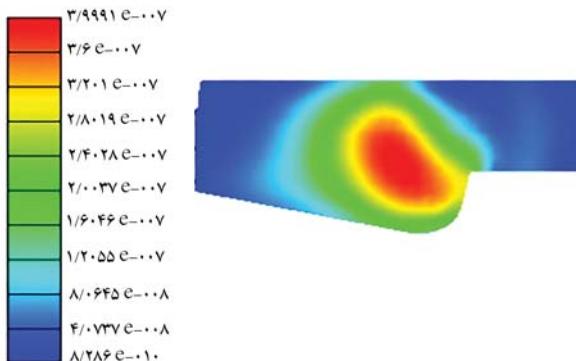
با توجه به تغییرات فشار و دما در حالات مختلف، بیشترین فشار و دما مربوط به نازل دارای شیار با زوایای مختلف پاشش سوخت است که این به معنای رفتار احتراقی مناسب در این حالت است. با مقایسه نتایج عددی حاصل از آن شده در جدول ۶ می توان نتیجه گرفت که با تغییر هندسه نازل استوانه بی به مخروطی همگرا و ایجاد شیار درون آن، عملکرد موتور مربوطه بهبود یافته و زاویه پاشش نیز بر عملکرد موتور تأثیرگذار است. همچنین بهترین عملکرد موتور در زاویه پاشش ۱۵۵ درجه است. زیرا مقدار مصرف سوخت ویژه در این حالت کمترین مقدار و توان و گشتاور تولیدی بیشترین مقدار است. مصرف سوخت ویژه با تغییر هندسه، ایجاد شیار درون نازل به مقدار ۳/۱۱ درصد نسبت به نازل استوانه بی و به مقدار ۷ درصد نسبت به نازل دارای شیار با زاویه پاشش اولیه (۱۲۵ درجه) کاهش یافته است. همچنین در این حالت میزان توان و گشتاور تولیدی موتور به ترتیب ۷۵/۵۲ در جدول ۷ اورده شده است.

در شکل ۲۵ میزان تولید آلاینده اکسید نیتروزن در حالات مختلف برحسب زاویه میل لنگ آورده شده است. با توجه به این شکل می توان نتیجه گرفت که استفاده از نازل دارای شیار موجب بهبود رفتار موتور از لحاظ تولید آلاینده اکسید نیتروزن شده است. مقدار اکسید نیتروزن برای خروجی موتور دیزل دریابی در نازل استوانه بی برابر با ۴/۶۶ گرم بر کیلوگرم سوخت و در نازل دارای شیار با زاویه پاشش سوخت ۱۶۵ درجه برابر با ۳/۳۶ گرم بر کیلوگرم سوخت است. بنابراین مقدار این آلاینده در این حالت به مقدار ۴۵/۴۵ درصد کاهش یافته است. این در حالی است که میزان توان تولیدی در این حالت ۷/۳۴ درصد افزایش یافته است. لذا نازل دارای شیار به علت افزایش زاویه مخروطی اسپری و همچنین تغییر زاویه پاشش به دلیل بهبود فرایند اختلاط سوخت و هوا و کاهش برخورد اشنهای سوخت با دیواره سیلندر موتور سوخت را به صورت نسبتاً یکنواخت تری درون سیلندر توزیع کرده است و آلاینده آن کاهش یافته است. همچنین در این حالت میزان آلاینده مونوکسید کربن نسبت به نازل استوانه بی و مخروطی دارای شیار با زاویه پاشش اولیه (۱۲۵ درجه) به ترتیب ۴۲/۷۳ درصد و ۱۸/۱۸ درصد کاهش یافته است.

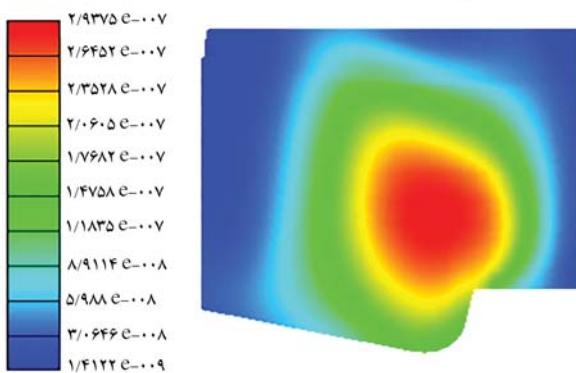
جدول ۷. آلاینده موتور حالت های مختلف در خروجی موتور (EVO).

هندسه	زاویه [deg]	NO [g/kg - fuel]	CO [g/kg - fuel]
استوانه	۱۲۵	۰/۶۶	۱۰۰
مخروط	۱۲۵	۰/۶۸	۱۱۰
شیاردار	۱۲۵	۰/۵۶	۷۰
شیاردار	۱۳۵	۰/۵۱	۶۶/۸۱
شیاردار	۱۴۵	۰/۶۹	۶۵/۲۲
شیاردار	۱۵۵	۰/۵۸	۶۰/۴۵
شیاردار	۱۶۵	۰/۳۶	۵۷/۲۷

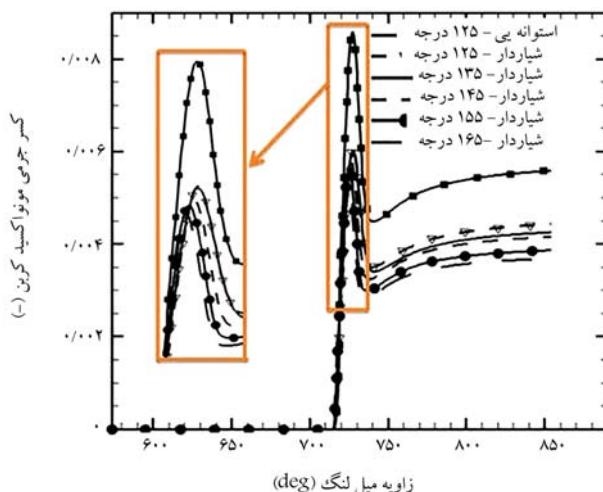
sprial ۱۵۵ :AN_۷۵/۰/۰ ;Emission; Soot_Mass_Fraction [-]



sprial ۱۵۵ :AN_۷۸/۰/۰ ;Emission; Soot_Mass_Fraction [-]



شکل ۲۹. کانتور دو بعدی کسر جرمی آلاینده دوده در صفحه مرکزی موتور در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه بعد از نقطه مرگ بالا (برای زاویه پاشش ۱۵۵ درجه).

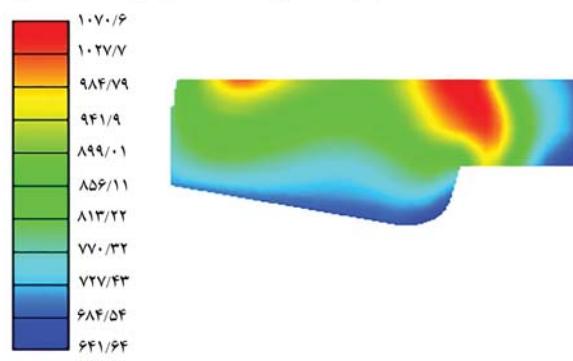


شکل ۳۰. کسر جرمی مونوکسید کربن بر حسب زاویه میل لنگ.

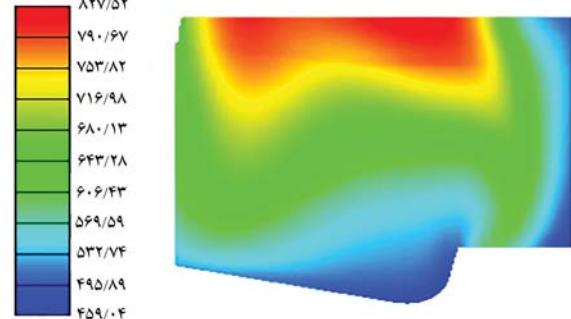
نیتروژن بیشتر در نقاط دما بالا و آلاینده دوده بیشتر در نقاط دما پایین تشکیل می شود. این دو آلاینده دارای رفتار متضاد هستند و با کاهش یکی، دیگری افزایش می یابد.

در شکل ۳۰ میزان تولید آلاینده مونوکسید کربن در حالات مختلف بر حسب زاویه میل لنگ و در شکل ۳۱ کانتورهای دو بعدی توزیع مونوکسید کربن درون محفظه احتراق در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه پس از نقطه مرگ بالا آورده شده است. با توجه به شکل با ایجاد جریان چرخشی و افزایش

sprial ۱۵۵ :AN_۷۵/۰/۰ ;Flow;Temperature [K]

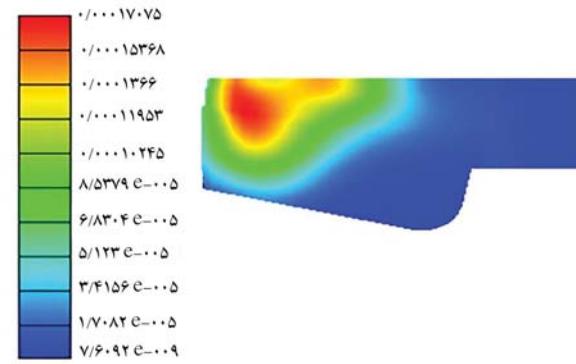


sprial ۱۵۵ :AN_۷۸/۰/۰ ;Flow;Temperature [K]

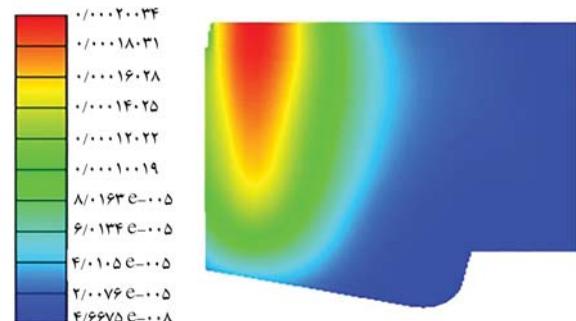


شکل ۲۷. کانتور دو بعدی دما در صفحه مرکزی موتور در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه بعد از نقطه مرگ بالا (برای زاویه پاشش ۱۵۵ درجه).

sprial ۱۵۵ :AN_۷۵/۰/۰ ;Emission; NO_Mass_Fraction [-]



sprial ۱۵۵ :AN_۷۸/۰/۰ ;Emission; NO_Mass_Fraction [-]



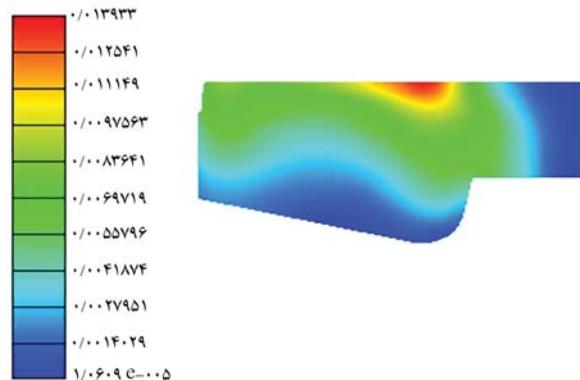
شکل ۲۸. کانتور دو بعدی کسر جرمی آلاینده اکسید نیتروژن در صفحه مرکزی موتور در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه بعد از نقطه مرگ بالا (برای زاویه پاشش ۱۵۵ درجه).

مونوکسید کربن افزایش خواهد یافت. با مقایسه نتایج حاصل برای عملکرد و آلیندگی موتور دیزل در حالت های مختلف مشاهده می شود که در مجموع بهترین شرایط موتور در حالت نازل دارای شیار با زاویه پاشش ۱۶۵ درجه است که در این حالت توان و گشتاور تولیدی بیشترین مقدار (قریباً برابر با زاویه پاشش ۱۵۵ درجه) و آلیندگی مونوکسید کربن و اکسید نیتروژن کمترین مقدار خود را دارد. در این حالت نیز موتور از لحاظ تولید آلیندگی دوده مشکلی ندارد.

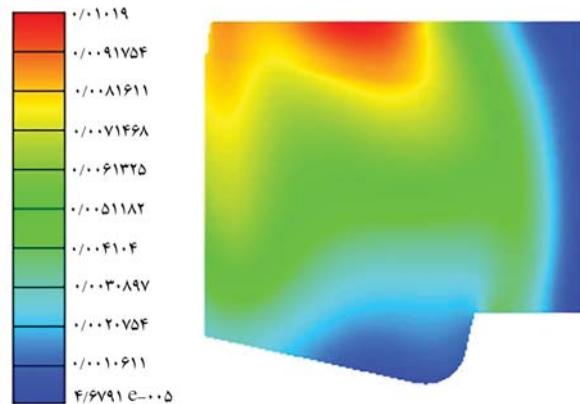
۶. نتیجه گیری

در نوشتار حاضر از طریق افزایش شدت توربولانسی و تغییر زاویه پاشش سوخت، به بهبود عملکرد و آلیندگی موتور دیزل دریابی کاترپیلار پرداختیم. به منظور افزایش شدت توربولانسی و ایجاد جریان چرخشی از شیار درون نازل انژکتور دیزل استفاده شد. مقایسه نتایج عددی حاصل از شبیه سازی انژکتور و موتور دیزل با نتایج تجربی شد. موجود بیانگر تطبیق خیلی خوب این بررسی هاست. نتایج عددی حاصل مربوط به شبیه سازی انژکتور نشان می دهد که ایجاد شیار درون نازل انژکتور منجر به ایجاد جریان چرخشی سوخت و کاهش شدت وقوع حفره زایی و سایش نازل می شود. نتایج شبیه سازی افشاء نیز نشان می دهد که ایجاد شیار منجر به بهبود خواص افشاء سوخت و افزایش زاویه مخروطی آن می شود. در ادامه، نتایج شبیه سازی موتور دیزل نشان می دهد که ایجاد جریان چرخشی و افزایش شدت توربولانسی و زاویه مخروطی اسپری منجر به بهبود عملکرد و آلیندگی موتور دیزل می شود. در این حالت در شرایط بهینه عملکرد موتور در زاویه پاشش ۱۶۵ درجه، توان و گشتاور تولیدی به ترتیب ۷۵ درصد و ۷۵/۵۰ درصد نسبت به حالت نازل استوانه بی افزایش و مقادیر مصرف سوخت، آلیندگی اکسید نیتروژن و مونوکسید کربن به ترتیب ۳۷/۰۸ درصد و ۴۵/۴۵ درصد و ۴۲/۷۳ درصد نسبت به حالت نازل استوانه بی کاهش می یابد. همچنین در این حالت با توجه به شدت توربولانسی مناسب ایجاد شده درون محفظه احتراق، آلیندگی احتراق سوخت ها و تجدید ناپذیر بودن منابع سوخت فسیلی حائز اهمیت و الزامی است.

spiral ۱۵۵:AN_v50..:Species :Mass_Fraction_CO [-]



spiral ۱۵۵:AN_v80..:Species :Mass_Fraction_CO [-]



شکل ۳۱. کانتور دو بعدی کسر جرمی آلیندگی مونوکسید کربن در صفحه مرکزی موتور در زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه بعد از نقطه مرگ بالا (برای زاویه پاشش ۱۵۵ درجه).

زاویه پاشش سوخت، دمای محفظه احتراق افزایش و میزان اکسیداسیون کربن افزایش یافته و میزان مونوکسید کربن تولیدی کاهش می یابد. به دلیل وجود هوای اضافی در موتورهای دیزل نسبتاً مقدار این آلیندگی کم است. در صورتی که مقدار سوخت افزایش و یا مقدار هوا کاهش یابد، میزان تولیدی آلیندگی

پابندی

1. nordin
2. dukowicz
3. blob injection
4. common rail injector
5. simple
6. diesel engine simulation environment (ESE diesel)
7. ECMF-3Z
8. laminar flame speed

منابع (References)

1. Hosseini, S.M., Ahmadi, R. and Mohebi, M. "3D Simulation of performance and pollution of hydrogen-diesel combustion in heavy duty engine", *Modares Mechanical Engineering*, **17**(03), pp. 177-186 (In Persian) (2017).
2. Esmaelnejad, R., Shervani-Tabar, M.T., Jafari, M. and et al. "Numerical study on the effects of different injection patterns in an annulus injector on the performance of a diesel engine", *Modares Mechanical Engineering*, **18**(02), pp. 423-433, (In Persian) (2018).

3. Hossainpour, S. and Rahagh, H. "Numerical Investigation on the effect of split injection on performance and emission of direct injection diesel engine", Msc Thesis, Sahand University of Technology, (In Persian) (2004).
4. Bergstrand, P. "The effects of orifice shape on diesel combustion", *SAE Technical Paper*, **13**(3), pp. 106-116 (2004).
5. Nishida, K., Zhang, W. and Manabe, T. "Effects of micro-hole and ultra-high injection pressure on mixture properties of diesel spray", SAE International (2007).
6. Jalilantabar, F., Ghobadian, B. and Najafi, G. "Optimizing the EGR rate, biodiesel fuel ratio and engine working mode using RSM method", *Journal of Fuel and Combustion*, **10**(03), pp. 15-31 (In Persian) (2016).
7. Farajollahi, A.H. and Firuzi, R. "Numerical investigation on the effect of nozzle geometry and needle lift profile on the cavitation flow and efficiency of the marine diesel engine injector", *The Journal Of Marine Engineering*, **16**(32), pp. 47-58 (In Persian) (2020).
8. Anvari, S., Taghavifar H., Khalilarya, S. and et al. "Numerical simulation of diesel injector nozzle flow and in-cylinder spray evolution", *Applied Mathematical Modelling*, **40**(19-20), pp. 8617-8629 (2016).
9. Gafoor, A. and Gupta, R. "Numerical investigation of piston bowl geometry and swirl ratio on emission from diesel engines", *Energy Conversion and Management*, **101**(1), pp. 541-551 (2015).
10. Mhlbauer, M. "Modelling wall interactions of a high-pressure, hollow conespray", PhD Thesis, Technical University of Darmstadt (2009).
11. Holkar, R., Yogesh, N., Pise, S.M. and et al. "Numerical simulation of steady flow through engine intake system using CFD", *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*, **12**(1), pp. 30-45 (2015).
12. Farajollahi, A.H., Firuzi, R., Pourseifi, M. and et al. "Numerical investigation of the effect of swirl and needle lift profile change on the diesel fuel spray behavior", *Journal of Engine Research*, **54**, pp. 25-38 (In Persian) (2019).
13. Perry, R.H. and Green, D.W. *Perry's Chemical Engineer's Handbook*, McGraw-Hill, New York (1997).
14. Berchiche, N., Franc, J.P. and Michel, J.M. 2A. "Cavitation erosion model for ductile materials", *Journal of Fluids Engineering*, **124**, pp 601-606 (2002).
15. Farajollahi, A.H., Firuzi, R., Rostami, M. and et al. "Numerical study on the effects of creating rotary flow inside the injector nozzle and changing fuel injection angle on the performance and emission of caterpillar diesel engine", *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **44**(3) (2022). <https://DOI.org/10.1007/s40430-021-03306-9>.
16. Farajollahi, A.H., Firuzi, R., Rostami, M. and et al. "Consideration of the effects of increasing spray cone angle and turbulence intensity on heavy-duty diesel engine pollution and specific outputs using CFD", *International Journal of Engine Research*, December (2021). <https://DOI.org/10.1177/14680874211052735>.
17. Postrioti, L., Grimaldi, C.N., Ceccobello M., and et al. "Common rail injection system behavior with different fuels", *SAE Technical paper*, 2004-01-0029, (2004). <https://DOI.org/10.4271/2004-01-0029>.

