Mechanical Engineering
Sharif
Volume 42
Number 1
Semiannually
Spring
2026
1
ISSN 1028-7167

مهندسی مکانیک
شریف
دوره‌ی ۴۲
شماره‌ی ۱
دوفصلنامه
بهار
۱۴۰۵
۱

Mechanical Engineering SHARIF
1

ARTICLES:

- Numerical Study of the Effect of Combining Passive Flow Control Methods to Improve Cyclone Performance
  Arman Moghadaszadeh and Saeed Karimian Aliabadi
- Modal based Structural Health Monitoring of a Composite Wind Turbine Blade
  Seyed Mohammad Hossein Sharifi, Gholamreza Rashed and Mohammad Foad Salamizadeh
- Thermodynamic Modeling and Performance Assessment of a Clean Hydrogen Production Energy System Using a Palladium Separation Membrane Based on Gibbs Free Energy Minimization and Lagrange Undetermined Multipliers Method
  Parisa Mojaver
- Novel Acoustic Absorbers Based on TPMS Structures: Implementation in Axial Fan Casings and Ducted Wind Turbines
  Mostafa Mozafari and Mehran Masdari
- Enhanced Interfacial Fracture Prediction in Electronic Solder Joints Considering T-Stress under Mixed-Mode I/II Loading
  Zahra Khaji, Mahdi Fakoor, Saeid Shakhesi and Saeid Sarkeil
- Localization of a Mobile Robot by Fusing Encoder and Digital Compass Data Using Extended and Unscented Kalman Filters
  Samane Maleki and Seyed Mohammad Bozorg
- Static Bending Analysis of Single-Walled Carbon Nanotubes Using Shell Theory and Nonlocal Elasticity
  Mahdi Babakhani and Isa Ahmadi
- Investigation of Parametric Dynamic Mode Decomposition for 2D Flow Field Estimation
  Mohammad Sadegh Keyvanipour, Foroogh Mohandespour and Nowrouz Mohammad Nouri
- Attitude Determination of Geosynchronous Satellites with Sun and Earth Sensors Using Artificial Intelligence Algorithms
  Farid Hajiwaysa, Hossein Nejat Pishkenari and Taleb Abdollahi
- Investigation of Blade Parameterization Methods for Axial Compressors
  Mohammad Farahani, Mehrab Kalabi, Arman Mohammadi Joozdani and Sajjad Ghadiri

مقالات پژوهشی:

- مطالعه‌ی عددی تأثیر ترکیب روش‌های کنترل جریان غیرفعال به منظور بهبود عملکرد سیکلون
  آرمان مقدس‌زاده و سعید کریمیان علی‌آبادی
- استفاده از آنالیز مودال جهت پایش سلامت پره‌ی توربین باد
  سیدمحمدحسین شریفی، غلامرضا راشد و محمدفواد سلامی‌زاده
- مدل‌سازی ترمودینامیکی و ارزیابی عملکرد یک سیستم انرژی تولید هیدروژن پاک با استفاده از غشاء جداساز پالادیومی با روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ
  پریسا مجاور
- جاذب‌های آکوستیکی نوین بر پایه‌ی ساختارهای TPMS: کاربرد در پوسته‌ی فن‌های محوری و توربین‌های بادی کانالی
  مصطفی مظفری و مهران مصدری
- بهبود پیش بینی شکست سطحی در اتصال‌های لحیم بورد الکترونیک با درنظرگرفتن نقش ترم تنش T تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II
  زهرا خاجی، مهدی فکور، سعید شاخصی و سعید سرخیل
- مکان یابی ربات متحرک با ترکیب داده های حسگرهای انکودر و قطب نما توسط فیلتر کالمن توسعه یافته و بی‌بو
  سمانه مالکی کوپائی و سیدمحمد بزرگ
- تحلیل خمش استاتیکی در نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با استفاده از تئوری پوسته‌ها و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی
  مهدی باباخانی و عیسی احمدی
- بررسی تجزیه‌ی حالت پویا پارامتریک برای تخمین میدان جریان دو بُعدی
  محمدصادق کیوانی‌پور، فروغ مهندس‌پور و نوروز محمد نوری
- تعیین وضعیت یک ماهواره‌ی زمین آهنگ مجهز به حسگرهای خورشید و زمین با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی
  فرید حاجی ویسه، حسین نجات پیشکناری و طالب عبدالهی
- بررسی روش‌های پارامتری‌سازی پره در کمپرسورهای محوری
  محمد فراهانی، مهراب کلابی، آرمان محمدی جوزدانی و سجاد غدیری

به نام خدا

مهندسی مکانیک



دوره‌ی ۴۲

شماره‌ی ۱

بهار

۱۴۰۵

صاحب امتیاز: دانشگاه صنعتی شریف

مدیر مسئول: دکتر علی‌اکبر صالحی

مدیر نشریه: دکتر رضا نقدآبادی

سردبیر: دکتر مهرداد تقی‌زاده منظری

سردبیر هیات تحریریه: دکتر سعید سهراب‌پور

کارشناس تخصصی و دبیر اجرایی: شیما آل اسداله

کارشناس تخصصی و دبیر تولید و گرافیک: غزل احمدی میرقائد

ویراستار: رزیتا رستخیز پایدار

مجله‌ی مهندسی مکانیک شریف در پایگاه های DOAJ، ISC و SID نمایه می شود.

نشانی: تهران/ صندوق پستی ۸۶۳۹–۱۱۱۵۵

دفتر مجله‌ی علمی شریف

تلفن: ۶۶۱۶۴۰۹۳–۶۶۰۰۵۴۱۹

نمابر: ۶۶۰۱۲۹۸۳

نشانی‌سایت: http://journal.sharif.ir

رایانامه: pajouhesh@sharif.edu

نقل مندرجات این مجله با ذکر مأخذ آزاد است.

مجله در ویرایش مطالب آزاد است.

از انتشارات حوزه معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه صنعتی شریف

هیأت تحریریه

دکتر محمدرضا اسلامی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر محمدتقی احمدیان
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محسن اصغری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمدرضا اعلم
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه برکلی، آمریکا

دکتر محمد اقتصاد
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

دکتر آریا الستی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر عبدالرضا اوحدی همدانی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر احمد براری
دانشکده مهندسی مکانیک، انستیتو آنتاریو

دکتر مهرداد تقی زاده منظری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر حسن سالاریه
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمدحسن سعیدی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سعید سهراب پور
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر امیررضا شاهانی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دکتر محمد شرعیات
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دکتر محمودمهرداد شکریه
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

دکتر مجید صفاراول
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دکتر حسن ظهور
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر فمیدا فلاح رجب‌زاده
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمدرضا کاظم پور
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه برکلی

دکتر هادی محمدی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بیریتیش کلمبیا، کانادا

دکتر علی مقداری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر سیدمحمدباقر ملائک
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر حسین نجات پیشکناری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

دکتر محمد یعقوبی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

دکتر داود یونسیان
دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

هیأت مشاوران

دکتر رضا ابراهیمی
دانشکده مهندسی هوافضا - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دکتر سیدیوسف احمدی بروغنی
گروه مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه بیرجند
دکتر محسن ایرانی رهقی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه کاشان
دکتر امین ایمانی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه بوعلی سیناهمدان
دکتر مهدی بهزاد
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر ایمان بهمن جهرمی
پژوهشگاه هوافضا
دکتر توحید پاشایی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه تبریز
دکتر مهرداد تقی زاده منظری
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر علی حاجیلوی بنیسی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر حامد سعیدی گوگرچین
دانشکده مهندسی خودرو – دانشگاه علم و فرهنگ ایران
دکتر محمدعلی شافعی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه شهیدباهنر کرمان
دکتر محمدصادق کریمی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک- دانشگاه صنعتی شریف
دکتر سیامک کاظم زاده حنانی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر امیررضا کوثری
گروه مهندسی هوافضا - دانشکده علوم و فنون - دانشگاه تهران
دکتر محمدرضا محمدعلیها
دانشکده‌ی مهندسی صنایع - دانشگاه علم و صنعت ایران
دکتر وحید موسی پور
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه ارومیه
دکتر حمید مهدیقلی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر رضا نقدآبادی
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شریف
دکتر علیرضا نوین زاده
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مطالب این شماره

مقالات پژوهشی:

۳ **مطالعه‌ی عددی تأثیر ترکیب روش‌های کنترل جریان غیرفعال به منظور بهبود عملکرد سیکلون**
آرمان مقدس‌زاده و سعید کریمیان علی‌آبادی

۱۷ **استفاده از آنالیز مودال جهت پایش سلامت پره‌ی توربین باد**
سیدمحمدحسین شریفی، غلامرضا راشد و محمدفواد سلامی‌زاده

۲۷ **مدل‌سازی ترمودینامیکی و ارزیابی عملکرد یک سیستم انرژی تولید هیدروژن پاک با استفاده از غشاء جداساز پالادیومی با روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ**
پریسا مجاور

۳۷ **جاذب‌های آکوستیکی نوین بر پایه‌ی ساختارهای TPMS: کاربرد در پوسته‌ی فن‌های محوری و توربین‌های بادی کانالی**
مصطفی مظفری و مهران مصدری

۵۳ **بهبود پیش بینی شکست سطحی در اتصال‌های لحیم بورد الکترونیک با درنظرگرفتن نقش ترم تنش T تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II**
زهرا خاجی، مهدی فکور، سعید شاخصی و سعید سرخیل

۶۵ **مکان‌یابی ربات متحرک با ترکیب داده‌های حسگرهای انکودر و قطب‌نما توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته و بی‌بو**
سمانه مالکی کوپائی و سیدمحمد بزرگ

۷۹ **تحلیل خمش استاتیکی در نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با استفاده از تئوری پوسته‌ها و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی**
مهدی باباخانی و عیسی احمدی

۹۵ **بررسی تجزیه‌ی حالت پویا پارامتریک برای تخمین میدان جریان دو بُعدی**
محمدصادق کیوانی‌پور، فروغ مهندس‌پور و نوروز محمد نوری

۱۰۵ **تعیین وضعیت یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ مجهز به حسگرهای خورشید و زمین با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی**
فرید حاجی ویسه، حسین نجات پیشکناری و طالب عبدالهی

۱۱۹ **بررسی روش‌های پارامتری‌سازی پره در کمپرسورهای محوری**
محمد فراهانی، مهراب کلابی، آرمان محمدی جوزدانی و سجاد غدیری

ضمائم:

۱۳۵ **تعداد کل صفحات**

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu

Research Article

Numerical Study of the Effect of Combining Passive Flow Control Methods to Improve Cyclone Performance

Arman Moghadaszadeh and Saeed Karimian Aliabadi*

Faculty of Mechanical Engineering in Tarbiat Modares University

* Corresponding author:(karimian@modares.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 2 August 2025

Revised: 26 May 2026

Accepted: 10 June 2026

Keywords:

Cyclone,
numerical simulation,
flow control,
separation efficiency,
pressure drop,
particle diameter,
cut-off diameter.

Abstract

Cyclones play a crucial role in particle separation from fluid streams due to their high efficiency and low cost. In this study, the performance enhancement of a gas cyclone was investigated through step-by-step geometric modifications. These changes were aimed at improving flow guidance, reducing turbulence fluctuations, and increasing particle-wall interactions to improve overall cyclone performance, a concept referred to in this study as flow control. Initially, the Stairmand cyclone was selected as the baseline model, and its performance was analyzed using numerical simulations with the Reynolds Stress Model (RSM) and the Eulerian-Lagrangian approach in ANSYS Fluent software. A structured mesh was generated, adhering to quality criteria to ensure accurate results. The numerical model was validated against published experimental data, demonstrating good agreement with less than 10% error. Geometric modifications were applied to four main sections of the cyclone: the inlet, vortex finder, body, and collection section. The results showed that the 360-degree turning inlet design, by better guiding the flow and increasing particle-wall collisions, enhanced the separation efficiency by 11.52% and reduced the cut-off diameter by 12.14%, though it caused a 22.04% increase in pressure drop. The addition of a curved vortex finder reduced the pressure drop by 7.49% compared to the first modification and had a positive overall effect. Introducing a cylindrical vortex-stabilizing rod in the cyclone body reduced flow oscillations and further improved separation efficiency by 1.15% compared to the previous stage. Finally, the implementation of a reverse cone in the collection section enhanced fine-particle separation, reducing the cut-off diameter to 1.3 micrometers. These findings provide a foundation for further cyclone optimizations and highlight the potential for improving their performance in industrial applications.

Introduction

Cyclones are widely used for gas–solid separation in industries such as oil and gas, petrochemical, metallurgy, and mining due to their simple design, absence of moving parts, and low maintenance cost. Despite their structural simplicity, the internal flow is highly complex and strongly influenced by geometry, inlet conditions, and vortex dynamics. Cyclone performance is commonly described by collection efficiency, $\eta(D_p)$, and cut-off diameter, d_{50}, which represents the particle size collected with 50% efficiency. A smaller d_{50} indicates better fine-particle separation capability.

A major limitation of conventional cyclones is reduced efficiency for particles smaller than 5 μm, often accompanied by increased pressure drop when design modifications are introduced. Therefore, optimizing cyclone geometry to enhance separation performance while controlling pressure loss has become a central research focus.

Although traditional analytical models provide initial insight into cyclone behavior, modern computational fluid dynamics (CFD) enables more accurate analysis of internal flow structures. Unlike previous studies that modified individual components, the present study evaluates sequential and

To Cite this article:
Moghadaszadeh, A. and Karimian Aliabadi, S. 2026. Numerical study of the effect of combining passive flow control methods to improve cyclone performance, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 3-16.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.67233.1740

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

combined geometric modifications to the inlet, vortex finder, body, and dust collection sections to improve overall performance.

Methodology

A standard Stairmand high-efficiency cyclone was selected as the baseline geometry (Fig. 1). All geometric parameters were defined proportionally to the main body diameter according to conventional design ratios. The three-dimensional model was created in SolidWorks, prepared for simulation in SpaceClaim, and meshed using ICEM CFD, as illustrated in Fig. 2. A structured mesh was generated to improve numerical stability and solution accuracy.

The Reynolds Stress Model (RSM) with standard wall functions was employed to accurately capture the highly swirling and anisotropic turbulent flow inside the cyclone. Boundary conditions included a uniform inlet velocity of 16.1 m/s, a pressure outlet condition, and no-slip walls (Table 2). The SIMPLEC algorithm was used for pressure–velocity coupling, while the PRESTO scheme was applied for pressure discretization. Second-order upwind schemes were used for momentum and turbulence quantities, and first-order upwind was applied for Reynolds stress equations (Table 3).

A mesh independence study was conducted using grids ranging from 100,000 to 1.4 million cells. Results showed negligible variation in pressure drop and velocity profiles beyond approximately 500,000 cells (Fig. 3); this mesh size was therefore selected as optimal.

Model validation was performed by comparing axial and tangential velocity profiles at Z = 0.75D with experimental data (Figs. 4 and 5). Pressure drop predictions were validated at inlet velocities of 6, 10, 16.1, 20, and 25 m/s (Fig. 7). Additionally, particle separation efficiency was evaluated for a 0.3-m diameter cyclone using talc particles and compared with experimental results (Fig. 8). A particle number independence test (Fig. 9) confirmed numerical stability and justified the one-way coupling approach.

Results and Discussion

Four geometric modifications were sequentially applied to the baseline Stairmand cyclone, targeting the inlet, vortex finder, body, and dust collection section (Fig. 10). The objective was to control internal flow behavior, reduce turbulence intensity, stabilize the vortex core, and enhance particle–wall interaction.

In the first stage, implementing a 360° spiral inlet significantly improved flow guidance toward the cyclone wall. This modification increased collection efficiency by 11.52% and reduced the cut-off diameter by 12.14%, although pressure drop increased by 22.04% relative to the baseline model.

In the second stage, replacing the flat vortex finder roof with a curved design reduced the pressure drop by 7.49% compared to the previous stage, while maintaining similar separation performance.

The third modification involved adding a vortex stabilizer to the cyclone body. This reduced flow fluctuations in the core region and decreased the cut-off diameter to 1.39 μm. However, pressure drop increased by 15.14% relative to the baseline model.

Finally, introducing a twisted, inverted hybrid solid cone in the dust collection section enhanced fine-particle separation. Collection efficiency increased by 16.87%, and the cut-off diameter decreased to 1.3 μm, while pressure drop remained within an acceptable range. Although the effects were not strictly additive, the combined configuration resulted in overall performance improvement.

Conclusion

This study investigated the sequential application of four geometric modifications to a Stairmand cyclone using a validated CFD model. The results demonstrated that the 360° spiral inlet had the most significant influence on improving separation efficiency and reducing cut-off diameter, albeit at the expense of higher pressure drop. Subsequent modifications, including a curved vortex finder roof, vortex stabilizer, and twisted inverted hybrid cone, contributed to flow stabilization and enhanced fine-particle separation.

Although the interaction between modifications was not purely synergistic, the combined design achieved superior overall performance compared to the baseline model. The findings confirm that integrated geometric optimization of multiple cyclone components can provide a practical strategy for designing next-generation industrial cyclones with higher efficiency and controlled pressure drop.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

مطالعه‌ی عددی تأثیر ترکیب روش‌های کنترل جریان غیرفعال به منظور بهبود عملکرد سیکلون

آرمان مقدس‌زاده و سعید کریمیان علی‌آبادی *

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (Karimian@modares.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۵/۱۱

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۳/۰۵

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵ /۰۳/۲۰

واژگان کلیدی:

سیکلون،

شبیه‌سازی عددی،

کنترل جریان،

بازده جداسازی،

افت فشار،

قطر ذرات،

قطر برش.

چکیده

سیکلون‌ها به‌دلیل کارایی بالا و هزینه‌ی پایین، نقش مهمی در جداسازی ذرات از جریان سیال ایفا می‌کنند. در پژوهش حاضر، بهبود عملکرد یک سیکلون گازی با استفاده از تغییرات مرحله‌به‌مرحله در طراحی هندسی آن بررسی شده است. هدف از تغییرات اخیر، بهبود هدایت جریان و افزایش برخورد ذرات با دیواره بوده است، که با عنوان کنترل جریان معرفی شده‌اند. ابتدا، سیکلون استیرمند به‌عنوان مدل پایه انتخاب و عملکرد آن از طریق شبیه‌سازی عددی با استفاده از مدل آشفتگی تنش رینولدز (RSM) و روش اویلری-لاگرانژی در نرم‌افزار انسیس فلوئنت تحلیل شده است. شبکه‌بندی به‌صورت سازمان‌یافته با رعایت معیارهای کیفیت شبکه انجام شده است. اعتبارسنجی مدل عددی با داده‌های تجربی منتشرشده صورت گرفته است، که انطباق خوبی با نتایج شبیه‌سازی نشان داده است (خطای کمتر از ۱۰٪). تغییرات طراحی در چهار بخش اصلی سیکلون، شامل: ورودی، گردابه‌یاب، بدنه، و بخش جمع‌آوری‌کننده اعمال شده است. نتایج نشان داده است که ورودی با چرخش ۳۶۰ درجه، با هدایت بهتر جریان و افزایش برخورد ذرات با دیواره، بازده جداسازی را ۱۱/۵۲٪ افزایش و قطر برش را ۱۲/۱۴٪ کاهش داده است، هر چند افت فشار به میزان ۲۲/۰۴٪ افزایش یافته است. افزودن گردابه‌یاب انحنادار، با کاهش ۷/۴۹٪ افت فشار نسبت به تغییر اول، تأثیر مثبتی در عملکرد کلی داشته است. اضافه‌کردن میله‌ی استوانه‌ای تثبیت‌کننده‌ی گردابه در بدنه‌ی سیکلون، با کاهش نوسان‌های جریان، بازده جداسازی را تا ۱/۱۵٪ نسبت به مرحله‌ی قبل افزایش داده است. نهایتاً، به‌کارگیری مخروط معکوس در بخش جمع‌آوری ذرات، منجر به بهبود در جداسازی ذرات ریز و کاهش قطر برش به ۱/۳ میکرومتر شده است. نتایج پژوهش حاضر می‌تواند بستر مناسبی برای انجام بهینه‌سازی در سیکلون‌ها و ارتقاء عملکرد آن‌ها در کاربردهای صنعتی باشد.

۱. مقدمه

سیکلون[1] به‌عنوان یکی از تجهیزات پرکاربرد در فرآیند جداسازی ذرات جامد از گاز، در صنایع مختلف از جمله: نفت، گاز، پتروشیمی، متالوژی، و معدن استفاده می‌شود. علی‌رغم ساختار ساده، الگوی جریان درون آن‌ها بسیار پیچیده است و عملکرد آن‌ها به‌شدت تحت تأثیر طراحی هندسی، شرایط ورودی، و جریان گردابه‌ای قرار دارد. دلیل اصلی استقبال گسترده از تجهیزات مذکور، سادگی ساخت، نداشتن قطعات متحرک، هزینه‌ی تعمیر و نگهداری پایین، و ظرفیت بالای عملیاتی آن‌هاست. توانایی جداسازی یک سیکلون معمولاً از طریق راندمان جمع‌آوری یا قطر برش توصیف می‌شود. راندمان جمع‌آوری $\eta(D_p)$، به صورت نسبت جرم ذرات با قطر مشخص (D_p)، که توسط سیکلون جدا می‌شوند، به جرم همان ذرات در جریان ورودی تعریف می‌شود.

از سوی دیگر، قطر برش d_{50}، به قطری از ذرات گفته می‌شود که راندمان جمع‌آوری آن برابر با ۵۰٪ است، که هر چه مقدار d_{50} کوچک‌تر باشد، سیکلون توانایی بیشتری در جداسازی ذرات ریزتر خواهد داشت. یکی از چالش‌های مهم در استفاده از سیکلون‌ها، افت بازده در جداسازی ذرات ریز (کوچک‌تر از ۵ میکرومتر) و اتلاف انرژی ناشی از افت فشار است. به همین علت، طی سال‌های اخیر، تلاش‌های گسترده‌ای برای بهینه‌سازی عملکرد سیکلون‌ها از طریق اصلاح هندسه و ساختار آن‌ها انجام شده است.[1]

اولین امتیازنامه‌ی اختراع سیکلون گاز- جامد در سال ۱۸۸۵ توسط جان فینچ در ایالات متحده ثبت شده است. وی برای اولین بار از نیروی گریز از مرکز جهت جداسازی ذرات استفاده کرده است.[1] شفرد و لاپل[2] (۱۹۴۰)، تحلیل دقیقی از جریان گردابه‌ای در سیکلون ارائه و نشان داده‌اند که بازده جداسازی

[1] Cyclone

[2] Shepherd & Lapple

استناد به این مقاله:

مقدس‌زاده، آرمان و کریمیان علی‌آبادی ، سعید، ۱۴۰۵. مطالعه‌ی عددی تأثیر ترکیب روش‌های کنترل جریان غیرفعال به منظور بهبود عملکرد سیکلون. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۳-۱۶. https://doi.org/10.24200/j40.2026.67233.1740