توسعه‌ی مدل برای فرایند شروع و میرایی موتوور گرماسوتی موج ایستا

علیرضا موادی (دانشجوی دکتری)

فتح‌الله امی^{*} (استاد)

محسن بهرامی (دانشجوی دکتری)

دانشکده مکانیک، دانشکاه تربیت مدرس

زهیر صبوحی (استادیار)

پژوهشگاه هواشناسی، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران

مهمنگی مکانیک شریف (پیاره ۱۴۰۱) نسخه ۱، ص. ۱۱۳-۱۲۵، تاریخ ۱۳۸۳، دوری ۳

این مقاله یک روش مدل‌سازی موتوور گرماسوتی موج ایستا برای بررسی شرایط سیستم در حالت گذرا را ارائه می‌کند. تمرکز این روش بر دقیق‌سازی پیش‌بینی‌ها و ایجاد شناخت بهتر درباره شرایط عملکردی این دستگاه‌هاست. ایده‌بی که پایه‌ی اصلی این کار را تشکیل می‌دهد تلفیق روش حل عددی حالت گذرا و همترازی مدار الکتریکی موتوور گرماسوتی موج ایستاست. با فرض هر جزء موتوور گرماسوتی به عنوان یک المان فشرده‌ی همترازی مدار الکتریکی یک موتوور گرماسوتی موج ایستا صورت می‌پذیرد. نتیجه‌ی حاصل از ترکیب روش حل عددی وابسته به زمان و همترازی مدار الکتریکی، یک کد برنامه‌نویسی است که امکان تعیین شرایط شروع، پایداری و میرایی نوسانات خودبه‌خودی در یک موتوور گرماسوتی موج ایستا را فراهم می‌کند. با استفاده از این روش، لحظه‌ی شروع نوسانات خودبه‌خودی در سیستم ۱۳/۱ ثانیه محاسبه شد.

moradialireza@modares.ac.ir
fommi@modares.ac.ir
bahramymohsen@modares.ac.ir
sabooohi@ari.ac.ir

واژگان کلیدی: موتوور گرماسوتی، موج ایستا، فرایند شروع، فرایند میرایی، همترازی مدار الکتریکی، حل عددی.

۱. مقدمه

توان ثابت عمل می‌کند.^[۱] در این سیستم‌ها، حرارت گاز خروجی از اگزوز به عنوان توان حرارتی ورودی به موتوور گرماسوتی استفاده می‌شود. با تبدیل انرژی حرارتی به توان صوتی و در مرحله‌ی دوم تبدیل توان صوتی به توان الکتریکی، بخشی از انرژی حرارتی الالفی اگزوز خودرو بازیابی می‌شود.

در یک موتوور گرماسوتی، انرژی حرارتی به وسیله‌ی نوسانات صوتی به کار تبدیل می‌شود. در واقع از یک سو انرژی حرارتی می‌تواند به کمک امواج صوتی در یک محیط مستقل شود و از سوی دیگر نیز وجود گردایان دمای معین در طول یک مجرأ با هندسه‌ی خاص می‌تواند منجر به تولید امواج صوتی شود که آن را اثر گرماسوتی^۲ گویند. عمل تبدیل انرژی حرارتی به توان صوتی در موتوور گرماسوتی، همراه با مجموعه‌ی از تغییرات وابسته به زمان خواص ترمودینامیکی سیال همچون دما، فشار و چگالی است. رابطه‌ی میان دمای نوسانی و جابه‌جاگی گاز نقش اساسی را در اثر گرماسوتی ایفا می‌کند که این رابطه توسط لرد ریلی توضیح داده شده است.^[۱۲] علاوه بر این، نظریه‌ی گرماسوتی خطی رات،^۳ به طور گسترده در چهل سال گذشته برای توصیف این پدیده مورد استفاده قرار گرفته است.^[۱۳] در مفاهیم گرماسوتی نیازمند بررسی این پدیده در حوزه زمان است. هرچند نظریه‌ی خطی رات می‌تواند معادلات گرماسوتی را در حوزه فرکانس محسوبه کند، اما در شبیه‌سازی‌های مربوط به پیش‌بینی زمان شروع و خاتمه نوسانات صوتی، نمی‌تواند

امروزه با توجه به حجم قابل توجه انرژی‌های الالفی قابل بازیافت، استفاده از تکنولوژی‌های بازیافت انرژی همچون چرخه‌ی تولید توان رانکین،^[۱] شامل چرخه کالینا،^[۱] بویله‌های بازیافت حرارتی،^[۲] سیستم‌های خورشیدی،^[۱] ماژول ترممالکتریک، مواد پیزوالکتریک^[۱۴] و یخچال‌های جذبی،^[۱۵] توجیه اقتصادی دارد. موتوور گرماسوتی نیز یکی از تکنولوژی‌های بازیافت انرژی به شماره‌ی آیدی که با توجه به نداشتن قطعات متجرک، قابلیت اطمینان بالا و سازگاری با محیط زیست، توجه بسیار گسترده‌بی را به خود جلب کرده است.^[۱۶] این در حالی است که این سیستم‌ها به دلیل وجود پدیده‌ی تلفات داخلی جریان صوتی، به صورت ایده‌آل عمل نمی‌کنند.^[۱۷] همچنین وزن و ابعاد دستگاه به تناسب میزان انرژی مورد نیاز بالاست و هزینه‌ی ساخت درایورهای صوتی - الکتریکی نیز بسیار زیاد است.^[۱۷] هرچند بازده سیستم‌های گرماسوتی تک مرحله‌ی پایین است اما با توجه به مطالعات بسیاری که در زمینه‌ی بازیابی انرژی به کمک این سیستم‌ها انجام شده است نشان از توجه محققان به مزیت‌های بیان شده برای این سیستم‌هاست.^[۱۱-۱۸] یک مورد کاربرد بهینه‌ی این سیستم‌ها در خودروهای هیبریدی است، برای حالتی که در یک مسیر طولانی، خودرو با شرایط

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۰۱۴۰۰، اصلاحیه ۲۶، ۱۴۰۰، پذیرش ۱۱، ۱۴۰۰/۸/۱۱

DOI:10.24200/J40.2021.57707.1586

شده است.^[۲۱-۲۷] در ادامه این نوشتار، روش حل عددی ارتفا یافته توصیف شد و نتایج حاصل از آن، به کمک موتور گرماصوتی موج ایستا که برای اعتبارسنجی نتایج این تحقیق ساخته شده، مورد بررسی قرار گرفت.

۲. مدل حل عددی

معادلات اصلی که برای بررسی تغییرات سیال در عبور از استک، داکت‌ها و مبدل‌های حرارتی مورد استفاده قرار می‌گیرد، معادله‌ی تغییرات فشار دبی جرمی و معادله‌ی انرژی است که امکان بررسی تغییرات دما را فراهم می‌کند. معادلات ۱ تا ۳ به ترتیب نمایش دهنده این معادلات در سیستم‌های گرماصوتی هستند:^[۲۷]

$$dp_1 = -\frac{i\omega\rho_m \frac{dx}{A}}{1-f_v} U_1 \quad (1)$$

$$dU_1 = -\frac{i\omega Adx}{\gamma p_m} [1 + (\gamma - 1) f_k] p_1 + \frac{f_k - f_v}{(1-f_v)(1-\sigma)} \frac{dT_m}{dx} \frac{U_1}{T_m} \quad (2)$$

$$\dot{H}_1 = \frac{1}{2} Re \left[\tilde{p}_1 U_1 \left(1 - \frac{f_k - \tilde{f}_v}{(1-\tilde{f}_v)(1+\sigma)} \right) \right] + \frac{\rho_m c p |U_1|^2}{2 A \omega |1-f_v|^2 (1-\sigma^2)} Im(f_k + \sigma \tilde{f}_v) \frac{dT_m}{dx} - (Ak + A_{solid} k_{solid}) \frac{dT_m}{dx} \quad (3)$$

معادلات ۱ و ۲ که معادلات گرماصوتی رات نیز نامیده می‌شوند، به ترتیب برگرفته از معادله‌ی اندازه حرکت و پیوستگی هستند. این دو معادله به کمک شرایط اولیه دما، فشار و سرعت جریان در طول استک را محاسبه می‌کنند. معادله‌ی ۳ نیز حالت کلی معادله‌ی انرژی است و مشتمل از ترم جریان انتالپی و ترم جریان حرارتی است. در این معادلات dU_1 , dp_1 و dT_m به ترتیب تغییرات دامنه فشار نوسانی، سرعت جرمی نوسانی و دمای متوسط را نسبت به گام قبلی نمایش می‌دهند. همچنین به کمک این سه معادله، مشخص بودن شرایط مرزی حجم کنترل و شرایط اولیه دما، می‌توان حدود تغییرات دما در دو طرف استک را در حالت نوسانات پایا محاسبه کرد. اما با توجه به این که معادلات ۱ تا ۳ برای حل در حالت پایای نوسانی هستند، بررسی حالت حل گذرا برای پیش‌بینی زمان شروع و خاتمه نوسانات صوتی مورد توجه است.

۱.۲. معادلات حالت گذرا

در حالت گذرا، تغییرات خواص سیال نه تنها وابسته به مکان است بلکه با زمان نیز تغییر می‌کند. در این حالت می‌باشد اثلاف حرارتی به محیط و حرارت ورودی به استک در موتور گرماصوتی به صورت نایاب وابسته زمان، در نظر گرفته شود. در این نوع مدل سازی می‌توان تغییرات زمانی دما در طول استک را به صورت مرحله به مرحله بررسی کرد. در این حالت با برقراری ارتباط میان ظرفیت حرارتی ماده به کار رفته در استک و معادله‌ی انرژی، تغییرات زمانی دما در طول استک را می‌توان بررسی کرد.^[۲۹] استک موتور گرماصوتی این مقاله، از ۲۳ صفحه که با آرایش موازی در جهت محور موتور گسترش یافته‌اند تشکیل شده است. شکل ۱ شماتیک نحوه آرایش صفحات استک را نمایش می‌دهد که صفحه میانی برای انجام مدل سازی انرژی مشخص شده است.

مورد استفاده قرار گیرد.^[۱۴] معادلات گرماصوتی که توسط رات، ویتلی و سوئیفت در طول زمان ارتفا ییدا کرد، امکان محاسبه‌ی دما و فرکانس نوسانات خودبه‌خودی را برای یک موتور گرماصوتی اولیه فراهم می‌کرد.^[۱۷-۱۵] اما وجود تقاضه دما میان شروع نوسانات و حالت میرایی نوسانات که اولین بار توسط ژو و ماتسوبارا در یک موتور گرماصوتی موج ایستا مشاهده شد، توسط معادلات بیان شده قبل از زیانی بود.^[۱۸] به طور کلی اساس مدل ارائه شده توسط آن‌ها یافته‌های ترمودینامیکی بود که انتقال انرژی و تلفات از سطح را مرتبط می‌ساخت. این روش مطابقت خوبی با نتایج آزمون‌های تجربی دستگاه‌های گرماصوتی داشت، اما دارای محدودیت‌هایی نیز بود. به همین دلیل، از روش‌های مختلف حل عددی غیر خطی برای پوشش محدودیت‌های نظریه‌ی خطی استفاده شده است.^[۲۳-۱۹]

یکی از محدودیت‌های استفاده از معادلات حالت نوسانات پایا، عدم پیش‌بینی شرایط زمانی مربوط به لحظه‌ی شروع نوسانات خودبه‌خودی بوده است. لذا حل عددی حالت گذرا در معادلات گرماصوتی، همواره مورد توجه محققین بسیاری بوده است. با بررسی ارتباط میان ظرفیت حرارتی ماده به کار رفته در بخش استک موتورهای گرماصوتی (بخش بازیاب یخچال‌های گرماصوتی) و معادلات انتقال انرژی در این بخش، امکان مشاهده تغییر پارامترهای ترمودینامیکی گاز کاری سیستم به صورت وابسته به زمان فراهم می‌شود. اولین تلاش‌ها برای حل عددی معادلات گرماصوتی در حالت گذرا توسط کاثو و همکاراش،^[۲۲] ایشیکاوا و می،^[۲۵] با استفاده از انتقال حرارت متوسط در طول صفحه‌ی استک که در دمای ثابت قرار داشت، عملکرد یک سیستم گرماصوتی را بررسی کردند و این در حالی بود که پیکولو و پیستون،^[۲۵] با ترکیب معادلات گرماصوتی و ظرفیت حرارتی مربوط به صفحه‌ی استک، توانستند معادلات گرماصوتی را در حالت گذرا حل کنند و از این طریق به نتایج مشابهی دست یافتند. اما در این روش تنها بخش استک برای حالت گذرا مورد مطالعه قرار گرفت. لذا امکان شبیه‌سازی کامل یک دستگاه گرماصوتی به چشم می‌خورد که در سال ۱۴۲۰ سوئیفت و همکاراش،^[۲۶] با تأکید بر وجود تشابه میان معادلات حاکم بر میدان‌های فیزیکی همچون مکانیکی، صوتی و الکتریکی توانستند الگوی مناسبی برای شبیه‌سازی دستگاه‌های گرماصوتی به کمک مدار الکتریکی، ممکن سازند. به کمک این همترازی مدار الکتریکی، امکان استفاده از نرم افزارهای الکتریکی برای بررسی فرایند شروع و میرایی نوسانات خودبه‌خودی در موتورهای گرماصوتی فراهم شد.

یکی از اهداف این مقاله مرتبط ساختن حل عددی حالت گذرا با همترازی الکتریکی موتور گرماصوتی است. به کمک این روش امکان تعیین بازه زمانی شروع و میرایی نوسانات خودبه‌خودی، دقیق ترکدن پیش‌بینی شرایط شروع و میرایی نوسانات و بررسی لحظه‌یی تغییرات خواص در موتور گرماصوتی فراهم می‌شود. همچنین به کمک این روش که در قالب یک حل ترکیبی عددی و شبیه‌سازی الکتریکی است، امکان مشاهده لحظه‌یی پارامترهای نوسان کننده برای یک موتور گرماصوتی در مقیاس کامل وجود دارد. با تعیین شرایط ترمودینامیکی و محل زمانی شروع نوسانات خودبه‌خودی و شرایط میرایی نوسانات سیستم، وجود اختلاف دما در شرایط شروع و میرایی نوسانات در سیستم گرماصوتی که توسط آزمایش‌ها مشاهده شده بود، تایید شد. در ادامه این مقاله، روش حل عددی ارتفا یافته تشریح شده و نتایج حاصل از آن به کمک یک نمونه موتور گرماصوتی موج ایستا که برای صحبت سنجی نتایج این پژوهش ساخته شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. به عبارت دیگر، اختلاف دما اندازه‌گیری شده نشان داد که دو درجه حرارت بحرانی وجود دارد و رفتار موتور گرماصوتی در نزدیکی این دو دما متغیر است. این اثر قابلیت‌پذیری^۵ نام دارد که با تقریب خطی گرماصوتی رات قابل توضیح نیست، اما در تحقیقات تجربی مشاهده

پارامتر ورودی و برحسب وات با توان صوتی ورودی جمع می شود. برای محاسبه میزان انرژی ورودی به یک بخش و خروجی از آن، با نگاهی عمیق‌تر به معادله ۳ می‌توان این معادله را برای اعمال شرایط دقیق‌تر، به سه بخش جداً تقسیم کرد:

۱. معادله‌ی جریان انرژی: ترم اول معادله ۳ به دلیل نوسانات صوتی است که بسته به محل اندازه‌گیری، در دو بخش ورودی و خروجی استک (حجم کنترل) می‌تواند مثبت یا منفی باشد.^[۲۲]

$$F(x) = \frac{1}{2} Re \left[p_{\text{v}} \tilde{U}_{\text{v}} \left(1 - \frac{f_k - \tilde{f}_v}{(1 - \tilde{f}_v)(1 + \sigma)} \right) \right]$$

۲. معادله‌ی اثر پمپاژ گرماصوتی: حاصل ضرب ترم دوم معادله ۳ در گرادیان دما در طول استک که به دلیل برگشت ناپذیری محیط کار ایجاد می‌شود و متناسب با شیب دماسه اثر پمپاژ گرماصوتی نام دارد. جهت آن از سمت گرم به سمت سرد (مخالف جهت شیب دما) است.^[۲۳]

$$G(x) = \frac{\rho_m c p |U_{\text{v}}|^2}{2 A \omega |1 - f_v|^2 (1 - \sigma^2)} Im \left(f_k + \sigma \tilde{f}_v \right)$$

۳. معادله‌ی هدایت حرارتی میان گاز و جامد: این معادله میزان انرژی منتقل شده به صورت هدایت حرارتی بهوسیله‌ی گازکاری و ماده‌ی مورد استفاده در استک را محاسبه می‌کند. مقدار هدایت حرارتی در دو بخش ورودی و خروجی استک (حجم کنترل) متفاوت است.^[۲۴]

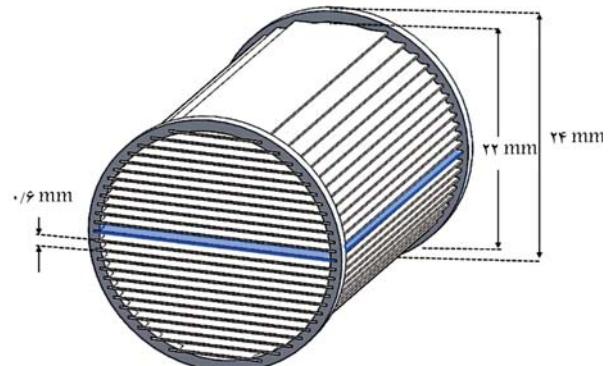
$$C = (Ak + A_{\text{solid}} k_{\text{solid}})$$

در نهایت تفاوت تغییرات انرژی هر قسمت و مقدار انرژی حرارتی که به محیط می‌دهد، برابر است با مقدار انرژی که برآن بخش اعمال می‌شود و صرف تغییر دمای آن قسمت می‌شود که متغیر با زمان است. معادله‌ی ۶ تساوی عددی قابل حل برای محاسبه‌ی تغییرات دمای در المانی از شکل ۲ را ارائه می‌کند.^[۲۴]

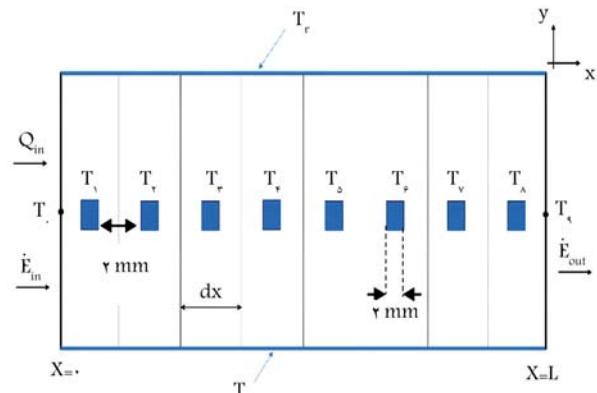
$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \\ F(x_i) - F(x_{i+1}) + (G(x_i) + C) \frac{(T_i - T_{i-1})}{\Delta x} & \quad \frac{\dot{Q}_{in}}{\rho c_p V} \\ - \frac{(G(x_{i+1}) + C) \frac{(T_i - T_{i-1})}{\Delta x} + \dot{Q}_{out}}{\rho c_p V} & \quad (6) \end{aligned}$$

۲. مشخصات مواد و هندسه‌ی مسئله

پس از تعیین معادلات اصلی، شبکه حل و حجم کنترل مورد نظر، نوبت به تعیین ثابت‌های معادله‌ی ۶ و نحوه‌ی حل این معادله می‌رسد. در جدول ۱ ثوابت مهمی که مربوط به پارامترهای ساختاری موتور گرماصوتی موج استا به کار رفته در این پژوهش است، بیان شده است.



شکل ۱. شماتیک استک موتور گرماصوتی با آرایش صفحات موازی.



شکل ۲. شماتیک شبکه حل در قسمت استک موتور گرماصوتی.

برای حل معادلات ۱ تا ۳ به یک شبکه‌ی حل و تعیین شرایط مرزی و اولیه نیازمندیم. شکل ۲ شماتیک صفحه میانی استک را که به تعداد مشخصی المان تقسیم شده است نمایش می‌دهد. در این بخش برای استفاده از گرمکن، توان حرارتی و توان صوتی در ورود به استک وجود دارد و در خروج از آن، ترم توان صوتی وجود خواهد داشت. در شکل ۲ دمای دیواره جانبی صفحات استک است که نشان‌دهنده‌ی دمای مرجع است. همچنین عبارت‌های Q_{in} و E_{in} در ابتدای استک به ترتیب نشان‌دهنده‌ی حرارت ورودی (حاصل از گرمکن) و انرژی صوتی ورودی است و E_{out} نمایانگر انرژی صوتی خارج شده از المان حجم کنترل خواهد بود که به طور مجزا در روند حل برای هر بخش محاسبه می‌شود و در ادامه تشریح شده است.

برای حل معادله‌ی انرژی برای محاسبه‌ی پروفیل دمای استک، صفحه‌ی میانی استک به عنوان نمونه در جهت محور موتور (محور x) گسسته‌سازی شد (شکل ۲). هر بخش به طور مجزا دارای ظرفیت حرارتی مشخصی است و می‌توان معادله‌ی انرژی را برای هر کدام از ۸ بخش مختلف نوشت و حل کرد که در نهایت، با تقسیم توان کل بخش مورد نظر بر ظرفیت حرارتی مربوط به آن بخش، تغییرات دما نسبت به زمان در آن بخش استک محاسبه می‌شود. توان صوتی ورودی به استک و خروجی از آن با توجه به روابط ۴ و ۵ محاسبه می‌شود.^[۲۲]

۳. مدل همترازی مدار الکتریکی

همترازی مدار الکتریکی موتور گرماصوتی دو هدف را در این مقاله محقق می‌کند: یکی امکان پیش‌بینی نوسانات خودبه‌خودی با استفاده از حل گذرا مدار الکتریکی و دیگری حل موتور گرماصوتی به صورت یک مدار الکتریکی مجتمع. به گونه‌یی که

$$\dot{E}_{in} = \frac{1}{2} Re(p_{\text{v}}|_{X=0} \tilde{U}_{\text{v}}|_{X=0}) \quad (4)$$

$$\dot{E}_{out} = \frac{1}{2} Re(p_{\text{v}}|_{X=l} \tilde{U}_{\text{v}}|_{X=l}) \quad (5)$$

همچنین با توجه به وجود گرمکن در مجاورت ورودی استک، مقدار حرارت به عنوان

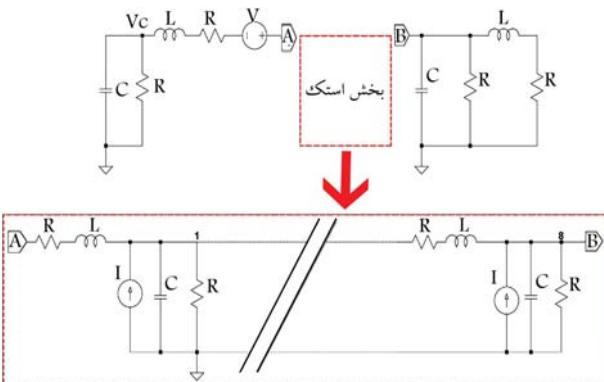
وابسته به زمان سیستم آغاز می شود و دو الگوریتم شبیه سازی به صورت پی در پی برای محاسبه رفتار متغیر با زمان کل سیستم حل می شود. در این حالت، برای محاسبه مقدار اختلاف دمای مورد نیاز برای ایجاد نوسانات پایا، از منبع جریان وابسته به جریان شاخه اصلی استفاده شد. به طور کلی اگر فقط روش همترازی مدار الکتریکی برای مدل سازی یک موتور گرماسوتی مد نظر باشد، آنگاه خروجی این مدل سازی، فرکанс شروع نوسانات، کمیته دمای مورد نیاز برای شروع نوسانات، فشار و سرعت تنها در یک لحظه خاص خواهد بود.

۴. مدل ارتقاء یافته

مبناًی روش ارتقاء یافته، پیوند حل عددی معادلات و روش مدل سازی الکتریکی موتور گرماسوتی است. کد نوشته شده در این روش برای فائق آمدن بر محدودیت های بیان شده، استفاده شد. تشخیص محل زمانی شروع نوسانات خودبه خودی و ارائه مدل سازی کاملی از موتور گرماسوتی دو محدودیت بیان شده در این پژوهش هستند. برنامه می نوشته شده به این صورت عمل می کند که ابتدا با وارد کردن مشخصات هندسی موتور گرماسوتی، محل قرارگیری گرمکن (موقعیت مکانی و روود حرارت)، تعیین جنس قسمت های مختلف موتور، تعیین گاز عملکردی سیستم و شرایط محیط آزمایش، اطلاعات مورد نیاز برنامه تکمیل می شود. در مرحله دوم با مشخص بودن دمای اولیه، در یک تحلیل فرکانسی، اولین فرکانس تشیدید سیستم توسط کد محاسبه می شود. در این مرحله تمام المان های مدار الکتریکی محاسبه شده و برنامه وارد مرحله ای انجام یک تحلیل گذرا می شود که سنته به نتیجه های این تحلیل، دوگزینه وجود خواهد داشت. فاز اول بیان گر روند شروع حل عددی برنامه تا لحظه تشخیص شروع نوسانات خودبه خودی است. در این مرحله مقدار حرارت وروودی به گونه بی اعمال می شود که در مدت زمان مورد نظر و یا کم تر از آن نوسانات خودبه خودی شروع شود، در غیر این صورت مقدار توان افزایش می یابد. فاز دوم (برنامه، مربوط به نحوه کاهش توان وروودی برای برقرار کردن حالت نوسانات پایدار در سیستم است) (مقدار توان مورد نیاز برای شروع نوسانات خودبه خودی بیشتر از مقدار توان مورد نیاز برای ایجاد حالت نوسانات پایدار است) و نهایتاً فاز سوم، مسیر مورد نظر برای ایجاد فرایند میرایی را در برنامه نوشته شده نمایش می دهد. در یک سیستم گرماسوتی، دو دمای بحرانی وجود دارد، دمای بحرانی بزرگتر را دمای شروع می نامند، که هرگونه افزایش مقدار دما باعث تشیدید دامنه فشار نوسانی شده و سیستم از حالت سکون به حالت نوسانات ناپایا منتقل می شود. از طرف دیگر، دمای بحرانی پایین تر، دمای میرایی نامیده می شود و هرگونه کاهش دما از این مقدار باعث از بین رفتن نوسانات صوتی می شود. برای تعییرات دما میان دو دمای بحرانی بیان شده تعیین کننده نوع رفتار سیستم خواهد بود. در یک جهت با افزایش یکنواخت دما از مقداری کوچکتر از دمای بحرانی میرایی تا رسیدن به دمای شروع نوسانات، سیستم به حالت سکون باقی می ماند. در جهت معکوس، با کاهش یکنواخت دما از مقدار شروع، تا رسیدن به دمای میرایی، سیستم در حالت نوسانات پایا عمل خواهد کرد که به دلیل رفتار هیسترزیس^۶ سیستم اتفاق می افتد. کد حل عددی به در روش مختلف حل شد. در روش اول تنها بخش استک در حجم کنتل لحاظ شد و پس از محاسبه فرکانس تشیدید سیستم از روش آنالوژی مدار الکتریکی، حل عددی مسئله به کمک معادلات ۱، ۲ و ۶ صورت پذیرفت. به طور کلی در روش اول در هر حلقه محاسبه پروفیل دما، بعد از به دست آمدن دما در طول استک، برای گام زمانی بعدی فشار و سرعت حجمی دوباره محاسبه

جدول ۱. مشخصات هندسی استک، ضرایب ترمودینامیکی و مقدار ثابت های مورد استفاده در حل عددی. [۲۵]

عنوان	نماد	مقدار (یکا)
سطح مقطع عبور گاز	A	$229/889 \times 10^{-6} \text{ (m)}$
سطح مقطع استک	A_{solid}	$222,5 \times 10^{-6} \text{ (m)}$
طول صفحات استک	l_p	$0,035 \text{ (m)}$
عرض صفحه میانی	w_p	$0,2206 \text{ (m)}$
فاصله میان صفحات	D_p	$6 \times 10^{-4} \text{ (m)}$
ضخامت صفحات	d_p	$2 \times 10^{-4} \text{ (m)}$
دمای مرجع	T_r	30° (K)
فشار محیط	p_0	101800 (Pa)
لزجت دینامیکی در دمای مرجع	μ_0	$1,85 \times 10^{-5} \text{ (Pa.s)}$
ضریب هدایت حرارتی گاز در دمای مرجع	k_0	$0,026 \text{ (W/K.m)}$
ضریب هدایت حرارتی صفحات استک	k_{solid}	$0,05 \text{ (W/K.m)}$
ثابت گاز هوا	R_{air}	$286,7 \text{ (J/kg.K)}$
ظرفیت حرارتی ویژه گاز	C_p	$100,3 \text{ (J/kg.K)}$
ظرفیت حرارتی ویژه صفحات استک	C_{SO}	88 (J/kg.K)
ثابت توانی ویسکوزیت	b_μ	$0,76$
ثابت توانی هدایت حرارتی	b_k	$0,89$



شکل ۳. شماتیک مدار الکتریکی برای موتور گرماسوتی با یک انتهای باز.

پارامترهای محاسبه شده در بخش استک، هم از سایر بخش های موتور تاثیر می پذیرد و هم بر سایر قسمت ها اثر می کنند. شکل ۳ شماتیک مدار رسم شده برای موتور گرماسوتی با یک انتهای باز را نمایش می دهد. در این حالت، بخش استک به تعداد ۸ المان تقسیم می شود. تعداد المان ها بر اساس محدودیت تعداد حسگرهای دمایی است که در استک موتور گرماسوتی نصب شده اند تا بتوان با اعمال محدودیت های دمایی در اندازه گیری های مداری، به حل پایا دقت بیشتری بخوبی.

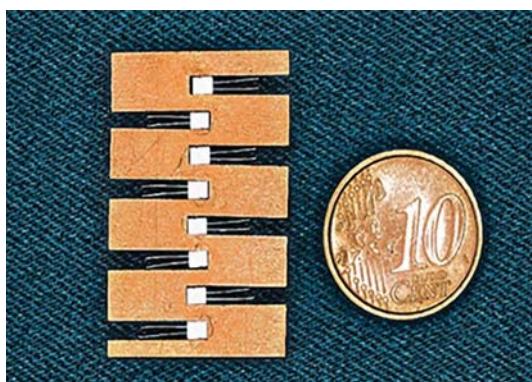
در همترازی مدار الکتریکی دو نوع تحلیل مذکور است: (الف) تحلیل حوزه های فرکانس، (ب) تحلیل حوزه های زمان. تحلیل فرکانسی، پاسخ مدار به یک موج سینوسی در یک فرکانس یا مجموعه بی از فرکانس هاست. مشابه تحلیل جریان مستقیم، این تحلیل رفتار حالت پایایی یک سیستم توصیف شده در یک گره وروودی در یک فرکانس تحریک را نشان می دهد. به کمک این نوع تحلیل می توان فرکانس هایی را که مدار طی آن دچار تشیدید می شود، محاسبه کرد. تحلیل گذرا یک مدار نیز همراه یک حل جریان مستقیم شروع شده تا نقطه جدایی شبیه سازی با رفتار متغیر با زمان تعیین شود. پس از این که حل جریان مستقیم مدار محاسبه شد، تعییرات

جدول ۲. مشخصات هندسی استک، ضرائب ترمودینامیکی و مقدار ثابت‌های مورد استفاده در حل عددی.

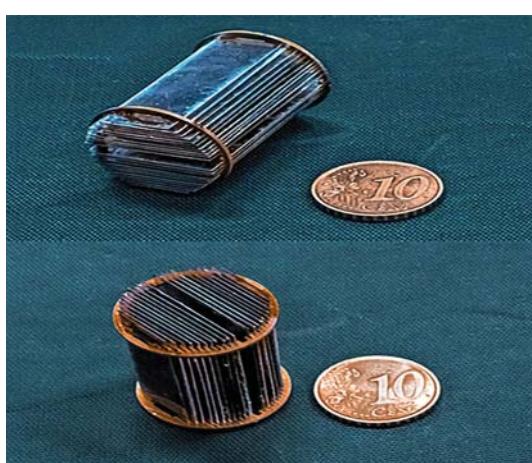
نام قطعه	مواد بکار رفته	ضخامت (mm)	شعاع (m)	دراصد تخلخل (m)	طول (m)	مشخصات
بازآوایشگر	لوله استیل ضد زنگ	۱	۰,۰۲۵	۰,۱۱۵	۰,۰۰۰	۱۰۰
مبدل حرارتی	آلومینیوم	-	۰,۰۹	۰,۰۲	-	-
استک	صفحات میکا	۰,۲	۰,۰۲۴	۰,۰۳۵	۰,۰۰۴	۴۵
بخش گرم	آلومینیوم	۱	۰,۰۲۴	۰,۰۰۵	۰,۰۰۰	۱۰۰
گرمکن الکتریکی	سیم نیکل کروم	۰,۵	۰,۰۲۲	۰,۰۰۲	۰,۰۰۰	۶۰



شکل ۴. ساختار موتور گرماصوتی موج ایستا.



شکل ۵. نمایی از صفحه‌ی میانی استک و آرایش حسگرهای دما.



شکل ۶. دو نمای مختلف از استک با آرایش صفحات موازی از جنس میکا.

می شود و این روند تا انتهای حل ادامه می‌یابد. این در حالی است که در عمل، با تغییر دما در طول استک متغیرهای همچون مقاومت لزجی، لختی گاز، مقاومت آسایش حرارتی و ... تغییر می‌کنند که تأثیر مستقیم بر دامنه فشار نوسانی و سرعت حجمی دارند. برای دقیق تر کردن فرایند حل و رفع این نارسایی، مدل جدیدی از حل عددی تلقی شده با همتایی مدار الکتریکی اتخاذ شد. طی آن در هر حلقه حل عددی، متغیرهای موتور گرماصوتی با توجه به دما به روزرسانی می‌شود. در روش دوم با تعیین لیست المان‌های الکتریکی که با موتور گرماصوتی مشابه‌سازی شده بود، ابتدا یک آنالیز فرکانسی در دمای مرجع صورت گرفت که طی آن فرکانس تشید سیستم محاسبه شد. همچنین در روش دوم علاوه بر سه معادله‌ی استفاده شده در روش اول، پارامترهای مدار الکتریکی همترا شده نیز نقش داشتند. در این حالت پس از هر بار محاسبه‌ی دما در هر گام زمانی، المان‌های مدار الکتریکی به روزرسانی می‌شدند. با ادغام مدار الکتریکی و روش حل عددی، علاوه بر استک، سایر بخش‌های موتور گرماصوتی نیز در فرایند حل وارد شوند. مزیت‌های اساسی استفاده از روش تلقی حل عددی با حل مدار الکتریکی همترا شده با موتور گرماصوتی (روش دوم) را می‌توان چنین بیان کرد:

- تعیین زمان و دمای شروع نوسانات خودبه‌خودی در موتور گرماصوتی؛
- تعیین اختلاف دمای میان شروع نوسانات خودبه‌خودی و حالت نوسانات پایدار در سیستم؛
- تعیین زمان و دمای میرایی نوسانات خودبه‌خودی در موتور گرماصوتی.