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

ذرات مستقیماً به تعداد چرخش‌های جریان در داخل سیکلون وابسته است.[۲] در ادامه، لاپل (۱۹۵۰)، با بهره‌گیری از قانون استوکس برای ذرات کروی، مدلی برای پیش‌بینی بازده جداسازی و افت فشار سیکلون پیشنهاد داده است.[۳] الکساندر (۱۹۴۹)، یک مدل کاملاً تجربی برای محاسبه‌ی میدان سرعت توسعه داده است، که شامل تأثیر مستقیم دما نیز بوده است، هر چند قادر به لحاظ شکل ورودی در محاسبات نبوده است.[۴] استیرمند[۳] (۱۹۵۰)، نیز مدل بازده بالایی برای طراحی سیکلون معرفی کرده است، که تمرکز آن بر جداسازی ذرات ریز و کاهش افت فشار بوده و نسبت‌های هندسی خاصی را نیز برای طراحی پیشنهاد کرده است.[۵] بارث[۴] (۱۹۵۶)، با ارائه‌ی یک مدل نیمه‌تجربی، تأثیر هندسه‌ی ورودی را در قالب یک پارامتر جدید وارد معادلات کرده و همچنین روابطی برای طول گردابه و ضریب اصطکاک ارائه داده است.[۶] در ادامه، موشلناتز[۵] و همکارانش (۱۹۷۲)، با توسعه‌ی ایده‌ی بارث، نمودارهای تجربی را با روابط تحلیلی جایگزین و اثر غلظت جریان را نیز در مدل لحاظ کرده‌اند.[۷] رایدن و گووین[۶] (۱۹۸۱)، در پژوهشی نظری و تجربی، سعی در تعمیم مدل مؤلفه‌ی مماسی سرعت برای شرایط مختلف عملیاتی داشته‌اند.[۸] در همین راستا، مدل‌های لاپل و بارث را بر اساس داده‌های آزمایشگاهی بازبینی کرده و نشان داده‌اند که هیچ‌کدام قادر به پیش‌بینی دقیق بازده نبوده‌اند، اما پارامتر قابل تنظیم مدل لاپل برای تطبیق بهتر قابل استفاده است.[۸] در سال‌های بعد، مایسنر و لافلر[۷] (۱۹۷۸)، مدل جدیدی برای توزیع سرعت مماسی ارائه داده‌اند، که امکان محاسبه‌ی مؤلفه‌های محوری و شعاعی را نیز فراهم می‌کرده است.[۹] یوزیا و لیث[۸] (۱۹۸۹ و ۱۹۹۰)، نیز پنج مدل مختلف از جمله بارث و لاپل را برای پیش‌بینی قطر برش بررسی کرده و با داده‌های تجربی تطبیق داده‌اند.[۱۰ و ۱۱] همچنین، رامچاندران[۹] و همکاران (۱۹۹۲)، با استفاده از مدل افت فشار دیرگو و بازده یوزیا- لیث، مسیر بهینه‌سازی طراحی سیکلون‌ها را براساس افت فشار و بازده تدوین کرده‌اند.[۱۲] از دهه‌ی ۱۹۸۰ به بعد، استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)[۱۰] در تحلیل عملکرد سیکلون‌ها آغاز شده است، که در ادامه به مطالعات جدیدتر پرداخته و آن‌ها با توجه به اجزاء سیکلون که شامل: ورودی، خروجی هوای تمیز و گردابه‌یاب، بدنه، و بخش جمع‌آوری ذرات هستند، در ۴ تقسیم‌بندی ارائه شده‌اند.

در بخش ورودی، ژائو[۱۱] و همکاران (۲۰۱۹)، از ورودی مارپیچی یکپارچه (ICBC)[۱۲] برای افزایش بازده استفاده کرده و نتایج شبیه‌سازی با به کارگیری مدل آشفتگی (RSM)[۱۳] نشان داده است که روش مذکور به‌طور قابل‌توجهی بازده را افزایش و قطر برش d_{50} را کاهش می‌دهد.[۱۳] وسیلفسکی و برار[۱۴] (۲۰۱۹)، با بررسی زاویه‌ی ورودی نشان داده‌اند که تغییر زاویه‌ی ورودی، تأثیر اندکی در بازده دارد، اما افت فشار را افزایش می‌دهد.[۱۴] برار و همکاران (۲۰۲۴)، مطالعه‌ای دیگر با طراحی دو ورودی با ابعاد و موقعیت‌های مختلف، تغییرات قابل‌توجهی در بازده و افت فشار ثبت کرده‌اند.[۱۵] همچنین فنگ[۱۵] و همکاران (۲۰۲۴)، با معرفی نازل همگرا در ورودی، بازده را تا ۴۶٪ افزایش داده‌اند.[۱۶] در ادامه‌ی مطالعات، فتوگا[۱۶] (۲۰۲۳)، اثر زاویه‌ی شعاعی ورودی‌ها را نسبت به یکدیگر با پنج ورودی تحلیل و بیشترین بازده را برای زاویه‌ی ۶۱ درجه گزارش کرده است.[۱۷]

در بخش گردابه‌یاب، گیو[۱۷] و همکاران (۲۰۲۳)، نشان داده‌اند که گردابه‌یاب شکاف‌دار (SVF)[۱۸] می‌تواند افت فشار را تا ۲۰٪ و قطر برش را تا ۴/۲٪ کاهش دهند.[۱۸] لی و همکاران (۲۰۲۳)، با بررسی شکل و زاویه‌ی گردابه‌یاب و همچنین ساختار سقف سیکلون (ACR)[۱۹]، کاهش افت فشار و بهبود بازده تا ۲۵٪ را گزارش کرده‌اند.[۱۹ و ۲۰] کومار[۲۰] و همکارش (۲۰۱۹)، نیز با طراحی گردابه‌یاب همگرا- واگرا و بهینه‌سازی آن با الگوریتم ژنتیک، افت‌فشار را تا ۵۸٪ کاهش داده است.[۲۱] پی[۲۱] و همکاران (۲۰۱۷)، نشان داده‌اند که تیغه‌های داخل گردابه‌یاب می‌تواند افت فشار را تا ۱۶/۴٪ کاهش دهد.[۲۲]

در بخش بدنه، یانگ و همکاران (۲۰۲۳)، با نصب تیغه‌های مارپیچی مثلثی روی بدنه، کاهش ۳۰٪ قطر برش و افزایش بازده برای ذرات ۰/۱ تا ۳ میکرومتر را گزارش کرده‌اند.[۲۳] ژو و همکاران (۲۰۱۸)، با استفاده از پره‌های مارپیچی راهنما نشان داده‌اند که چرخش آن‌ها، تأثیر قابل‌توجهی در مسیر جریان، کاهش آشفتگی، و افزایش بازده دارد.[۲۴] پندی و برار[۲۲] (۲۰۲۲) با بررسی اشکال مختلف مخروط پایینی بدنه، مشخص کرده‌اند که طراحی محدب در نرخ جریان بالا عملکرد بهتری دارد.[۲۵] دوان[۲۳] و همکاران (۲۰۲۰) با افزودن تثبیت‌کننده‌ی گردابه‌ی استوانه‌ای، افزایش ۵/۵٪ بازده برای ذرات ریز و کاهش نوسان‌های میدان جریان را گزارش کرده‌اند.[۲۶] وسیلفسکی و برار[۲۴] (۲۰۲۳)، نیز با تزریق هوای پاک محوری از سقف سیکلون، منجر به افزایش ۴/۷٪ در بازده جمع‌آوری و افزایش ۶٪ در افت فشار شده و قطر برش تا ۳۳/۶٪ را کاهش داده است.[۲۷]

در بخش جمع‌آوری، دهداری‌نژاد و همکاران (۲۰۲۳)، استفاده از مخروط جامد هیبریدی معکوس پیچ‌خورده (TIHSC)[۲۵] را در بخش جمع‌آوری ذرات اعمال کرده‌اند، که حالت بهینه باعث کاهش اندازه‌ی قطر برش ذرات از ۰/۹۷ به ۰/۸۵ میکرومتر برای جداسازی ۵۰٪ و از ۶/۲ به ۴/۷ میکرومتر برای جداسازی ۱۰۰٪ شده است، در حالی که افت فشار ۱۲/۷٪ کاهش یافته است.[۲۸] السابد[۲۶] و همکاران (۲۰۲۰)، با اصلاح ارتفاع، طول، و قطر محفظه‌ی پایین، بهترین نسبت‌ها را برای کاهش افت فشار معرفی کرده‌اند.[۲۹] پرواز و همکاران (۲۰۲۰)، با تحلیل هندسه‌های مختلف مجرای تخلیه نشان داده‌اند که طراحی مخروطی معکوس، بیشترین بازده را دارد.[۳۰] سان و همکاران (۲۰۲۴)، با ترکیب مجرای تخلیه و بخش جمع‌آوری ذرات، بازده را برای ذرات ریز افزایش داده‌اند.[۳۱] در

---

[3] Stairmand
[4] Barth
[5] Muschelknautz
[6] Reydon & Gauvin
[7] Meißner & Löffler
[8] Iozia & Leith
[9] Ramachandran
[10] Computational Fluid Dynamics
[11] Zhao
[12] Integrated Compact-Bends Cyclone
[13] Reynolds Stress Model
[14] Wasilewski & Brar
[15] Feng
[16] Fetuga
[17] Guo
[18] Slotted Vortex Finder
[19] Arc-shaped Cylinder Roof
[20] Kumar
[21] Pei
[22] Pandey & Brar
[23] Duan
[24] Wasilewski & Brar
[25] Twisted Inverted Hybrid Solid Cone
[26] Elsayed

پایان، پرواز و همکاران (۲۰۱۸)، با افزودن مخروط داخلی با ارتفاع مناسب، کاهش فرسایش، و کاهش افت فشار را گزارش کرده‌اند.[۳۲]

هدف پژوهش حاضر، بهبود عملکرد سیکلون با تمرکز بر کنترل جریان از طریق ترکیب اصلاحات هندسی در چهار ناحیه‌ی کلیدی، شامل: ورودی، بدنه، گردابه‌یاب، و بخش جمع‌آوری ذرات بوده است. برخلاف مطالعات پیشین، که اغلب فقط به بهینه‌سازی یک بخش پرداخته‌اند، در پژوهش حاضر به بررسی هم‌زمان و ترکیبی بخش‌های مذکور پرداخته شده است. ابتدا، شبیه‌سازی با هندسه‌ی پایه‌ی سیکلون به‌منظور اعتبارسنجی با نتایج آزمایشگاهی انجام شده است. سپس، تأثیر هر تغییر مستقلاً بررسی و درنهایت، تحلیل ترکیبی تغییرات انجام شده است، تا مشخص شود آیا بین آن‌ها اثر هم‌افزایی وجود دارد یا خیر. استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی در مطالعه‌ی حاضر، علاوه‌بر کاهش هزینه‌های آزمایشگاهی، امکان ارزیابی دقیق عملکرد سیکلون را فراهم کرده است. پژوهش حاضر، با ارائه‌ی رویکردی نوآورانه و دقیق، توانسته است راهکارهای مؤثری برای طراحی سیکلون‌های نسل جدید با بازده بالا و افت فشار پایین در اختیار صنعت قرار دهد.

۲. سیکلون مبنا

در مطالعه‌ی حاضر، از یک سیکلون استیرمند[۲۷] به‌عنوان هندسه‌ی پایه برای شبیه‌سازی و تحلیل استفاده شده است. سیکلون‌ها به‌دلیل طراحی ساده و بازدهی بالا در جداسازی ذرات معلق، کاربرد وسیعی در صنایع مختلف داشته و در بسیاری از مطالعات و پژوهش‌ها نیز استفاده شده است. هندسه‌ی سیکلون استیرمند به‌عنوان یکی از هندسه‌های استاندارد و پراستفاده در پژوهش‌ها انتخاب شده است. سیکلون استیرمند، به دلیل تعادل بهینه بین بازده جداسازی و افت فشار، در بسیاری از پژوهش‌ها به‌عنوان مرجع استفاده شده است. پارامترهای اصلی هندسه‌ی سیکلون، شامل: قطر بدنه، ارتفاع بخش استوانه‌ای، طول و عرض ورودی، قطر و ارتفاع خروجی گاز، و سایر ابعاد استاندارد آن است، که تمامی ابعاد مذکور، نسبتی از قطر اصلی بدنه‌ی سیکلون است. در شکل ۱، نمای کلی هندسه‌ی مذکور مشاهده می‌شود. همچنین، در جدول ۱، مقادیر دقیق ابعاد ذکرشده ارائه شده است.

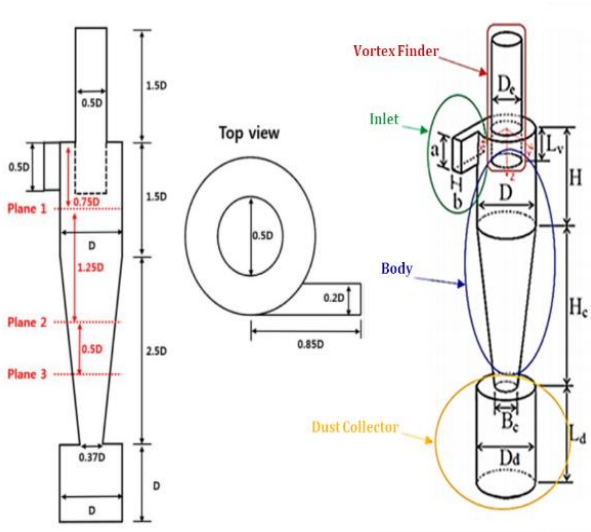


Figure 1. Schematic of the benchmark cyclone and its parameters geometric.

شکل ۱. نمایی از سیکلون مبنا و پارامترهای هندسی.[۳۴]

جدول ۱. ابعاد و هندسه‌ی سیکلون مبنا.[۳۳]

Table 1. Geometry of the benchmark cyclone.

Quantity	Value
D	290 mm
D_e/D	0.5
B_c/D	0.375
D_d/D	1
H/D	1.5
H_c/D	2.5
L_d/D	1
L_v/D	0.5
L_i/D	0.85
a/D	0.5
b/D	0.2

۳. معادله‌های حاکم

۱.۳. معادله‌های حاکم بر جریان

حرکت جریان سیال توسط معادله‌های ناویر استوکس، شامل: معادله‌های پیوستگی، اندازه‌ی حرکت، و انرژی است، که در پژوهش حاضر، از آثار دما و معادله‌ی انرژی صرف‌نظر شده است. جریان فاز پیوسته، تراکم ناپذیر فرض شده و برای جریان تراکم‌ناپذیر، معادله‌های ۱ و ۲ به‌دست آمده است.[۳۵ و ۳۶]

- **معادله‌ی بقای جرم**

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \qquad (1)$$

- **معادله‌ی اندازه‌ی حرکت**

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \qquad (2)$$

که در آن‌ها، u_i مؤلفه‌های میدان سرعت، p فشار استاتیک بر حسب پاسکال، ρ چگالی سیال بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب، t زمان بر حسب ثانیه، ν ویسکوزیته‌ی سینماتیکی سیال، و τ_{ij} تنش‌های رینولدز نامیده می‌شوند.

۲.۳. معادله‌های حاکم بر مدل تنش رینولدز (RSM)

مدل تنش رینولدز (RSM)، مدلی است که قادر به پیش‌بینی دقیق رفتار جریان گاز در سیکلون است.[۳۷ و ۳۸] مدل RSM، برخلاف سایر مدل‌ها، فرض همسانگردبودن آشفتگی را حذف و از معادله‌های انتقال برای هر یک از تنش‌های رینولدز استفاده می‌کند. نتایج شبیه‌سازی‌های انجام‌شده با مدل RSM، تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارند و امکان پیش‌بینی دقیق الگوی جریان آشفته، پروفایل سرعت محوری و مماسی، قطر برشی، و افت فشار

[27] Stairmand

در سیکلون را فراهم می‌کنند. مطالعات مختلفی موفقیت کاربرد مدل اخیر را تأیید کرده‌اند و مدل RSM به‌عنوان یکی از دقیق‌ترین مدل‌ها برای شبیه‌سازی جریان‌های آشفته در سیکلون شناخته می‌شود و مدل توربولانسی هفت معادله‌ای تنش رینولدز بهتر از مدل‌های قبلی می‌تواند نتایج را پیش‌بینی کند. سایر مدل‌های RANS با این فرض صحیح هستند که آشفتگی همگن باشد، یعنی در تمام جهت‌ها، انتشار آشفتگی یکنواخت باشد؛ اما پیش‌فرض مذکور، مطابق با فیزیک جریان در سیکلون‌ها نیست. لذا مدل آشفتگی باید هم‌زمان، معادله‌های انتقال برای هر تنش رینولدز و معادله‌های نرخ اتلاف را حل کند؛ که در جریان سه‌بُعدی منجر به هفت معادله‌ی اضافی می‌شود، که در ادامه به آن‌ها پرداخته شده است:[۳۵]

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t}+\overline{U_k}\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k}\right)-\left[R_{ik}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k}+R_{jk}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k}\right]-\left[c_1\frac{\varepsilon}{k}\left(R_{ij}-\frac{2}{3}\delta_{ij}k\right)+c_2\left(P_{ij}-\frac{2}{3}\delta_{ij}P\right)\right]-\frac{2}{3}\delta_{ij}\varepsilon \quad (3)$$

که در آن، $R_{ij}=\overline{\left(u_i'u_j'\right)}$ تانسور تنش رینولدز است. مدل RSM، معادله‌های انتقال دیفرانسیلی را برای ارزیابی مؤلفه‌های تنش به کار می‌برد؛ که درآن عبارت اول، در سمت راست تساوی، نفوذ و عبارت دوم، تولید آشفتگی است؛ که به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود و عبارت سوم، کرنش فشاری و عبارت پنجم، نرخ اتلاف است، که در رابطه‌ی ۵ نشان داده شده است:[۳۵]

$$P_{ij}=-\left[R_{ik}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k}+R_{jk}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}\right],P=\frac{1}{2}P_{ij} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\overline{U_k}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right)-c_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}R_{ij}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_j}-c_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \quad (5)$$