۵. تجهیزات آزمایش تجربی

در شکل ۴ ساختار موتور گرماصوتی موج ایستا با یک انتهای باز که برای انجام آزمایشات این پروژه ساخته شده است را نمایش می‌دهد. در جدول ۲ مشخصات هندسی و جنس مواد بکار رفته در بخش‌های مختلف موتور گرماصوتی شکل ۴ گردآوری شده است. در این نمونه موتور گرماصوتی از یک بخش استک با آرایش صفحات موازی استفاده شد. شکل ۵ آرایش حسگرهای قرار گرفته در صفحه میانی استک و شکل ۶ دو نمای متفاوت از استک موتور گرماصوتی مورد استفاده در این پژوهش را نشان می‌دهد. هرچند آرایش حسگرهای که در صفحه میانی استک قرار گرفته‌اند به فرمت نشان داده شده در شکل ۵ است، اما صفحه میانی با صفحه‌یی از جنس میکا جایگزین شد. در حالتی که صفحه میانی از جنس برنج بود، به دلیل بالا بودن ضریب هدایت حرارتی این فلن، جهت جریان انرژی در استک مختلف می‌شد که جایگزین کردن ورقه میکا باعث کاهش این اثر شد.

۶. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

سیستم تأثیرگذار و باعث کاهش یا افزایش دمای شروع نوسانات خودبهخودی و تغییر راندمان موتور گرماصوتی شود.

۷. نتایج و بحث

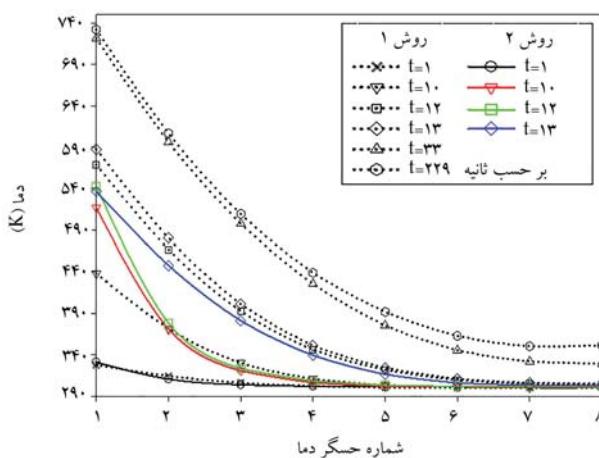
در این بخش منحنی‌های دما از دو روش حل عددی و یک روش تجربی گردآوری شده است که در طول مراحل شروع و میرایی نوسانات ثبت شده است.

۱.۷. پروفیل دمای استک در مرحله‌ی شروع نوسانات

فاز اول در گیرنده‌ی زمان اتصال جریان بر ق تا لحظه‌ی شروع نوسانات خودبهخودی در موتور گرماصوتی است. در کدهای حل عددی این فاز مریبوط به لحظه‌ی شروع به حل تا زمان تشید دامنه‌ی فشار نوسانی است. تفاوت موجود میان حل عددی و آزمون تجربی موتور گرماصوتی، در مدت زمانی است که گرمکن به دمای بحرانی (دما شروع فرایند نوسانات خود به خودی) برسد. در آزمون تجربی با متصل کردن جریان بر ق، مدتی طول می‌کشد تا دمای گرمکن افزایش یابد و به حد نهایی خود برسد.

در روش اول، مقدار المان‌های مدار الکتریکی همترا شده با موتور گرماصوتی موج ایستا ثابت فرض شد. در این حالت، نمودارهای فرایند شروع به کار سیستم با حل عددی معادله‌ی ۶ برای ۲۲۹ ثانیه حل شد (تا برقاری تعادل حرارتی). شکل ۸ منحنی‌های دما در ۸ نقطه با فاصله‌ی یکسان از هم، در طول استک و برای زمان مختلف را نمایش می‌دهد (منحنی‌های نقطه‌چین). با توجه به شکل ۸، پس از گذشت تقریباً ۳۳ ثانیه از شروع به کار موتور گرماصوتی، تعادل حرارتی موجود میان روش دوم و مقادیر تجربی، کمتر از ۵٪ محسوبه شد. بنابراین، می‌توان در نظر گرفت که نتیجه به دست آمده از روش دوم با مقادیر آزمون تجربی آرنوت مطابقت خوبی دارد و نتایج حاصل از روش دوم منطقی است.

منحنی‌های دما در شکل ۸ در حالتی اندازه‌گیری شده‌اند که یک توان حرارتی ۶۳ وات در طول حل عددی در رودی استک (به دلیل وجود گرمکن) تا رسیدن به تعادل حرارتی اعمال شده است. این توان حرارتی برابر با توان الکتریکی مصرف شده

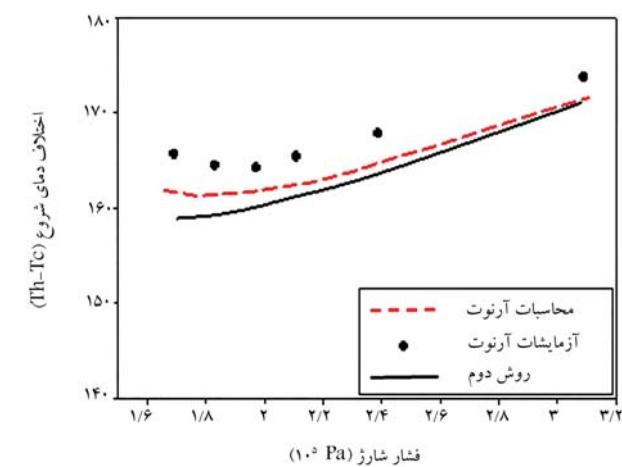


شکل ۸. منحنی‌های دمای محاسبه شده توسط روش اول (نقطه‌چین) و روش دوم (خطوط ممتذ رنگی) پیش از ورود به حالت نوسانات پایا.

در این بخش نمودار دمای شروع نوسانات خودبهخودی برای دستگاه گرماصوتی آرنوت و نتایج به دست آمده برای دستگاه آرنوت با استفاده از روش حل تلفیقی تشریح شده در بخش ۴، مقایسه می‌شود و میزان تفاوت موجود در نتایج، برای اعتبارسنجی روش حل تلفیقی، بررسی می‌شود. در یک نمونه موتور گرماصوتی موج ایستا با دو انتهای بسته و پر شده از گاز هلیوم که توسط آرنوت و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت، اختلاف دمای مورد نیاز برای شروع نوسانات خودبهخودی از روش تحلیلی و روش آزمون تجربی استخراج شد.^[۳۶] محاسبات برای محدوده‌ی فشارهای مختلف گاز محبوب در سیستم صورت پذیرفت. در شکل ۷ منحنی‌های دمای شروع نوسانات خودبهخودی برحسب فشارگاز موجود در سیستم ترسیم شده است. مقادیر دمای شروع نوسانات خودبهخودی برای آزمون‌های تجربی صورت گرفته توسط آرنوت و همکارانش به همراه محاسبات تحلیلی آنها، با مقادیر محاسبه شده توسط روش ارتفا یافته (روش دوم) در شکل ۷ ارائه شده است.

برای محاسبه‌ی دمای شروع نوسانات خودبهخودی سیستم ارائه شده توسط آرنوت، ابتدا همترایی مدار الکتریکی متناظر با دستگاه صورت پذیرفت، سپس به کمک حل تکیبی مدار الکتریکی و حل عددی معادلات گرماصوتی (روش دوم)، دمای شروع نوسانات خودبهخودی در لحظه‌ی تشید دامنه‌ی نوسانی فشار در سیستم، برای چند فشار شارژ مختلف محاسبه شد. می‌توان مشاهده کرد که منحنی حاصل از روش دوم، برای مقادیر فشارهای شارژ مختلف، نزدیک به مقادیر محاسبه شده و آزمون‌های تجربی حاصل از دستگاه آرنوت و همکارانش است و مقدار خطای موجود میان روش دوم و مقادیر تجربی، کمتر از ۵٪ محسوبه شد. بنابراین، می‌توان در نظر گرفت که نتیجه به دست آمده از روش دوم با مقادیر آزمون تجربی آرنوت مطابقت خوبی دارد و نتایج حاصل از روش دوم منطقی است.

اغتشاش موجود در گاز عملکردی سیستم یکی از پارامترهای مهم در شروع نوسانات خودبهخودی است و فشارگاز سیستم تأثیر مستقیم بر تولید اغتشاش در گاز را دارد. به علاوه، چنان که در شکل ۷ مشاهده شود، فشارگاز سیستم با اختلاف دمای مورد نیاز برای شروع نوسانات خودبهخودی رابطه‌ی غیرخطی دارد. به تعبیر فیزیکی تغییر فشارگاز سیستم می‌تواند بر تولید اغتشاش در گاز عملکردی



شکل ۷. نمودار دمای شروع نوسانات خودبهخودی برحسب فشار محیط (فشار شارژ گاز) خط پیوسته نمایشگر نتایج حاصل از اعمال روش ارتفا یافته برای ساختار گرماصوتی آرنوت است.^[۳۶]

دامنه‌ی فشار نوسانی و دبی حجمی نوسانی در هرگره از مدار شبیه‌سازی شده برای موتور گرماسوتی این پژوهش وجود دارد. گرچه اندازه‌ی دامنه نوسانی فشار و سرعت حجمی در طول فرایند شروع نوسانات خودبه‌خودی متفاوت بود اما فرکانس نوسان پکسان داشتند و در یک زمان مشخص با اختلاف فاز ۸۵ تا ۹۰ درجه زمان شروع فرایند نوسانات خودبه‌خودی را پیش‌بینی کردند.

۷.۲. پروفیل دمای استک در مرحله‌ی میرابی نوسانات

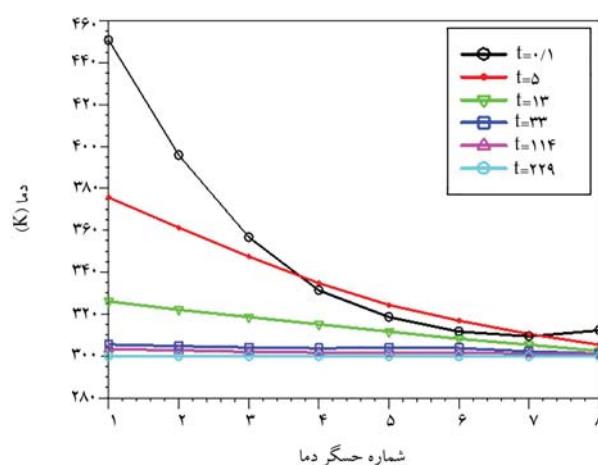
در عمل، رژیم خاموشی درست بعد از قطع جریان برق در موتور گرماسوتی اتفاق می‌افتد. این اتفاق در شبیه‌سازی عددی با حذف توان حرارتی ورودی به سیستم و اعمال فشار و سرعت حجمی نوسانی حالت پایا در شروع فرایند آغاز می‌شود و تا لحظه‌ی رسیدن به دمای مرجع ادامه می‌پابد. در این بخش پروفیل دما در طول استک با استفاده از دو روش حل عددی ارائه می‌شود. در روش اول، پروفیل دما و خواص ترمودینامیکی گاز در حالت نوسانات پایا، شرایط اولیه را در رژیم خاموشی تعیین می‌کنند. با انجام محاسبات به کمک روش اول، منحنی‌های شکل ۱۰ حاصل شد.

در شکل ۱۰ در لحظات اولیه رژیم خاموشی، یک افزایش دمای پنج درجه‌ی بین نقاط ۴ تا ۷ مشاهده می‌شود. اندکی پس از ورود به رژیم خاموشی، نوسانات خودبه‌خودی گاز در سیستم متوقف شده و جریان هم‌رفتی به تدریج از بین می‌رود. در این حالت با سکن شدن گاز در سیستم، تم انتقال حرارت به محیط که از طریق انتقال حرارت میان سطح صفحات استک و گاز صورت می‌گرفت، کاهش یافته و افزایش دمای جزئی در نقاط ۴ تا ۷ را در بر داشته است. پروفیل دما از ثانیه ۱۳ به بعد به صورت خطی است که طی آن تمامی نقاط تا لحظه‌ی رسیدن به دمای مرجع، با نزدیکی در نسبت ۷:۴ تا ۷:۶ را در بر داشته است. در نهایت هدایتی از گاز داخل سیستم به صفحات استک و در نهایت به محیط، نقش اصلی را در کاهش دمای سیستم ایفا می‌کند. در روش اول، سیستم از حالت تعادل حرارتی وارد رژیم میرابی نوسانات خودبه‌خودی می‌شود. این در حالی است که در روش دوم، پس از این که شروع نوسانات خودبه‌خودی در سیستم تشخیص داده شد، توان حرارتی ورودی کاهش یافته و تا لحظه‌ی هم‌گرایی دامنه فشار نوسانی، تعییرات فشار نوسانی توسط یک تحلیل‌گر مداری بررسی می‌شود. پس از هم‌گرایی دامنه‌ی فشار نوسانی سیستم وارد رژیم میرابی نوسانات می‌شود. هرچند نحوه‌ی ورود این دو

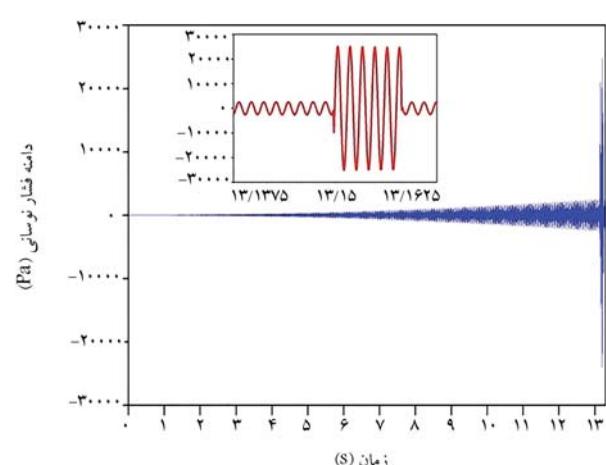
توسط گرمکن است. همچنین فشار نوسانی در ابتدای فرایند حل در بازه نوسانات با دامنه کم^۷ در نظر گرفته شد. همچنین شکل ۸ منحنی تعییرات دما در طول استک را برای ۶ لحظه‌ی مختلف تا زمان شروع نوسانات خود به تقویت شونده برای روش حل دوم نمایش می‌دهد (منحنی‌های رنگی). در این روش، با تغییر دما در طول استک، دمای سایر اجزای سیستم نیز به روزرسانی شد. در این حالت، تعییرات دما منجر به تعییر مقدار المان‌های الکتریکی مدار هسترا شده با موتور گرماسوتی شد که در گام بعدی حل تأثیر مستقیم داشت. با مقایسه‌ی منحنی‌های دمای هر دو روش ارائه شده در شکل ۸ اثر اعمال تعییرات دما بر المان‌های الکتریکی مدار هسترا شده مشخص می‌شود. کاهش دما در لحظه‌ی شروع نوسانات خود تقویت شونده (ثانیه ۱۳) در روش دوم به نسبت منحنی دما در ثانیه ۱۳ در روش اول، بیان‌گر تأثیر دما بر المان‌های الکتریکی مدل شده و تأثیر متقابل آنها بر دمای در گام بعدی است. به تعییر فیزیکی، با اعمال تعییر دما در طول استک، مقادیر مقاومت لزجی، مقاومت آسايش حرارتی، تراکم پذیری و اینرسی گاز دچار تعییر شده و فشار و سرعت حجمی به دست آمده در این گام زمانی، روی متغیرهای محاسبه‌ی پروفیل دمای گام زمانی بعدی اثر می‌گذارد و این اتفاق روند حل مسئله را واقعی تر می‌کند.

تفاوت موجود در نمودارهای روش اول و دوم در جهش صورت گرفته در بازه زمانی ۱۲ تا ۱۳ ثانیه نمایان می‌شود. این اختلاف به دلیل شروع نوسانات خود به خودی در سیستم است که باعث تقویت جریان هم‌رفتی سیال در استک می‌شود و به همین دلیل، تعییر دما در نقاط بعدی محسوس شود. در روش دوم تا قبل از شروع نوسانات خود به خودی، بخش اصلی انتقال حرارت به دلیل هدایت حرارتی و تشعشع حرارتی در حجم کترول صورت می‌گرفت. اما پس از شروع نوسانات خود به خودی، جریان هم‌رفتی تقویت شده و منجر به افزایش دمای حسگرهای نصب شده در نیمه دوم استک شد. همچنین با توجه به نمودار شکل ۸ روش دوم، نقاط انتهایی استک (نقاط ۴ تا ۸ نمودار) تا زمان شروع نوسانات خود به خودی تعییرات دمایی کمی را احساس می‌کنند.