که در آن، k انرژی جنبشی آشفتگی، مؤلفه‌های سرعت جریان با u_j، و مختصات مکان با x_j تعیین می‌شوند. P به تولید انرژی آشفتگی، مانند اصطکاک اشاره دارد. در معادله‌های اخیر، $C_{\varepsilon 1}$، $C_{\varepsilon 2}$، C_1، C_2، σ_ε، و σ_k ضرایب ثابت هستند و مقدار آن‌ها به ترتیب ۱/۴۴، ۱/۹۲، ۱/۸، ۰/۶، ۱/۲، و ۱ است.[۳۵]

۳. ۳ . معادله‌های حاکم بر فاز گسسته

در روش اویلری- لاگرانژی، ابتدا میدان جریان سیال با استفاده از معادله‌های ناویر- استوکس برای فاز پیوسته حل می‌شود، سپس مسیر حرکت ذرات فاز گسسته با مدل فاز گسسته (DPM)[۲۸] و بر پایه‌ی چارچوب مرجع لاگرانژی ردیابی می‌شود. در مدل ذکرشده، ذرات به‌صورت کروی، غیرچرخان، با غلظت رقیق و بدون برهم‌کنش متقابل در نظر گرفته می‌شوند و برخورد آن‌ها با دیواره‌ها، کاملاً الاستیک فرض می‌شود. با فرض کوپلینگ یک‌طرفه و بی‌تأثیری ذرات در جریان سیال، مسیر ذرات از طریق انتگرال‌گیری از معادله‌ی نیروها، شامل نیروی پسا و گرانش طبق قانون دوم نیوتن محاسبه می‌شود. روش مذکور، امکان تحلیل دقیق توزیع و رفتار ذرات درون سیکلون را فراهم می‌کند.

معادله‌ی حاکم بر حرکت ذرات در مدل فاز گسسته مطابق قانون دوم نیوتن مطابق رابطه‌ی ۶ است:[۳۰ و ۳۹]

$$\frac{du_{p,i}}{dt}=F_D\left(u_i-u_{p,i}\right)+g_i\left(\rho_P-\rho\right)/\rho_P+F_i/\rho_P \quad (6)$$

ترم‌های سمت راست معادله‌ی اخیر به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نیروی پسا، نیروی گرانش، و نیروهای اضافی دیگر هستند. معادله‌ی ۶، در سه راستای مختصات به صورت روابط ۷ الی ۹ نوشته می‌شود:[۳۰ و ۳۹]

$$\frac{du_P}{dt}=F_D\left(u_i-u_P\right)+\frac{{v_P}^2}{r_o} \quad (7)$$

$$\frac{dv_P}{dt}=F_D\left(v-v_P\right)-\frac{u_Pv_P}{r_o} \quad (8)$$

$$\frac{dw_P}{dt}=F_D\left(w-w_P\right)-g \quad (9)$$

که در آن‌ها، u، v، و w به ترتیب سرعت سیال در سه جهت x، y، و z هستند و تمام پارامترها با اندیس P به معنای سرعت ذره و متعلق به ذره است. ترم‌های $\frac{{v_P}^2}{r_o}$ و $\frac{u_Pv_P}{r_o}$ به ترتیب، نشانگر اجزاء گریز از مرکز و شتاب ذره هستند. F_D که نیروی پسا بر واحد جرم ذرات است، نیز طبق رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:[۳۰ و ۳۹]

$$F_D=\frac{18}{\rho_P{d_P}^2}\frac{C_DRe_P}{24} \quad (10)$$

که در آن، ρ_P و dP به ترتیب چگالی و قطر ذره هستند. همچنین، Re_P عدد رینولدز ذره است، که به صورت رابطه‌ی ۱۱ تعریف می‌شود:[۳۰ و ۳۹]

$$Re_P=\rho\frac{\left|\overrightarrow{u_P}-\vec{u}\right|d_P}{\mu} \quad (11)$$

ضریب پسا وارد بر ذره، که با C_D نشان داده می‌شود، با توجه به محدوده‌ی عدد رینولدز در سه حالت مطابق رابطه‌ی ۱۲ محاسبه می‌شود:[۳۰ و ۴۰]

$$C_D=\begin{cases}\frac{24}{Re_P}, & Re_P\le 1\\ \frac{24\left(1+0.15{Re_P}^{0.687}\right)}{Re_P}, & 1<Re_P\le 1000\\ 0.44, & Re_P>1000\end{cases} \quad (12)$$

۴. شبکه‌ی محاسباتی و اعتبارسنجی حل جریان

در بخش حاضر، شبیه‌سازی عددی سیکلون گازی استیرمند با هدف تحلیل دقیق رفتار جریان و ارزیابی عملکرد جداسازی ذرات انجام شده است؛ که برای دستیابی به آن، ابتدا هندسه‌ی سیکلون معرفی و سپس فرآیند شبکه‌بندی و شرایط شبیه‌سازی تشریح شده‌اند. در ادامه، برای اطمینان از دقت شبیه‌سازی، استقلال از شبکه بررسی و سپس نتایج شبیه‌سازی با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. در پایان نیز با تحلیل استقلال از تعداد ذرات، اعتبار شبیه‌سازی‌ها کاملاً ارزیابی شده است. هندسه‌ی سیکلون استفاده‌شده در پروژه‌ی حاضر، با حفظ نسبت‌های استاندارد طراحی و تمامی ابعاد به‌صورت پارامتریک و دقیق در

[28] Discrete phase model

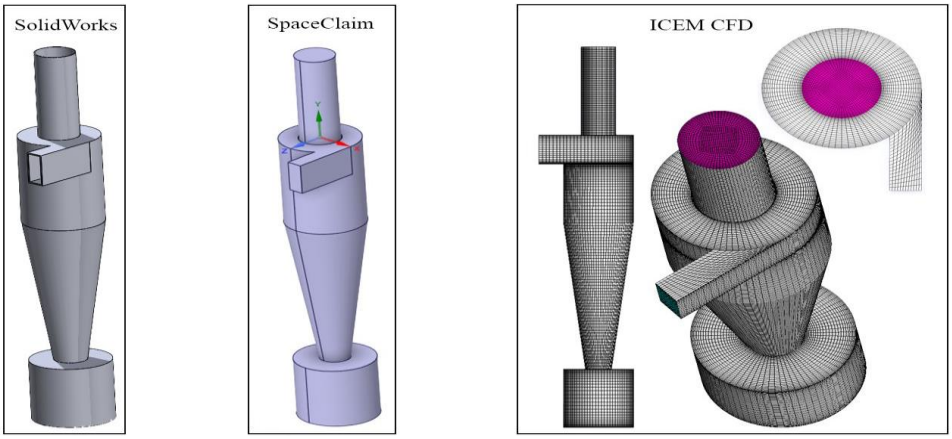


Figure 2. Cyclone geometry design (left), preparation of the cyclone geometry for simulation (middle), and structured computational mesh (right).

شکل ۲. طراحی هندسه‌ی سیکلون (سمت چپ)، آماده‌سازی هندسه‌ی سیکلون برای شبیه‌سازی (وسط)، و شبکه‌ی محاسباتی سازمان‌یافته (سمت راست).

جدول ۲. شرایط مرزی در مسئله‌ی سیکلون.

Tabe 2. Boundary conditions in cyclone problem.

Boundary	Boundary Condition Type	Description
Inlet	Velocity Inlet	Inlet velocity: 16.1 m/s; using hydraulic diameter and turbulence intensity
Outlet	Outflow	Natural outlet allowing flow to exit without additional constraints
Other surfaces	Wall	No-slip wall

نرم‌افزار سالیدورکس[۲۹] طراحی و ترسیم شده‌اند. همچنین، آماده‌سازی آن برای شبیه‌سازی در نرم‌افزار اسپیس کلیم[۳۰] صورت گرفته است. سپس، هندسه‌ی سیکلون فرآیند شبکه‌بندی با استفاده از نرم‌افزار آیسم سی‌اف‌دی[۳۱] انجام شده است، و روند آن در شکل ۲ مشاهده می‌شود، که مبنای اصلی برای شبیه‌سازی عددی در نرم‌افزار انسیس فلوئنت[۳۲] بوده است.