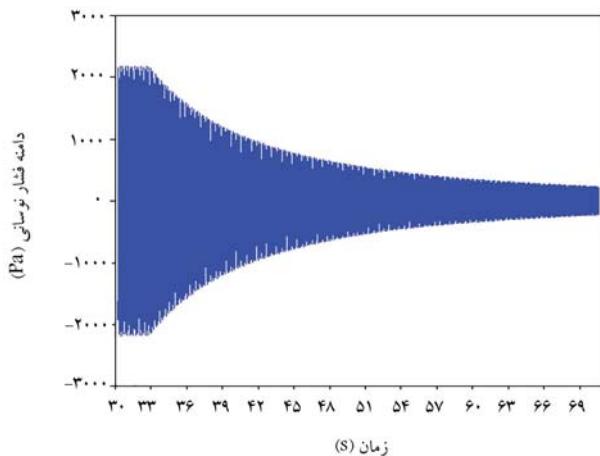
در شکل ۹ دامنه‌ی فشار نوسانی گاز، قبل و اندکی بعد از شروع نوسانات خود به خودی نمایش داده شده است که به کمک تحلیل‌گر مداری، تعییرات ناگهانی دامنه فشار نوسانی را تشخیص داده و زمان شروع نوسانات خود به خودی را ثبت می‌کند. بخش بزرگنمایی شده در شکل ۹ به خوبی نمایان گر تعییرات صورت گرفته در لحظه‌ی شروع نوسانات خود به خودی در سیستم است. در روش دوم، امکان تحلیل



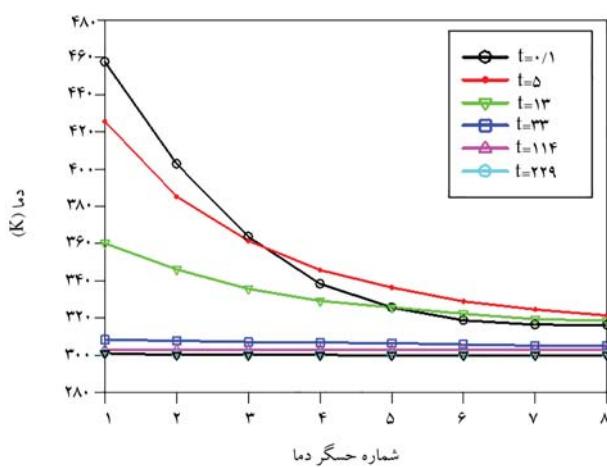
شکل ۱۰. منحنی‌های دما برای ۶ لحظه‌ی مختلف در مرحله‌ی میرابی نوسانات خود به خودی. زمان‌های ثبت شده بر حسب ثانیه است (روش اول).



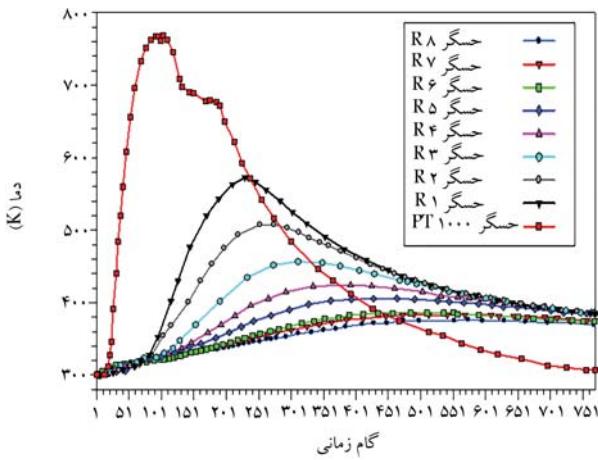
شکل ۹. دامنه‌ی فشار نوسانی در لحظات قبل و اندکی بعد از شروع نوسانات خود به خودی.



شکل ۱۲. دامنه‌ی فشار نوسانی در مرحله‌ی میرایی نوسانات خودبه‌خودی.



شکل ۱۱. منحنی‌های دما در مرحله‌ی میرایی نوسانات (روش دوم).



شکل ۱۳. دمای اندازه‌گیری شده توسط حسگرهای ۱ تا ۸ (PT ۱۰۰۰) و حسگر مجاور گرمکن (PT ۱۰۰۰) در طول فرایند عملکردی سیستم.

ورودی استک افزایش می‌باشد در این حالت مقدار جریان $6/3$ آمپر و لوتار 10 ولت اندازه‌گیری شد. همچنین مقدار شدت صوت تولیدی اندازه‌گیری شده در لحظه‌ی شروع نوسانات خودبه‌خودی برابر با 8 دسی بل بود.

بعد از شروع نوسانات، با کاهش توان ورودی تا مقدار 35 درصد توان ورودی اولیه، تولید صوت همچنان ادامه داشت. این در حالی بود که هرگونه کاهش بیشتر توان، منجر به قطع تولید صوت شد. نحوه تغییرات دمای استک و گرمکن در طول انجام آزمایش، اندازه‌گیری شد که طی آن تغییرات دمایی که 8 حسگر تعییه شده در طول استک اندازه‌گیری کردند، در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. به ترتیب شمارش، نزدیک‌ترین حسگر به گرمکن $R1$ و دورترین حسگر $R8$ است. همچنین به کمک یک حسگر $PT 1000$ نوع K دمای دقیق گرمکن در طول انجام آزمایش اندازه‌گیری شد که در شکل ۱۳ با منحنی قرمز رنگ نمایش داده شده است. منحنی دمای حسگر نصب شده در موقعیت گرمکن در شکل ۱۳ دمای دقیق گرمکن را در طول تمام مراحل آزمایش نمایش می‌دهد. با توجه به شکل ۱۳ دمای حسگر $R1$ حتی تا بعد از ورود به مرحله‌ی خاموشی نیز روبه افزایش است.

در ثانیه‌ی 37 سیستم به حالت تشدید درآمده و هم‌زمان توان ورودی کاهش می‌باشد (کاهش توان ورودی، کاهش دامنه‌ی فشار نوسانی را در بی داشته و باعث همگرایی دامنه‌ی نوسانی فشار و در نتیجه رسیدن به حالت نوسانات پایا می‌شود) تا

روش به رژیم میرایی متفاوت است، اما رفتارهای مشابهی از خود نشان دادند. در روش دوم حل دقیق‌تر این گونه حاصل شد که در هرگام زمانی، با محاسبه‌ی تغییرات دمایی، مقامار المان‌های الکتریکی مدار الکتریکی همترا شده نیز به روزرسانی شد. با اعمال شرایط بیان شده برای حالت تلفیق مدار الکتریکی و حل عددی (روش دوم)، منحنی‌های دما در طول فرایند خاموشی به صورت شکل ۱۱ خواهد بود.

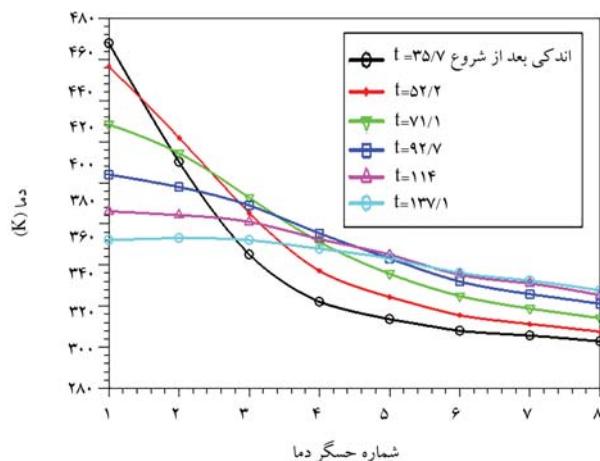
در حالتی که با تغییر دما، مقدار المان‌های الکتریکی همترا شده با موتور گرماصوتی نیز به روزرسانی گردند، پس از گذشت مدت زمان کوتاهی، دما در طول استک به مقدار متعادلی می‌رسد. در این حالت تمام نقاط استک به صورت همزمان دچار کاهش دما می‌شوند.

به عبارت دیگر در ثانیه‌های اولیه رژیم خاموشی همچنان ترم پیپار گرماصوتی به عنوان ترم غالب منتقل کننده ارزی عمل می‌کند اما با گذشت زمان، تأثیر این ترم کاهش یافته و ترم انتقال حرارت هدایتی به عنوان ترم غالب، تا زمان رسیدن به دمای مرتع عمل می‌کند. بعد از ورود به مرحله‌ی خاموشی، جریان هموفرقی کاهش یافته و منجر به افزایش دما در حسگرهای نیمه دوم استک می‌شود. به طور کلی منحنی‌های دما در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ با اختلاف اندکی به صورت یکسان رفتار کردن اما نکته‌ی مورد توجه در این دو شکل مربوط به منحنی دما در ثانیه اول رژیم خاموشی است. در شکل ۱۰ رژیم خاموشی بعد از افعالیت چند دقیقه‌ی بی سیستم در حالت نوسانات پایا اتفاق افتاده است در حالی که در شکل ۱۱ منحنی دما بعد از چند ثانیه عملکرد در مرحله‌ی نوسانات پایا وارد رژیم خاموشی شده است. از آنجا که در روش دوم فاصله‌ی رژیم شروع نوسانات خودبه‌خودی و رژیم خاموشی کوتاه تر است، لذا مقادیر دما در لحظه‌ی ورود به مرحله‌ی خاموشی برای روش دوم، نسبت به همین حالت در روش اول بیشتر است.

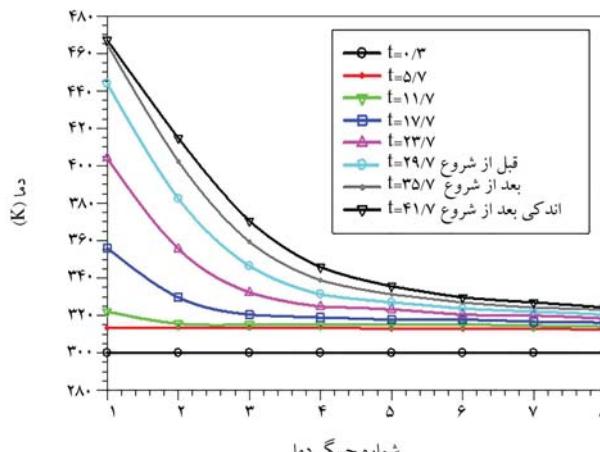
همچنین در شکل ۱۲ روند تغییرات دامنه فشار نوسانی نمایش داده شده است که به محض قطع شدن توان حرارتی ورودی به استک، دامنه فشار نوسانی نیز روند کاهش را در پیش می‌گیرد. شروع فرایند خاموشی از ثانیه 33 ، با حذف توان ورودی اتفاق افتاد.

۷. نتایج تجربی

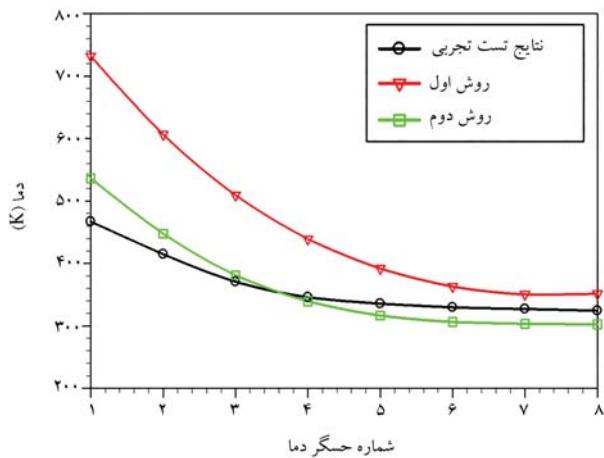
هر آزمون در مدت زمان تقریبی 260 ثانیه انجام شد و در هر ثانیه 3 بار دمای حسگرهای ثبت شد. با اتصال جریان برق، گرمکن شروع به گداخته شدن کرده و دما در



شکل ۱۵. مقادیر دمای اندازه‌گیری شده در طول استک برای مرحله‌ی میرایی نوسانات خودبه‌خودی.



شکل ۱۴. مقادیر دمای اندازه‌گیری شده در طول استک برای لحظات قبل و اندکی بعد از شروع نوسانات خودبه‌خودی. زمان‌ها بر حسب ثانیه است.



شکل ۱۶. منحنی دما در طول استک برای دو روش حل عددی و مقادیر آزمایش تجربی (مرحله‌ی شروع نوسانات خودبه‌خودی).

۷. مقایسه نتایج

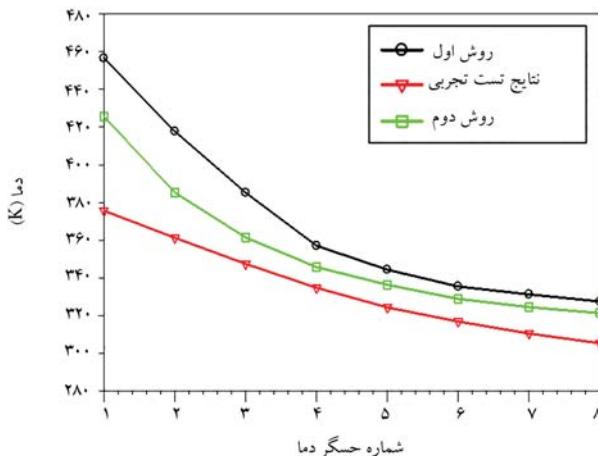
در شکل ۱۶ منحنی تغییرات دما برای دو روش حل عددی و مقادیر اندازه‌گیری شده توسط حسگرهای دما در طول آزمایش نشان داده شده است. نمودار شکل ۱۶ میزان تطابق دمای اندازه‌گیری شده در حالت تجربی و مقادیر محاسبه شده توسط دو روش بیان شده را برای بازه شروع نوسانات خودبه‌خودی نمایش می‌دهد. مقادیر ارائه شده، میانگین دمای اندازه‌گیری شده در مجموع آزمون‌های انجام شده توسط هر حسگر در لحظه‌ی شروع نوسانات خودبه‌خودی است.

باتوجه به شکل ۱۶ مطابقت خوبی میان روند تغییرات دما اندازه‌گیری شده به روش تجربی و دو روش حل عددی دیگر در نیمه انتهایی استک دیده می‌شود. در نیمه نخست استک هرچند داده‌های روش تلفیقی دارای اختلاف اندکی با مقادیر مربوط به حسگرهای در روش تجربی هستند، اما هرچه به ابتدای استک (نقطه R_1) نزدیک می‌شویم، این اختلاف افزایش می‌یابد. علت وجود این تفاوت در موقعیت نیمه‌ی نخست استک، به دلیل وجود فاصله دو میلی‌متری حسگر اول با المنت گرمکن و تأخیر زمانی در برقراری تعادل حرارتی میان حسگر و المنت گرمکن است. استک حدودی شروع و پایداری زمانی ایجاد می‌شود که سیستم مدت زمان مشخصی را در دمای معین گرمکن بگذراند یا به عبارت دیگر دمای گرمکن و حسگر دقیقاً یکسان باشد.

سیستم برای مدتی (حدوداً ۲۰ ثانیه) در حالت نوسانات پایدار فعالیت کند و سپس جریان برق در سیستم قطع شده و دمای استک در طول فرایند میرایی اندازه‌گیری می‌شود. فرایند میرایی نوسانات از لحظه‌ی قطع جریان برق شروع شده و تا زمانی که اختلاف دمای دو طرف استک به زیر حد بحرانی 8 بررسی ادامه دارد در حالی که بعد از قطع جریان برق در سیستم، تولید صوت هفت ثانیه ادامه داشت (تا ثانیه‌ی ۶۰). هنگامی که صوت بلند و یکشاختی تولید شد، توان ورودی سیستم توسط اپراور کاهش یافت. در این حالت حسگر مجاور گرمکن بیشترین دما را ثبت کرد در حالی که دمای ابتدای استک به مقدار بیشینه‌ی خود نرسیده است و این نکته پایین بودن ضریب هدایت حرارتی صفحات میکا قرار گرفته در طول استک را بیان می‌کند.

شکل ۱۴ نمودار شبیه دمای اندازه‌گیری شده در استک در ۸ زمان متفاوت را نمایش می‌دهد. در شکل ۱۴ دمای مجموعه حسگرها در یک زمان معین، در کنار یک دیگر شبیه دمایی در طول استک را مشخص می‌کند و پروفیل دمای مربوط به لحظات قبل و اندکی بعد از شروع نوسانات خودبه‌خودی در سیستم نمایش داده شده است. همچنین شبیه دمایی در طول استک در ۶ زمان متفاوت ثبت شد و در شکل ۱۵ ارائه شده است این لحظات مربوط به اندکی بعد از شروع نوسانات خودبه‌خودی تا محدوده خاموشی سیستم است.

تعداد ۱۰ آزمون برای اطمینان از صحت داده‌های دریافتی حسگرها و بررسی تکرار پذیری آزمایش‌ها انجام شد. مدت زمان انجام آزمایش می‌بایست به اندازه‌ی بیان شده که تأثیر متغیرهایی که در آزمایش وجود دارند، به خوبی نمایان شود. آزمون‌ها برای مدت زمان تقریبی ۲۶۰ ثانیه صورت گرفت و در نهایت، حاصل میانگین داده‌های دریافتی استخراج شد. بیشترین مقدار انحراف معیار در دمای اندازه‌گیری شده در طول انجام ۱۰ آزمون متوالی و در طول استک، برابر ۷/۸ کلوی اندازه‌گیری شد. در بازه شروع فرایند نوسانات خودبه‌خودی تا رسیدن به حالت نوسانات پایا، میزان اغتشاشات موجود در گاز افزایش می‌یابد (به دلیل تغییرات زیاد دامنه‌ی فشار نوسانی) و متأثر از آن، دمای نقاط مختلف دچار تغییرات با سرعتی بالاتر از نرخ اندازه‌گیری حسگرهای دمای تعیین شده در قسمت استک می‌شود. لذا مقادیر انحراف معیار دمای اندازه‌گیری شده، با افزایش دما و در بازه شروع و پایداری نوسانات خودبه‌خودی بیشترین مقادیر را به خود اختصاص دادند.



شکل ۱۷. منحنی دمای استک برای دو روش حل عددی و مقادیر آزمایش تجربی (۵ ثانیه پس از شروع مرحله‌ی نوسانات).

و باعث کاهش دما در نیمه‌ی دوم استک می‌شد، کاهش یافته است. این اثر منجر به افزایش دما در حسگرهای قرارگرفته در نیمه‌ی انتهایی استک می‌شود. همچنین در روزیم خاموشی، اهمیت هدایت حرارتی افزایش یافته و تأثیر انتقال انرژی به کمک امواج صوتی کاهش می‌یابد. این اثر با شدت کمتری برای حل عددی روش اول در شکل ۱۷ دیده می‌شود که بدون تأثیر دما در المان‌های الکتریکی همترآ شده است. اما در روش تلفیقی که در شکل ۱۷ نمایش داده شده است، رفتاری مشابه آنچه توسط حسگرهای دما در آزمایش‌ها ثبت شده، مشاهده می‌شود. بعد از گذشت چند ثانیه از ورود به مرحله‌ی خاموشی، روند کاهشی دما بسیار کمتر می‌شود و در این حالت تمام حسگرهای به تعادل حرارتی رسیده‌اند و هم زمان با یکدیگر دچار کاهش دما تا رسیدن به دمای مرتع می‌شوند. با از بین رفتن نوسانات صوتی در سیستم، جریان همرفتی که در موتور ایجاد شده بود به شدت تضعیف می‌شود. در این حالت تنها عامل انتقال حرارت به محیط، از طریق هدایت حرارتی میان اجزای سیستم و گاز ساکن اطراف سیستم صورت می‌پذیرد. نکته‌ی مورد توجه دیگر مدت زمانی است که سیستم به دمای مرتع می‌رسد. مدت زمان رسیدن سیستم به دمای مرتع برای منحنی‌های دما مربوط به آزمون تجربی نسبت به دو روش حل عددی ارائه شده بیشتر است.