مدل آشفتگی تنش رینولدز (RSM) با تابع دیواره‌ی استاندارد برای شبیه‌سازی جریان انتخاب شده است، زیرا قابلیت بالاتری در مدل‌سازی جریان‌های چرخشی و گردابه‌ای داخل سیکلون دارد. شرایط مرزی شامل ورودی با سرعت ۱۶/۱ متر بر ثانیه، خروجی آزاد، و دیواره‌ی بدون لغزش تعریف شده‌اند، که خلاصه‌ی آن در جدول ۲ ارائه شده است. انتخاب الگوهای گسسته‌سازی[۳۳]، تأثیر زیادی در نتایج شبیه‌سازی دارد. انسیس فلوئنت، حلگرهای بسیاری برای الگوهای گسسته‌سازی مختلف، کوپل فشار- سرعت، فشار، اندازه‌ی حرکت، انرژی جنبشی، و نرخ اتلاف انرژی جنبشی پیشنهاد می‌دهد. الگوی گسسته‌سازی سیمپل‌سی (SIMPLEC)[۳۴] برای کوپل فشار- سرعت استفاده شده است، که موجب همگرایی بهتری می‌شود. برای گسسته‌سازی فشار نیز از الگوی میانیابی پرستو (PRESTO)[۳۵] استفاده شده است، که یگانه الگویی است که با دقت می‌تواند پروفیل سرعت میانگین، توزیع فشار استاتیک، و افت فشار در سیکلون‌ها را با انطباق خوبی نسبت به داده‌های

جدول ۳. روش و تنظیمات حل عددی.

Table 3. The adjustments in the numerical method.

Variable	Selected Method	Description
Pressure–velocity coupling	Simple-C	Suitable for steady flow with fast convergence
Pressure discretization	PRESTO	Optimized for swirling flows
Momentum and kinetic energy	Second-Order Upwind	Higher accuracy for other variables
Reynolds stress	First-Order Upwind	Improves solver convergence

تجربی پیش‌بینی کند. برای گسسته‌سازی اندازه‌ی حرکت، انرژی جنبشی، و اتلاف توربولانس از الگوی مرتبه‌ی دو بالادست[۳۶] استفاده شده است. از الگوی گسسته‌سازی مرتبه‌ی اول بالادست[۳۷] برای معادله‌های تنش‌های رینولدز استفاده شده است، که در جدول ۳ ارائه شده است.[۴۰]

[29] Solid Works
[30] Space Claim
[31] ICEM CFD
[32] ANSYS Fluent
[33] discretization scheme

[34] Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations Consistent
[35] PREssure STaggering Option
[36] second-order upwind
[37] first-order upwind

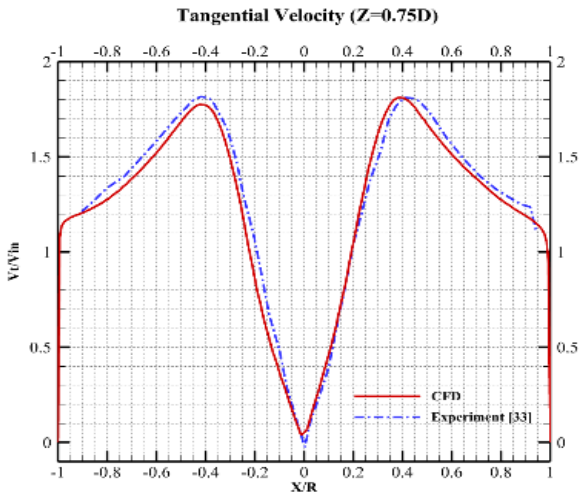


Figure 4. Validation of numerical results against experimental data for tangential velocity at the Z = 0.75D section.

شکل ۴. اعتبارسنجی نتایج عددی در مقایسه با داده‌های تجربی برای سرعت مماسی در مقطع Z=0.75D [۳۳].

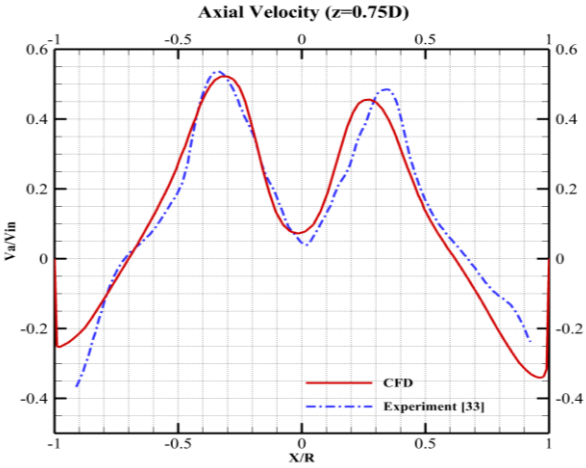


Figure 5. Validation of numerical results against experimental data for axial velocity at the Z = 0.75D section.

شکل ۵. اعتبارسنجی نتایج عددی در مقایسه با داده‌های تجربی برای سرعت محوری در مقطع Z=0.75D [۳۳].

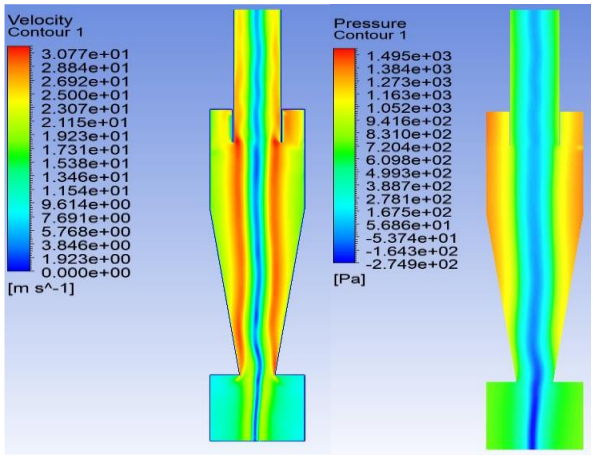


Figure 6. The velocity and pressure contour in the nominal condition.

شکل ۶. کانتور فشار و سرعت در حالت کارکرد نامی با هندسه‌ی مبنا.

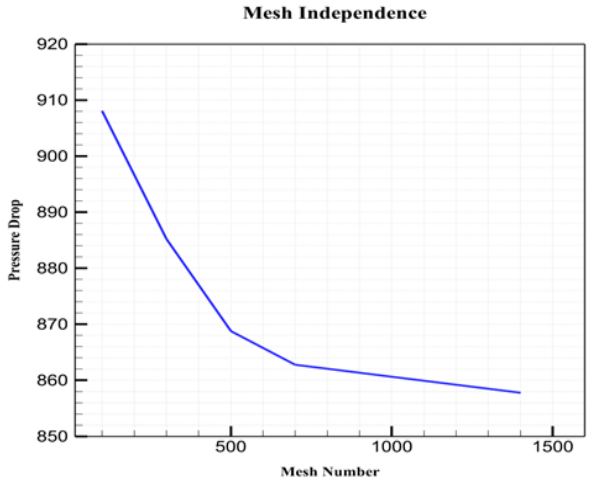


Figure 3. Grid-independence plot based on pressure drop criterion.

شکل ۳. نمودار استقلال از شبکه با معیار افت فشار.

در راستای اطمینان از درستی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی، پیش از انجام فرآیند اعتبارسنجی، ابتدا تحلیل استقلال از شبکه انجام شده است. برای این منظور، هندسه‌ی سیکلون با شبکه‌هایی در اندازه‌های مختلف از ۱۰۰ هزار تا ۱/۴ میلیون سلول شبکه‌بندی و تغییرات افت فشار و سرعت محوری و مماسی در آن‌ها بررسی شده و نتایج نشان داده است که از نقطه‌ای به بعد (شبکه با حدود ۵۰۰ هزار سلول)، تغییرات افت فشار بسیار جزئی بوده و عملاً نتایج شبیه‌سازی به پایداری عددی رسیده‌اند (شکل ۳). بنابراین، شبکه با ۵۰۰ هزار سلول به‌عنوان شبکه‌ی بهینه در نظر گرفته شده و مبنای ادامه‌ی تحلیل‌ها قرار گرفته است.