حسگر $R1$ نزدیک ترین حسگر اندازه‌گیری دما به المنت گرمکن در آزمون تجربی بود. همچنین در روش حل عددی، محل ورود توان حرارتی (منبع جریان وابسته در مدار الکتریکی)، ورودی به گره ۱ در نظر گرفته شد. به همین جهت، تغییرات دما در موقعیت مربوط به حسگر اول برای هر سه مرحله‌ی ذکر شده مورد بررسی قرارگرفت (شکل ۱۷).

مقدار این تغییرات برای موقعیت المان‌های بعدی کمتر از مقادیر ثبت شده در موقعیت حسگر شماره ۱ در روش‌های حل عددی، محل ورود توان حرارتی (منبع جریان وابسته در مدار الکتریکی)، ورودی به گره ۱) در نظر گرفته شد. به همین جهت، روش اول قابلیت تشخیص لحظه‌ی شروع نوسانات خود به خودی وجود نداشت و برنامه‌ی تأثیرات زمان ایجاد تعادل حرارتی ادامه می‌یافت لذا برای مقایسه تغییرات دما ثبت شده در مرحله‌ی شروع نوسانات خود به خودی برای روش اول، این تغییرات تا ۱۳/۱ در نظر گرفته شد. شبیه تغییرات دما در هر دو روش برای مرحله‌ی شروع نوسانات خود به خودی کاملاً مشابه است اما روش اول دمای بالاتری را در مرحله‌ی

در طی فرایند آزمایش، بعد از شروع نوسانات خود تقویت شونده، توان ورودی توسط اپراتور کاهش یافت که در این حالت، دامنه فشار نوسانی از حالت واگرا به حالت پایا رسید.

سیستم برای شروع نوسانات به توان بیشتری نیاز دارد و در صورتی که بعد از رسیدن به حالت شروع نوسانات خود تقویت شونده، توان سیستم توسط اپراتور کاهش نیابد، فرکانس نوسانات افزایش یافته و سیستم در دمای بالاتری به تعادل خواهد رسید. این در حالی است که ایجاد نوسانات خود به خودی و عملکرد دستگاه در دمای پایین‌تر همواره مدنظر است. اگر دستگاه با توانی که در حالت نوسانات پایا اعمال شد شروع به کار کند، هیچ‌گاه نوسانات خود به خودی در سیستم شروع نمی‌شود. در موتورهای گرماصوتی با یک مبدل در سمت گرم، به دلیل کاهش لحظه‌ی اختلاف دمای دو طرف استک، فرصت کافی برای ایجاد تعادل حرارتی در هر مرحله از آزمایش (مرحله‌ی شروع، پایداری و خاموشی) وجود ندارد. ذکر این نکته بسیار قابل توجه است که به دلیل وجود فاصله یک میلی‌متری میان لبه‌ی صفحات استک و لوله‌ی استیل (ضخامت نگهدارنده‌ی صفحات استک)، میزان انتقال حرارت از صفحات به محیط، نسبت به حالت حل عددی کمتر است و در طول انجام آزمایش منجر به افزایش دما در استک می‌شود. این موضوع از مقایسه‌ی منحنی‌های دمای رسم شده برای روش دوم و آزمون تجربی در شکل ۱۶ برای حسگرهای انتهایی استک کاملاً مشخص است.

به طور کلی روش تلفیقی مطابقت مناسبی را با داده‌های آزمون تجربی نشان داد. در میانگین آزمون‌های تجربی انجام شده، زمان اندازه‌گیری شده برای شروع نوسانات خود به خودی ۳۷ ثانیه اندازه‌گیری شد. با توجه به این که مقدار توان ورودی اندازه‌گیری شده در آزمون تجربی به دلیل وجود تلفات فرعی، دقیقاً برابر با همان مقدار توان اعمال شده به حل عددی نیست و همچنین مدت زمان مشخصی طول می‌کشد تا المنت گرمکن به دمای آستانه‌ی شروع نوسانات برسد، همه‌ی این موارد منجر به وجود اختلاف میان زمان اندازه‌گیری شده در آزمون‌های تجربی و حل عددی شده است. در حالتی که عدم قطعیت بیان شده، در حل عددی روش تلفیقی وجود ندارد و به محض شروع حل، توان ورودی ۶۵ وات به طور دقیق در هر لحظه در معادلات اثر می‌کند. به عبارت دیگر در آزمایش‌های تجربی دمای گرمکن یک شبیه خطی را از دمای مرتع تا رسیدن به مقدار بیشینه، برحسب زمان طی می‌کند و این اتفاق در میانگین آزمون‌ها ۲۲ ثانیه طول می‌کشد که منجر به افزایش زمان شروع نوسانات خود به خودی می‌شود. مدت زمان لازم برای شروع فرایند نوسانات خود به خودی در حل عددی به روش تلفیقی ۱۳/۱ ثانیه اندازه‌گیری شد که با احتساب مدت زمانی که طول می‌کشد تا گرمکن به دمای مشخص برسد، مطابقت خوبی با زمان اندازه‌گیری شده در آزمون‌های تجربی دارد.

مرحله‌ی سوم ورود به ناحیه‌ی خاموشی سیستم است که در شکل ۱۵ و شکل ۱۱ منحنی‌های دمای حاصل از روش‌های حل عددی اول و دوم و در شکل ۱۳ منحنی‌های دمای برای آزمون تجربی نمایش داده شده است. شکل ۱۷ مقایسه‌ی از شکل‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۳ است که تغییرات دما در مرحله‌ی خاموشی را نمایش می‌دهد. با توجه به شکل ۱۷ روند کاهش دما در طول استک برای دو روش حل عددی و نتایج آزمون تجربی، برای تأثیرات ۱۵ و روش حل عددی شده است. در آزمایش‌های تجربی با ورود به مرحله‌ی خاموشی نشان داده شده است. در آزمایش‌های تجربی با ورود به مرحله‌ی خاموشی، دمای گزارش شده توسط حسگرهای کاهش می‌یابد، اما با توجه به کاهش شدت نوسانات صوتی در سیستم، بخشی از انرژی که به صورت توان صوتی از سیستم خارج

صورت گرفت که طی آن نتایج کلی ذیل حاصل گشت:

- ارائه روش تلفیقی حل عددی و همترازی مدار الکتریکی برای یک موتور گرماسوتی موج ایستا با یک انتهای بسته که با دقت مناسبی بر نتایج آزمون های تجربی مطابقت داشت;

- محاسبه زمان تقریبی شروع فرایند نوسانات خودبه خودی در یک موتور گرماسوتی به کمک روش ارائه شده این مقدار برای روش حل تلفیقی $13/1$ ثانیه اندازه گیری شد؛

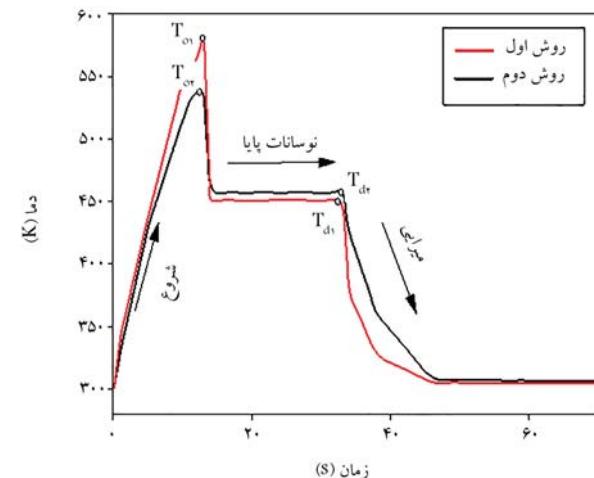
- اندازه گیری شبیه دما در طول استک موتور گرماسوتی موج ایستا به کمک دو روش حل عددی ارتفا یافته. پروفیل دمای ثبت شده در طول استک برای روش دوم، مطابقت بیشتری را با نتایج حل عددی نشان داد.

- بررسی عددی تفاوت میان شرایط شروع و میرایی نوسانات در سیستم که با تحلیل دامنه فشار نوسانی در روش دوم مشخص شد. در این حالت شروع نوسانات پروفیل دمای اندازه گیری شده در طول استک با پروفیل دما در لحظه ای حذف توان حرارتی ورودی به سیستم که درست در انتهای حالت نوسانات پایا اندازه گیری شد، نشان دهنده وجود اختلاف دما میان فرایند شروع و میرایی در موتور گرماسوتی موج ایستا مدل شده بود؛

- مقدار توان حرارتی ورودی به موتور گرماسوتی برای شروع نوسانات خودبه خودی وابسته به جنس ماده مورد استفاده در استک است؛

- در یک توان حرارتی ورودی یکسان، استفاده از ورقه های میکا به جای ورقه های آهن گالوانیزه در استک موتور گرماسوتی، زمان شروع نوسانات خودبه خودی را کاهش می دهد؛

- هرچه میزان رسانش حرارتی ماده مورد استفاده در استک موتور گرماسوتی کمتر باشد، مدت زمان عملکرد سیستم در حالت نوسانات پایا بیشتر خواهد بود.



شکل ۱۸. منحنی دمای حسگر $R1$ برای مرحله شروع، پایداری و میرایی نوسانات خودبه خودی. مقادیر T_O و T_d به ترتیب نمایش دهنده مقدار دمای بحرانی شروع و میرایی نوسانات در سیستم است.

شروع نوسانات پیش بینی کرده است. مرحله نوسانات پایا به مدت 20 ثانیه برای روش دوم ادامه داشت و برای روش اول از تعادل حرارتی در توان حرارتی پایین تر حاصل شد. برای هر دو روش حل عددی، دمای ثبت شده برای حالت نوسانات پایا کمتر از دمای ثبت شده طی فرایند شروع نوسانات خودبه خودی است و وجود دو دمای بحرانی در سیستم را تأیید می کند. بخش سوم نمودار که از ثانیه ۳۷ شروع می شود، مربوط به رژیم میرایی است که با حذف توان حرارتی ورودی آغاز می شود و تا لحظه رسیدن به دمای مرجع ادامه می یابد. به طور کلی در روش دوم با تأثیر دما بر مقدار المان های الکتریکی، تغییرات دما به صورت هموار تر محاسبه شد.

۸. نتیجه گیری

در این پژوهش یک مدل حل عددی و شبیه سازی الکتریکی برای موتور گرماسوتی موج ایستا ارائه شد که تلفیقی از حل عددی معادلات گرماسوتی و همترازی مدار الکتریکی بود که با در نظر گرفتن ظرفیت حرارتی صفحه میانی، تغییرات زمانی دما در طول استک بررسی شد. مدل مدار الکتریکی همترا شده با موتور گرماسوتی موج ایستا، در بخش استک به شکل خاصی همترا شده بود که امکان شبیه سازی کامل یک دستگاه گرماسوتی را فراهم کرد.

مشخصات مربوط به این همترازی حاصل از نمونه ساخته شده برای انجام تحقیقات تجربی در این پژوهش بود. در این مدل همترازی مدار الکتریکی، بخش استک به تعداد ۸ قسمت تقسیم شده مشاهده پروفیل دما در طول آن فراهم شد و دقت محاسبه دما را از دو نقطه به ۸ نقطه در طول استک افزایش داد. همچنین فرایندهای شروع، پایداری و میرایی نوسانات در سیستم به کمک دو روش در این پژوهش بررسی شد که طی آن روش دوم قادر به پیش بینی زمان شروع و میرایی نوسانات خودبه خودی در سیستم بود.

نمودارهای خروجی روش حل عددی با نمودارهای آزمایش تجربی مطابقت خوبی داشتند؛ لذا مدل بررسی شده برای یک استک با یک مبدل حرارتی که ایزو لاسیون حرارتی روی آن صورت نگرفته است، نتایج خوبی را به نمایش گذاشت.

$G(x)$: اثر پیچازگر مصوّتی	W
$J/K.mol$: تابت جهانی گاز	R_*
: عدد پراتل:	σ
: تابع لزجی رات:	f_v
: تابع حرارتی رات:	f_k
: نسبت حرارتی ویژه:	γ
: وسیکوزیته دینامیکی	$kg.s/m$
: ظرفیت گرمایی ویژه فشار تابت	C_p

پانوشت‌ها

1. Kalina cycle
2. heat recovery steam generators (HRSGs)
3. thermo-acoustic effect
4. rott
5. bistability
6. hysteresis
7. low-pressure amplitude (5-10% Pm)
۸. حد بحرانی، مقدار اختلاف دمایی است که طی آن نوسانات خود به خودی در سیستم در حالت پایا باقی خواهد ماند.

منابع (References)

1. Wang, K., Sanders, S.R., Dubey, S. and et al. "Stirling cycle engines for recovering low and moderate temperature heat: a review", *Renew. Sustain. Energy Rev.*, **62**, pp. 89-108 (2016). DOI: 10.1016/j.rser.2016.04.031.
2. Suresh, C. and Saini, R.P. "Review on solar thermal energy storage technologies and their geometrical configurations", *Int. J. Energy Res.*, **44**(6), pp. 4163-4195 (2020). DOI: 10.1002/er.5143.
3. Safaei, M., Sodano, H.A. and Anton, S.R. "A review of energy harvesting using piezoelectric materials: state-of-the-art a decade later (2008-2018)", *Smart Mater. Struct.*, **28**(11), pp.44-45 (2019). DOI: 10.1088/1361-665X/ab36e4.
4. Robbins, T. and Garimella, S. "A centrally heated, air-coupled adsorption cooling system driven by waste heat", *Int. J. Refrig.*, **120**, pp. 58-65 (2020). DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2020.08.026.
5. Jin, T., Huang, J., Feng, Y. and et al. "Thermoacoustic prime movers and refrigerators: thermally powered engines without moving components", *Energy*, Elsevier, **93**(P1), pp. 828-853, (Dec. 15 2015). DOI: 10.1016/j.energy.2015.09.005.
6. Karlsson, M., Åbom, Lalit, M. and et al. "A Note on the applicability of thermo-acoustic engines for automotive waste heat recovery", *SAE Int. J. Mater. Manuf.*, **9**(2), pp. 286-293 (2016). DOI: 10.4271/2016-01-0223.
7. Bou Nader, W., Chamoun, J. and Dumand, C. "Thermoacoustic engine as waste heat recovery system on extended range hybrid electric vehicles", *Energy Convers. Manag.*, **215**(April), p. 112912 (2020). DOI: 10.1016/j.enconman.2020.112912.
8. Ramadan, I.A., Bailliet, H. and Valière, J.C. "Experimental investigation of acoustic streaming in a simple thermoacoustic engine", *24th Int. Congr. Sound Vib. ICSV 2017*, pp. 1-8 (2017).
9. Wang, K., Dubey, S., Choo, F.H. and et al. "Thermoacoustic stirling power generation from LNG cold energy and low-temperature waste heat", *Energy*, **127**, pp. 280-290 (2017). DOI: 10.1016/j.energy.2017.03.124.
10. Chen, G., Tang, L., Yang, Z. and et al. "An electret-based thermoacoustic-electrostatic power generator", *Int. J. Energy Res.*, **44** (3), pp. 2298-2305 (2020). DOI: 10.1002/er.5019.
11. Chen, G., Tang, L. and Mace, B.R. "Modelling and analysis of a thermoacoustic-piezoelectric energy harvester", *Appl. Therm. Eng.*, **150** (November 2018), pp. 532-544 (2019). DOI: 10.1016/j.aplthermaleng.2019.01.025.
12. L. R. W. "The Theory of Sound", *Nature*, **58**(1493), pp. 121-122 (Jun 1898). DOI: 10.1038/058121a0.
13. Rott, N. "Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes", *Zeitschrift für Angew. Math. und Phys. ZAMP*, **20**(2), pp. 230-243 (1969). DOI: 10.1007/BF01595562.
14. Qiu, L.M., Lai, B.H., Li, Y.F. and et al. "Numerical simulation of the onset characteristics in a standing wave thermoacoustic engine based on thermodynamic analysis", *Int. J. Heat Mass Transf.*, **55**(7-8), pp. 2200-2203 (2012). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.11.043.
15. Rott, N. "Thermoacoustics", **20**, C-S. Yih. Elsevier, pp.135-175 (1980).
16. Swift, G.W. "Thermoacoustic engines", *J. Acoust. Soc. Am.*, **84**(4), pp. 1145-1180 (Oct 1988). DOI: 10.1121/1.396617.
17. A. Cox. "Natural Engines", *Phys. Today*, **38**(8), pp. 50-58 (1985). DOI: 10.1063/1.880985.

18. Zhou, S., and Matsubara, Y. "Experimental research of thermoacoustic prime mover", *Cryogenics (Guildf)*, **38**(8), pp. 813-822 (1998). DOI: 10.1016/S0011-2275(98)00055-1.
19. Chen, G., Krishan, G., Yang, Y. and et al. "International journal of heat and mass transfer numerical investigation of synthetic jets driven by thermoacoustic standing Waves", *Int. J. Heat Mass Transf*, **146**, p. 118859 (2020). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118859.
20. Piccolo, A. "Numerical study of entropy generation within thermoacoustic heat exchangers with plane fins", no. July, pp. 8228-8239 (2015). DOI: 10.3390/e17127875.
21. El-rahman, A.I.A., Abdelfattah, W.A. and Fouad, M.A. "International journal of heat and mass transfer a 3D investigation of thermoacoustic fields in a square stack", *Int. J. Heat Mass Transf*, **108**, pp. 292-300 (2017). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.12.015.
22. Mergen, S., Yıldırım, E. and Türkoglu, H. "Numerical study on effects of computational domain length on flow field in standing wave thermoacoustic refrigerators", *Cryogenics (Guildf)* (2018). DIO: 10.1016/j.cryogenics.2018.09.012.
23. Ilori, O.M., Jaworski, A.J. and Mao, X. "Experimental and numerical investigations of thermal characteristics of heat exchangers in oscillatory flow ", *Appl. Therm. Eng* (2018). DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.07.073
24. Cao, N., Olson, J.R., Swift, G.W. and et al. "Energy flux density in a thermoacoustic couple", *J. Acoust. Soc. Am*, **99**(6), pp. 3456-3464 (1996). DOI: 10.1121/1.414992.
25. Ishikawa, H. and Mee, D.J. "Numerical investigations of flow and energy fields near a thermoacoustic couple", *J. Acoust. Soc. Am*, **111**(2), pp. 831-839 (2002). DOI: 10.1121/1.1430687.
26. Piccolo, A. and Pistone, G. "Estimation of heat transfer coefficients in oscillating flows: The thermoacoustic case", *Int. J. Heat Mass Transf*, **49**(9-10), pp. 1631-1642 (2006). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.11.009.
27. Swift, G.W., *Thermoacoustics*. Cham: Springer International Publishing (2017).
28. Jin, T., Yang, R., Liu, Y. and Tang, et al. "Thermodynamic characteristics during the onset and damping processes in a looped thermoacoustic prime mover", *Appl. Therm. Eng*, **100**, pp. 1169-1172 (2016). DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2016.02.115.
29. Qiu, L.M. and et al. "Characteristics of onset and damping in a standing-wave thermoacoustic engine driven by liquid nitrogen", *Chinese Sci. Bull*, **58**(11), pp. 1325-1330 (2013). DOI: 10.1007/s11434-012-5214-z.
30. He, Y.L., Ke, H.B., Cui, F.Q. and et al. "Explanations on the onset and damping behaviors in a standing-wave thermoacoustic engine", *Appl. Therm. Eng*, **58**(1-2), pp. 298-304 (2013). DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.04.031.
31. Chen , G.B. and Jin, T. "Experimental investigation on the onset and damping behavior of the oscillation in a thermoacoustic prime mover", *Cryogenics (Guildf)*, **39**(10), pp. 843-846 (1999). DOI: 10.1016/S0011-2275(99)00099-5.
32. Clark, J.P., Ward, W.C. and Swift, G.W. "Design environment for low-amplitude thermoacoustic energy conversion (DeltaEC)" *J. Acoust. Soc. Am*, **122**(5), p. 3014 (2007). DOI: 10.1121/1.2942768.
33. Xiao, J.H. "Thermoacoustic heat transportation and energy transformation part 1: formulation of the problem", *Cryogenics (Guildf)* , **35**(1), pp. 15-19 (1995). DOI: 10.1016/0011-2275(95)90419-G.
34. Marx, D. and Blanc-benon, P. "Numerical calculation of the temperature difference between the extremities of a thermoacoustic stack plate", **45**, pp. 163-172 (2005). DOI: 10.1016/j.cryogenics.2004.08.007.
35. Aben, P. "High-amplitude thermoacoustic flow interacting with solid boundaries", Eindhoven University of Technology Library (2010).
36. Arnott, W.P., Belcher, J.R., Raspet, R. and et al. "Stability analysis of a helium-filled thermoacoustic engine", *J. Acoust. Soc. Am*, **96**(1), pp. 370-375 (1994). DOI: 10.1121/1.410486.

* مشخصات مقالات ارسالی:

مقاله به صورت دوستونی (طول سطر ۸/۵ سانت) در قالب نرم افزار Word با قلم نازنین پوینت ۱۲ با فاصله سطر مناسب (تسامی معادلات، علامت ریاضی، رابطه‌ها الزاماً فقط در محیط Mathtype) ارائه شود و منضم به نامه معرفی مقاله از سوی استاد راهنمایی سایت مجله ارسال شود.

* ضمن معرفی نویسنده مسؤول مقاله، نشانی پست الکترونیکی کالیه نویسنده‌گان قید شود.

* صفحه عنوان شامل: عنوان مقاله، اسمی نویسنده‌گان و ذکر نویسنده مسئول، درج آخرین درجه علمی کالیه نویسنده‌گان، نشانی پست الکترونیکی ایشان، چکیده فارسی بین ۱۳۰ تا ۱۵۰ کلمه، چکیده انگلیسی در حد یک صفحه A4 کامل (قلم Times فونت ۱۲) و کلمات کلیدی فارسی و انگلیسی ارائه شود.

* سایر اجزای اصلی مقاله، نظری مقدمه، عنوانی بخش‌های اصلی و زیربخش‌ها، نتیجه‌گیری به صورت شماره‌بندی و کاملاً مشخص باشد، حجم مقاله نیز بین ۷ - ۱۵ صفحه - با احتساب شکل و نمودار - باشد.

* کلیه‌ی عبارات، اصطلاحات و اعداد و ارقام در جداول، نمودارها و شکل‌ها باید به فارسی باشد و موضوع جداول در بالای آنها و موضوع شکل‌ها و نمودارها در زیر آنها درج شود.

نکته: از آنجاکه مطالب مجله در ستون‌های ۸/۵ سانتی‌متری آراسته می‌شوند، لازم است اصل (اورژینال) شکل و نمودار در عرض ۸ یا ۱۶ سانتی‌متر با خصامت کادر ۸px و خط نمودار ۶px تهیه شوند. پذیرش اصل شکل‌ها و نمودارها فقط در محیط فتوشاپ با Resolution 600 با پسوند Tif یا JPG است.

* از به کار بردن کلمات و اصطلاحات لاتین که دارای معادل متدال فارسی می‌باشند، اجتناب شود. در صورت ضرورت استفاده از واژه‌ی لاتین، معادل انگلیسی آن نیز داده شود.

یادآوری مهم و ضروری: با توجه به یکسان سازی شکل‌های کالیه مقالات در محیط فتوشاپ، لازم است اعداد تصاویری که دارای راهنمای رنگی و کاترور (فشار، سرعت، تنفس...) هستند، با فرمت جنرال (عدد معمولی) ارائه شود (طبق شکل‌های نمونه) و از آوردن اعداد به صورت نماد علمی و سایر نمادها جدا خودداری شود.

* کلیه‌ی منابع مورد استفاده، شماره‌بندی (از شماره یک و به طور مسلسل)، و در متن مقاله در داخل کروشه [] مشخص شود. در بخش مراجع کلیه‌ی منابع مورد استفاده به زبان انگلیسی ارائه شود. با توجه به مثال‌های زیر نوشته شوند. (مراجع فارسی نیز به انگلیسی ترجمه شده و در انها واژه‌ی (In Persian) داخل پرانتز قید شده و سال آنها نیز به میلادی برگردان شوند).

Examples:

Journals:

Mirghafoori, S.H., Sadeghi Arani, Z. and Jafarnejad, A. "Forcasting success of commercialization of innovative ideas using artificial neural networks; the case of inventors and innovations in Yazd province", *Journal of Science and Technology Policy*, 4(1), pp. 63-76 (In Persian) (2011).

Journals:

Johnson, W. and Mamalis, A.G. "The perforation of circular plat with four sided pyramidal - headed square-section punches", *Int. J. of Mech. Sci.*, 20 (3), pp.801-820 (1990).

Books:

Hindmarsh, J. "The electrical-circuit viewpoint", *In Electrical Machines and their Applications*, P. Hammond, Ed., 4th Edn., pp. 57-130, Pergamon Press, Oxford, UK (1975).

Proceedings and reports:

Walker, L.K. and Morgan, J.R. "Field performance of firm silty clay", *9th Int. Conf. on Soil Mech. And Found. Engrg.*, 1, Tokyo, Japan, pp.341-346 (1977).

Barksdale, R.D. and Bachus, R.C. "Design and construction of stone columns", Report SCEGIT 83-10, Georgia Inst. of Tech., Atlanta, GA, submitted to Fed. Highway Admin (1983).

Bhandari, R.K.M. "Behavior of tank founded on soil reinforced with stone columns", *VIII European Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg.*, Helsinki (1983).

راهنمای نگارش مقالات مجله‌ی علمی و پژوهشی



مجله‌ی علمی و پژوهشی «شریف» از انتشارات دانشگاه صنعتی شریف است که هدف آن فراهم آوردن بستری مناسب برای تبادل اطلاعات در زمینه‌ی پژوهش‌های علمی، فنی و تخصصی در میان استادان و دانشمندان و اعیانی سطح داشت نظری و علمی آنان و نیز تهیه‌ی مجموعه‌ی مفید است. چاپ مقالات در مجله‌ی شریف منوط به دارا بودن یکی از ویژگی‌های زیر است:

۱. مقالاتی که حاوی مطالب بدین در زمینه‌ی های علمی و فنی بوده و در مجله‌ی دیگری به چاپ نرسیده باشند؛
مقالات‌های ارائه شده در کنفرانس، از این امر مستثنی هستند و مانند سایر مقالات ارزیابی شده و در صورت تایید به چاپ می‌رسند.

۲. مقالات مبنی بر تحقیقات نظری و علمی پیشرفته، دارای یکی از مشخصات زیر:

- ۱.۲. با تقدیم و بررسی در موضوعات فنی و مهندسی، به طرح نظرهای جدیدی پرداخته و به تابع تازیمی دست یافته باشند.
- ۲.۲. به اختصار و در زمینه‌های فنی، صنعتی و پژوهشی تدوین شده باشند.
- ۳.۲. پژوهش، تلخیص و استنتاج از برخی آثار بر جسته‌ی علمی و فنی باشند.

was used. The numerical results show that changing the geometry of the nozzle hole and creating a rotational flow inside it leads to reducing the severity of cavitation and thus reducing the erosion and corrosion caused by it and increasing the life of the injector nozzle. Thus the fuel spray characteristics can be controlled by creation of swirly flow and changing the nozzle geometry and needle lift profile. Numerical results and experimental data validated from previous researches.

Key Words: Marine diesel engines, swirly flow, turbulence intensity, fuel injection angle, emission.

MODEL DEVELOPMENT FOR STARTUP AND DAMPING OF A STANDING WAVE THERMO-ACOUSTIC ENGINE

A. Moradi

moradialireza@modares.ac.ir

F. Ommi(corresponding author)

fommi@modares.ac.ir

M. Bahrami

bahramy.mohsen@modares.ac.ir

Dept. of Mechanical Engineering

Tarbiat Modares University

Z. Saboohi

saboohi@ari.ac.ir

Aerospace Research Institute

Tehran

DOI:10.24200/J40.2021.57707.1586

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 113-125, Research Note

© Sharif University of Technology

- Received 24 April 2021; received in revised form 17 September 2021; accepted 2 November 2021.

Abstract

This paper presents a numerical method to evaluate the system conditions in transient mode for a standing wave

thermo-acoustic engine (STAE). This method focuses on increasing the accuracy of predictions and creating a better eyesight of the operating conditions of these devices. Combining the numerical solution of transient mode with the electrical circuit analogy of standing wave TAE, is the main idea of this work. Electrical circuit analogy of STAE is done by assuming each component of a STAE as a lumped element. The result of Combining the time-dependent numerical solution and the electrical circuit analogy is a code, which determines the condition of startup, steady periodic, and damping regime of the spontaneous oscillations in the STAE. Accordingly, a nonlinear temperature distribution is obtained along the hot core. The developed numerical approach is in line with the experimental results of a STAE. Based on this method, the temperature variations along the stack and the impact of stack material on startup time and onset temperature are numerically investigated. Additionally, the onset temperature profiles are calculated and presented comparatively for the numerical and experimental results. The startup time of spontaneous oscillations is calculated for the standing wave system. Consequently, the best geometry that quickly reaches the sustained oscillations can be selected using this model. Examining the temperature profile during the startup and damping process highlights a temperature difference between these two processes. Observations show that using a material with lower thermal conductivity in the stack section can reduce the onset-damping temperature difference. Also, with the help of this method the startup moment of spontaneous oscillations was calculated as second in the system. The data obtained from the experimental tests and the temperature profiles resulting from the numerical solution method, showed a good agreement with each other for the onset and damping process in the system. The novel approach described here shows potential in capturing the onset-damping behavior of thermoacoustic systems efficiently.

Key Words: Thermo-acoustic engine, standing wave, onset process, damping process, electrical circuit analogy, numerical solution.

M. Taghipoor(corresponding author)

mtaghipoor@sharif.ir

Dept. of Mechanical Engineering

Sharif University of Technology

DOI:10.24200/J40.2022.59079.1621

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 85-97, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 14 November 2021; received in revised form 2 January 2022; accepted 18 January 2022.

Abstract

Hot isostatic pressing (HIP) is a manufacturing process used in powder metallurgy science. It can be used to consolidate a powder, enhance the properties of a single crystal, solidify a cast blade in a specified direction and generally, densify a cold pressed, sintered or a cast part. The numerical simulation of the thermofluidic responses of working gases can provide important and detailed information about the dynamics of fluid flow and heat transfer in a HIP furnace. This information cannot be obtained from experimental observations. The experimental investigation of such a high temperature and pressure process is quite expensive. Moreover, the high working pressure and temperature limits the application of probes and sensors that may enable detailed data collection. This paper presents the modeling procedure and the results of a numerical investigation of a HIP furnace. The effects of the heater temperature, the performance of the cooling water system, and the presence of a radiation shield in front of the element were studied for two working gases. Moreover, investigation of the element heat flux and the temperature variation of the furnace could be used to choose a proper element and design an accurate control system. In order to increase the accuracy of the results, a real gas thermodynamic model has been also employed. In terms of physical modeling, the momentum and continuity equations and a two-equation turbulence model were coupled with the energy equation and radiation correlations. The results indicate that the final furnace pressure is directly influenced by the performance of the cooling system and the initial furnace pressure. A linear relation between the final and initial furnace pressure is observed. In addition, the final pressure is dependent on the type of the working gas whereas the temperature distribution is not significantly varied by gas selection. Based on the results, existence of the radiation shield causes non-uniformity in the flow field and temperature distribution of the hot zone area. The thermal conductivity of the furnace wall has a significant effect on the furnace heat loss. As the thermal conductivity increases tenfold, heat loss increases by 700 percent.

Key Words: Hot isostatic pressing furnace, numerical simulation, heat transfer.

NUMERICAL INVESTIGATION ON THE EFFECT OF INCREASING TURBULENCE INTENSITY AND CHANGING THE INJECTION ANGLE ON THE PERFORMANCE AND EMISSION OF CATERPILLAR MARINE DIESEL ENGINE

A.H. Farajollahi(corresponding author)

a.farajollahi@sharif.edu

Dept. of Engineering

Imam Ali University

R. Friruzi

rezafriruzi@edu.ikiu.ac.ir

Faculty of Engineering

Imam Khomeini International University

DOI:10.24200/J40.2021.57189.1573

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 99-112, Research Note

© Sharif University of Technology

- Received 26 December 2020; received in revised form 28 August 2021; accepted 9 October 2021.

Abstract

In this article, the effect of increasing turbulence intensity and changing fuel injection angle on performance and pollution of Caterpillar marine diesel engine has been investigated using computational fluid dynamics method in Fire software. To this end, two phase flow inside the diesel injector was simulated using the CFD. Solidworks software has been used for geometry creation and AVL-Fire software has been used for meshing and simulating. In order to increase the turbulence intensity, the groove inside the injector nozzle has been used and the fuel injection angle has been increased. Numerical results of injector and diesel engine simulation in operating conditions were compared with experimental data and a good agreement was observed between them. The results of diesel engine performance show that grooving, increasing turbulence intensity and fuel injection angle lead to a 75% increase in power and torque output and a 37% reduction in fuel consumption compared to the cylindrical fuel nozzle. Also, the results related to the pollution of this marine diesel engine show that in this case, the pollutants of carbon monoxide and nitrogen oxide decreasing 42.73% and 45.45%, respectively. Also, in this case, the engine has no problem in terms of producing soot pollutants and the soot produced during the combustion process is well oxidized. Then, in order to create a rotational flow and reduce the intensity of cavitation as well as the resulting erosion, the geometry of the cylindrical nozzle hole was changed to a converging cone and the groove inside it

the degradation process in the rolling element bearings (REBs). In the first step, this feature is transformed into a stationary time series using logarithmic transformation. That is because the long short-term memory neural network (LSTM-NN) works better with the stationary time series. Training the LSTM-NN is performed by this stationary time series as the input and the response is the training time series with values shifted by one time step. Therefore, the LSTM-NN learns to predict the value of the next time step at each point. In other words, to forecast the values of multiple time steps in the future, previous forecasted steps are used as inputs. Next, the values of the future time steps are returned to the main non-stationary form to predict the trend of the peak in the future. Importantly, new measured data can be used to perform new predictions. For this purpose, for every new measured data, the LSTM-NN repeats the mentioned steps and generates a new trend. This algorithm is a trend-dependent method. Therefore, an REB that has a slow degradation stage in its life, which is corresponding to the growth and expansion of defects in REBs, is appropriate to be studied by this algorithm. This method is implemented on two REBs from PRONOSTIA accelerated-life test which have been used by many researchers in the literature. According to the prediction results, the remaining time that peak amplitude trend touches a given threshold is provided. If this threshold is a criterion for the end of life (EoL), this method can be used to determine the RUL. The performance of the proposed method has been evaluated and the presented results are in a good agreement with the experimental data.

Key Words: Recurrent Neural Network (RNN), Long Short-Term Memory (LSTM), Remaining Useful Life (RUL), time series forecasting, bearing accelerated-life test.

Abstract

Darrieus type vertical axis wind turbine is an appropriate choice for local electricity generation in urban environments. The major aerodynamical challenge in these turbines is dynamic stall which drastically affects the aerodynamic performance of the turbine. In this study, the effect of plasma actuator on aerodynamic performance of a Darrieus type vertical axis wind turbine was numerically investigated. Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes (URANS) equations were employed, accompanied with $k-\omega$ SST turbulence model. Suzen-Hoang model was used to model plasma actuator that calculates body force source term representing plasma actuator effects. The pressure-based finite volume method was utilized to solve the governing equations. First, the physics of dynamic stall in turbine blade was explored. Results show that the contribution of connection point moment in instantaneous moment of a blade is more than 25 percent. Moreover, counter clock-wise vortex in the suction side of blade was found to have a significant role in the blade's performance. To study plasma actuator effects, three test cases of inboard, outboard, and two side actuation, were considered and compared with the clean blade (no plasma actuator). The inboard plasma actuator weakened the dynamic stall vortex, increased lift, and decrease drag force in the down-stroke motion of the blade. Nevertheless, plasma has no effect during the up-stroke motion since the flow is attached to the blade's surface. The inboard actuation is effective for blade azimuth angles in the range of 70 to 180 degrees, and the outboard actuation is effective in blade azimuth angles between 180 to 290 degrees. In conclusion, plasma actuator leads to a 10 percent enhancement in power production for inboard actuation and two-sided actuation, but no significant effects were observed for outboard actuation.

Key Words: Vertical axis wind turbine, dynamic stall, active flow control, plasma actuator.

ACTIVE FLOW CONTROL IN DARRIEUS WIND TURBINE BLADE USING PLASMA ACTUATOR

M. Zare Chavoshi

zare@ae.sharif.ir

A. Ebrahimi (corresponding author)

ebrahimi_a@sharif.ir

Dept. of Aerospace Engineering

Sharif University of Technology

DOI:10.24200/J40.2022.59189.1623

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 73-83, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 30 October 2021; received in revised form 25 January 2022; accepted 29 January 2022.

NUMERICAL INVESTIGATION OF AFFECTING PARAMETERS ON THE THERMAL AND DYNAMIC PERFORMANCE OF A HOT ISOSTATIC PRESSING FURNACE

S. Shoaei

Saeed.shoaei@mech.sharif.edu

M. Bakouei

bakouei.mostafa@mech.sharif.edu

M.M. Behzadi

mohammadmatin.behzadi@mech.sharif.edu

analytical solution for river networks can model more complex river networks and can be considered a criterion for the validation of numerical solutions. Also, the existing analytical solution can be used as a tool to validate other analytical solutions in the river network.

Key Words: Analytical solution, laplace transform method, advection-dispersion-reaction equation, river network, concentration distribution function.

SIMULTANEOUS ATTITUDE AND BENDING-TORSIONAL-VIBRATION CONTROL OF A SATELLITE WITH MULTI-SECTION FLEXIBLE PANELS USING PDE BASED BOUNDARY CONTROL-OBSERVER

M.M. Ataei

mehdi.sut@gmail.com

H. Nejat Pishkenari

nejat@sharif.edu

H. Salarieh(corresponding author)

salarieh@sharif.edu

School of Mechanical Engineering

Sharif University of Technology

DOI:10.24200/J40.2021.58511.1604

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 51-62, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 4 September 2021; received in revised form 30 October 2021; accepted 26 December 2021.

Abstract

In this paper a PDE observer based boundary control method is presented for attitude control and vibration suppression of a general form of flexible satellites considering torsional deflections in addition to bending for the first time. Attitude dynamics of the rigid hub together with the vibrations of solar panels form a coupled system of ordinary and partial differential equations which is controlled directly in this paper without discretization. Consequently, spill-over instability is avoided that may rise from the ignored vibration modes through simplifying partial differential equations into ordinary ones. The presented method requires the least number of feedbacks from boundaries which are estimated by the observer. Therefore, control system still uses information from vibrations in distributed parts while just attitude data shall be measured. Besides, no actuators excess to regular torque actuators in the main hub like reaction wheels are needed. Dynamic model is derived via Hamilton principle method which encompasses coupled ODE-PDE attitude dynamic equations plus the governing equations

of torsional and bending vibrations. Bending deflections appear to be coupled with roll dynamics while torsional deflections affect pitch dynamics and vice versa. PDE observer is designed following the pattern of Luenberger scheme. After constructing error dynamics, Lyapunov stability criterion is applied to prove boundedness of observer states. Next, control laws are introduced that use boundary data estimated by the observer. Again a Lyapunov function is defined to cover total closed-loop system. Implicating Lyapunov stability criterion together with LaSalle invariance reasoning, asymptotic stability of the closed loop system is approved. Finally, finite element model of the satellite is obtained. Euler-Bernoulli beam elements are used in this regard and torsional generalized coordinates are added to them before calculating equivalent mass, stiffness and damping matrices of the dynamic system. Simulation of the closed-loop behavior illustrates good performance of this PDE observer based boundary controller.

Key Words: PDE observer, boundary control, flexible satellite, out of plane dynamics.

PROGNOSTICS OF ROLLING BEARINGS USING LSTM NEURAL NETWORK FOR PREDICTING THE TREND OF DEGRADATION SIGNAL

M. Behzad(corresponding author)

m_bezhad@Sharif.ir

S.A. Hosseini

seyedali.hosseini@mech.sharif.edu

School of Mechanical Engineering

Sharif University of Technology

H. Arghand

arghand@znu.ac.ir

Dept. of Mechanical Engineering

University of Zanjan

A. Banazadeh

banazadeh@sharif.edu

Dept. of Aerospace Engineering

Sharif University of Technology

DOI:10.24200/J40.2022.58619.1610

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 63-71, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 11 September 2021; received in revised form 25 December 2021; accepted 4 January 2022.

Abstract

This paper proposes a remaining useful life (RUL) prediction method that uses the peak of the vibration acceleration signal as an appropriate feature to indicate

F. Dadgar-Rad(corresponding author)

dadgar@guilan.ac.ir

S.R. Falahatgar

falahatgar@guilan.ac.ir

Faculty of Mechanical Engineering

University of Guilan

DOI:10.24200/j40.2022.58307.1599

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 23-34, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 12 June 2021; received in revised form 4 December 2021; accepted 10 April 2022.

Abstract

The aim of this paper is the formulation and numerical simulation of the growth phenomenon in skin under mechanical loading. The main feature and the novelty of the present research is that it models the skin as a membrane that obeys the constitutive equations of hyperelastic materials. Moreover, the membrane is not necessarily flat, and can have arbitrary initial curvature in its reference configuration. At first, kinematics of membranes under large deformations is formulated and the essential tensors to be used in the next sections are introduced. Afterwards, fundamentals of the formulation of growth mechanics and its specialization for membranes are presented. In this work, growth phenomenon is characterized as an transversely isotropic growth which occurs through a single scalar-valued growth multiplier which is defined in the surface where the growth phenomenon takes place. Growth parameter is considered to be an internal variable that obeys a n evolution equation, which is a first-order differential equation of time. In addition, to solve the evolution equation for growth multiplier, an unconditionally stable Euler backward method is employed. The compressible neo-Hookean strain energy density function is used to derive the expressions for the stress and the fourth-order elasticity tensors. For numerical solution of governing equations, a Total Lagrangian nonlinear finite element formulation is developed. Finally, as numerical examples, growth and large deformation of skin considering initially flat with three square, circular and rectangular geometries, as well as an initially curved cylindrical sector under external pressure loading is investigated. Even though the presented model in this paper is much simpler than the preceding ones, the obtained results are in agreement with those available in the literature. Moreover, numerical calculations and storage space are remarkably reduced by the present formulation, so that the number of membrane elements used in the present work is one percent of that of three-dimensional elements employed in the literature.

Key Words: Growth mechanics, skin, membrane, hyperelasticity, nonlinear finite element method.

ANALYTICAL SOLUTION OF MASS TRANSPORT EQUATION IN RIVER NETWORK

M.J. Fardadi Shilsar

m.fardadi@modares.ac.ir

M. Mazaheri(corresponding author)

m.mazaheri@modares.ac.ir

J. Mohammad Vali Samani

samani_j@modares.ac.ir

Dept. of Water Engineering and Management

Faculty of Agriculture

Tarbiat Modares University

DOI:10.24200/J40.2021.58767.1613

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 35-49, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 22 August 2021; received in revised form 8 November 2021; accepted 9 November 2021.

Abstract

In this study, by Laplace transform method, the analytical solution of the pollution transport equation in the limited domain for the river network to the upstream and downstream Dirichlet boundary conditions, and the initial condition of zero was extracted, and simulation was performed for two branch and loop networks with fixed and variable boundary conditions. After naming the nodes, by forming matrices of how to connect, flow characteristics and geometry of the river for each network as input to the problem, the diffusion matrix is created based on a function of the Laplace variable, which The value of the concentration in each node is calculated by solving the complex device created and using the inverse Laplace transform. Then, using the analytical solution extracted in a branch of the river for the pollution transfer equation, the analytical solution can calculate the value of pollution concentration at any desired location and time along with the river network. Finally, for validation, the analytical solution was compared with the numerical solution, and then the statistical error indices were calculated. The results indicate the optimal performance and high ability of analytical solution in modeling the two networks and its good adaptation to the numerical solution, which can replace numerical solution due to high accuracy and speed of calculations. Generally, due to common errors in numerical solutions such as numerical dispersion error, Round-off error, Truncation error of Taylor expansion mathematical sentences, analytical solutions, if any, for the river network are recommended over numerical solutions. Also, in the performed simulations, due to the change of the inlet flow and the flow cross-section to each, changes in the pollution concentration occur in the areas where the branches connect to each other, increasing or decreasing. The proposed

FCU. The real-time simulation of the gas turbine engine thermodynamic model is implemented on an industrial personal computer with an input/output board in connection with the electro-hydraulic system. There is time-delay in the forward path of the fuel control system due to the use of flowmeter for measuring the outlet flow rate of the FCU in HIL simulation. According to extensive experimental works, the AC motor's lag dynamics has no considerable effect on the HIL testing, and the flowmeter is the only additional transfer system of which the dynamic effect needs to be mitigated. The results show instability of the hardware-in-the-loop simulation due to unwanted time-delay of the flowmeter. Therefore, a model-based predictor is designed for time-delay compensation of the flowmeter. The consistency of the experimental real-time simulation and off-line simulation shows the applicability of the presented method for mitigating the effect of unwanted dynamic of the transfer system in the HIL simulation.

Key Words: Hardware-in-the-loop (HIL), Fuel control unit (FCU), gas turbine engine, model-based predictor.

NUMERICAL EVALUATION OF THE MECHANICAL PERFORMANCE OF INTELLIGENT ALLOY STENTS UNDER AXIAL LOADING FOR APPLICATION IN PERIPHERAL ARTERY

F. Nematzadeh (corresponding author)

f-nematzadeh@araku.ac.ir

Dept. of Materials Engineering

Faculty of Engineering, Arak University

S.K. Sadrnezhad

sadrnezh@sharif.edu

Faculty of Materials Science and Engineering

Sharif University of Technology

M. Seyedsalehi

seyedsalehi@kntu.ac.ir

Faculty of Materials Engineering

K.N. Toosi University of Technology

DOI:10.24200/J40.2021.58129.1596

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 38, Issue 1, Page 13-21, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 15 May 2021; received in revised form 7 August 2021; accepted 18 September 2021.

Abstract

Stent placement has been a unique treatment for peripheral arteries illnesses in the recent years. Intelligent alloy stents can be used for peripheral arteries by reducing problems such as insufficient radial strength, low torsional capability and poor dynamic behavior compared to other stents. The application of the stent develops twofold chief objectives: undersized duration influence which avoids the effects of intimal division and the flexible shrinking and extended duration consequence which avoids restenosis due to the neointimal hyperplasia. Additionally, the other advantages of stent applications can be shortened as monitors: operative contour-capability to attain a satisfactory obsession to the vessel's wall; adequate resistance contrary to the flexible shrinking; fatigue asset due to the pulsatile current and physique's kinematics; a much smaller device to facilitate the percutaneous technique; small thrombogenicity; and height biocompatibility. In this study, metallurgical and mechanical behaviors of two types of intelligent alloys stent were studied by finite element method during the crushing process (axial loading) according to the standard. The intelligent stent material' model used to describe the material and mechanical behavior were based on the free thermodynamic energy of Helmholtz and the free thermodynamic energy of Gibbs. with varying the A_f temperature from 293 to 303°K (about 10°K), the difference between the upper and lower plateau stresses was about 40 MPa (equivalent to about 12%).The results showed favorable mechanical and clinical behavior of the stent with high Af temperature. Intelligent stents with high A_f temperature is shown to have the best mechanical performance for clinical applications owing to lower Chronic Outward Force (COF), higher Radial Resistive Force (RRF), and more suitable superelastic behavior. Model calculations showed that a high A_f temperature of Intelligent stent could exert a substantial effect on practical performance of the stent. This finite element model can provide a convenient way for evaluation of biomechanical properties of stents given to effects of intelligent alloys stents used in peripheral artery with respect to the effects of metallurgical, mechanical and clinical performance.

Key Words: Intelligent alloys, stent, peripheral artery, finite element method.

NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF SKIN GROWTH USING HYPERELASTIC MEMBRANE MODEL

N. Firouzi

firouzi@phd.guilan.ac.ir

Abstracts of Papers in English

HARDWARE-IN-THE-LOOP SIMULATION OF A GAS TURBINE ENGINE FUEL CONTROL UNIT USING MODEL-BASED PREDICTOR

M. Nasiri(corresponding author)

m.nasiri@iut.ac.ir

Mechanical Engineering Group
Golpayegan College of Engineering
Isfahan University of Technology

M. Montazeri

montazeri@iust.ac.ir

Dept. of Mechanical Engineering
Iran University of Science and Technology

M. Rezazadeh

m.rezazadeh@iut.ac.ir

Mechanical Engineering Group
Golpayegan College of Engineering
Isfahan University of Technology

DOI:10.24200/J40.2021.54521.1532

Sharif Mechanical Engineering Journal
Volume 38, Issue 1, Page 3-12, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 2 May 2021; received in revised form 13 November 2021; accepted 22 November 2021.

Abstract

Hardware-In-the-Loop (HIL) is a kind of simulation in which an actual component of a closed-loop control system is tested within computer-based real-time simulation of the rest of the system. In a conventional HIL simulation, the hardware is an Electronic Control Unit (ECU) in which electronic control signals are communicated between the hardware and the software. But, HIL simulation of a mechanical component, within a closed-loop control system, requires additional sensors and actuators named transfer systems. The transfer systems are used to connect the software and hardware parts. The HIL simulation can achieve unstable behavior or inaccurate results due to unwanted time-delay dynamic of the transfer systems. In this paper, a test bench is implemented for the hardware-in-the-loop simulation of the fuel control unit (FCU) of a gas turbine engine. The FCU is an electro-hydraulic actuator of the fuel control system. In a real engine, the FCU contains a miniature gear-type liquid-fuel pump which is driven at a fraction of the engine rotor speed mechanically by gears. In the HIL simulation, the engine is simulated numerically and an electric motor is employed to drive the pump of the

Mechanical Engineering

Sharif

1

Spring
2022

Editor-in-Chief: Mohammad Taghi Ahmadian

This Journal is published under the auspices of Sharif University of technology, Office of the Vice-Chancellor-in-Charge of Research.

The Journal is published semiannually in Farsi language, aims at establishing a relationship between scientists active in different branches of science and technology and, in particular, at providing a forum for exchange of knowledge between scientists and technologists related to scientific problems prevailing in contemporary society. The journal also strives to present practical and theoretical analyses of these issues and facilitates the circulation of modern scientific findings by scientists and researchers for practical application. In addition, "Sharif" publishes original papers focusing on issues of specific concern to universities, including research, technological advancements, and topics related to matters of higher education.

P.O.BOX 11155-8639 AZADI AVENUE, TEHRAN, I.R. IRAN
Phone: (98-21) 66005419 - 66164093 Fax: (98-21) 66012983
Web: <http://journal.sharif.ir/> http:// www. globalsciencejournals.com
E-mail: pajouhesh@sharif.edu

CONTENTS

- 3 HARDWARE-IN-THE-LOOP SIMULATION OF A GAS TURBINE ENGINE FUEL CONTROL UNIT USING MODEL-BASED PREDICTOR
M. Nasiri, M. Montazeri and M. Rezazadeh
- 13 NUMERICAL EVALUATION OF THE MECHANICAL PERFORMANCE OF INTELLIGENT ALLOY STENTS UNDER AXIAL LOADING FOR APPLICATION IN PERIPHERAL ARTERY
F. Nematzadeh, S.K. Sadrnezhad and M. Seyedsalehi
- 23 NONLINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS OF SKIN GROWTH USING HYPERELASTIC MEMBRANE MODEL
N. Firouzi, F. Dadgar-Rad and S.R. Falahatgar
- 35 ANALYTICAL SOLUTION OF MASS TRANSPORT EQUATION IN RIVER NETWORK
M.J. Fardadi Shilsar, M. Mazaheri and J. Mohammad Vali Samani
- 51 SIMULTANEOUS ATTITUDE AND BENDING-TORSIONAL-VIBRATION CONTROL OF A SATELLITE WITH MULTI-SECTION FLEXIBLE PANELS USING PDE BASED BOUNDARY CONTROL-OBSERVER
M.M. Ataei, H. Nejat Pishkenari and H. Salarieh
- 63 PROGNOSTICS OF ROLLING BEARINGS USING LSTM NEURAL NETWORK FOR PREDICTING THE TREND OF DEGRADATION SIGNAL
M. Behzad, S.A. Hosseini, H. Addin Arghand and A. Banazadeh
- 73 ACTIVE FLOW CONTROL IN DARRIEUS WIND TURBINE BLADE USING PLASMA ACTUATOR
M. Zare Chavoshi and A. Ebrahimi
- 85 NUMERICAL INVESTIGATION OF AFFECTING PARAMETERS ON THE THERMAL AND DYNAMIC PERFORMANCE OF A HOT ISOSTATIC PRESSING FURNACE
S. Shoaei, M. Bakouei, M.M. Behzadi and M. Taghipoor

RESEARCH NOTES:

- 99 NUMERICAL INVESTIGATION ON THE EFFECT OF INCREASING TURBULENCE INTENSITY AND CHANGING THE INJECTION ANGLE ON THE PERFORMANCE AND EMISSION OF CATERPILLAR MARINE DIESEL ENGINE
A. Farajollahi and R. Friruzi
- 113 MODEL DEVELOPMENT FOR STARTUP AND DAMPING OF A STANDING WAVE THERMO-ACOUSTIC ENGINE
A. Moradi, F. Ommi, M. Bahrami and Z. Saboohi

APPENDIX

- 133 ABSTRACTS OF PAPERS IN ENGLISH