پس از تثبیت ساختار شبکه، مرحله‌ی اصلی اعتبارسنجی با مقایسه‌ی نتایج عددی با داده‌های تجربی آغاز شده است. نخست، توزیع سرعت‌های مماسی و محوری در مقطع Z = 0.75D سیکلون ارزیابی شده است. این سرعت‌ها به‌صورت بی‌بُعد بر حسب نسبت شعاعی محاسبه و با مقادیر اندازه‌گیری‌شده از آزمایش تطبیق داده شده‌اند. تطابق بسیار مناسب بین داده‌های عددی و تجربی (شکل‌های ۴ و ۵)، توانایی مدل عددی در بازتولید رفتار چرخشی جریان درون سیکلون را تأیید کرده است.

علاوه بر آن، توزیع فشار و سرعت درون محفظه‌ی سیکلون نیز با استفاده از کانتورهای دوبُعدی تحلیل شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان داده است که بیشینه‌ی فشار در ناحیه‌ی ورودی و افت فشار قابل‌توجه در مرکز سیکلون به‌درستی توسط مدل پیش‌بینی شده است. همچنین نتایج تمرکز جریان در راستای محور مرکزی و گرادیان فشار شعاعی، شکل‌گیری ساختار گردابه‌ای پایدار و مکش مرکزی را به‌خوبی نشان داده‌اند (شکل ۶).

در مرحله‌ی بعد، برای بررسی دقت پیش‌بینی افت فشار، شبیه‌سازی‌ها در پنج سرعت ورودی مختلف، شامل: ۶، ۱۰، ۱۶/۱، ۲۰، و ۲۵ متر بر ثانیه انجام و نتایج با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند. نمودار مشاهده‌شده در شکل ۷، بیانگر انطباق مطلوب بین داده‌های عددی و آزمایشگاهی است. همچنین، روند افزایشی افت فشار با افزایش سرعت ورودی به‌درستی توسط مدل عددی بازتولید شده است.

در ادامه‌ی فرآیند اعتبارسنجی، عملکرد سیکلون در جداسازی ذرات بررسی شده است. برای این منظور، سیکلون با قطر ۰/۳ متر، مطابق با شرایط فیزیکی

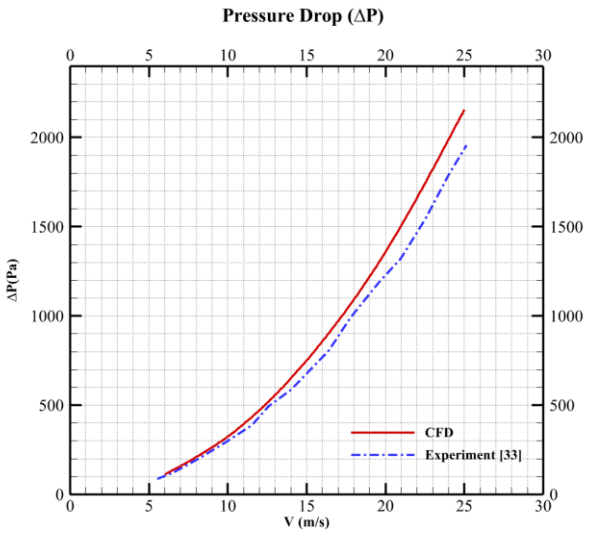


Figure 7. validation of the numerical simulation versus experimental data-pressure drop.

شکل ۷. مقایسه‌ی افت فشار به‌دست‌آمده از مطالعه‌ی آزمایشگاهی و حل عددی با شبکه‌ای حاوی ۵۰۰ هزار سلول.[۳۳]

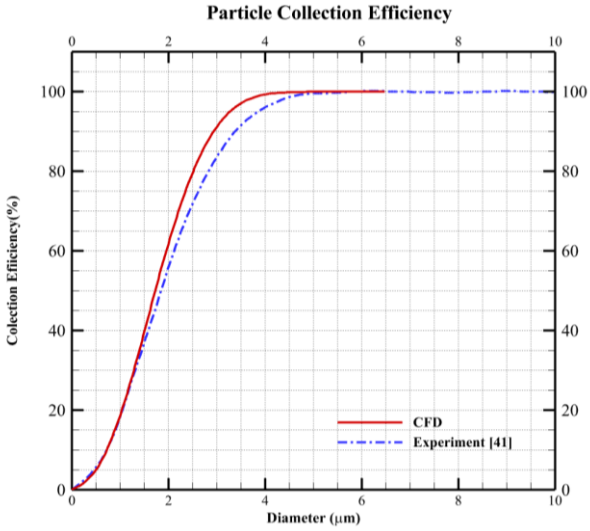


Figure 8. Validation of the numerical simulation versus experimental data-separation efficiency.

شکل ۸. مقایسه‌ی حالت آزمایشگاهی و حل عددی نمودار بازدهی جداسازی ذرات.[۴۱]

آزمایش‌های تجربی مرجع و با حفظ تمامی نسبت‌های هندسی طراحی و شبیه‌سازی‌ها با استفاده از خواص پودر تالک انجام شده است. بازده جدایش برای ذرات در اندازه‌های مختلف محاسبه و با داده‌های تجربی مقایسه شده است. نتایج نشان‌دهنده‌ی انطباق مناسب بین دو مجموعه‌ی داده بوده و دقت مدل عددی در پیش‌بینی کارایی، جدایش ذرات را نیز تأیید کرده است (شکل ۸).

درنهایت، به‌منظور بررسی تأثیر تعداد ذرات در نتایج و حصول اطمینان از استقلال مدل از پارامتر مذکور، شبیه‌سازی‌ها با سه مقدار مختلف شامل ۲۸۸۰، ۲۸۸۰۰، و ۱۴۴۰۰۰ بسته ذره انجام شده‌اند.

نتایج منعکس‌شده در شکل ۹ نشان می‌دهد که پس از یک مقدار مشخص، افزایش بیشتر تعداد بسته‌ها تأثیر قابل‌توجهی در نتایج نداشته و مدل به

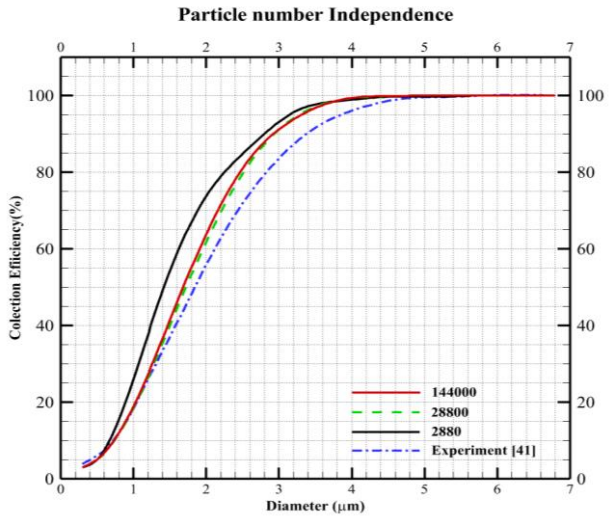


Figure 9. Independence study for the particle numbers in the benchmark cyclone.

شکل ۹. مطالعه‌ی استقلال از تعداد ذرات در حالت مبنا.

پایداری عددی رسیده است. یافته‌ی اخیر، همچنین استفاده از مدل کوپلینگ یک‌طرفه را از نظر دقت و کارایی محاسباتی تأیید کرده است.

در مجموع، مقایسه‌ی نتایج عددی و تجربی در سطوح مختلف تحلیل جریان و عملکرد جداسازی، نشان‌دهنده‌ی اعتبار بالای مدل عددی و تنظیمات اعمال‌شده در پژوهش حاضر است؛ که مبنای اطمینان‌بخشی برای استفاده از مدل شبیه‌سازی‌شده در ادامه‌ی پژوهش به‌منظور بررسی تغییرات هندسی و بهینه‌سازی عملکرد سیکلون است.

۵. نتایج اعمال تغییرات روی سیکلون

در بخش کنونی، تأثیر اعمال چهار تغییر هندسی به‌صورت مرحله‌ای در عملکرد سیکلون پایه‌ی استیرمند بررسی شده است. تغییرات به‌ترتیب در چهار بخش اصلی سیکلون، شامل: ورودی، گردابه‌یاب، بدنه، و بخش جمع‌آوری ذرات اعمال شده‌اند. هدف از تغییرات اخیر، کنترل بهینه‌ی جریان داخلی، کاهش آشفتگی، بهبود پایداری جریان، و افزایش احتمال برخورد ذرات با دیواره‌ها برای بهبود بازده جداسازی بوده است. برای این منظور، از مدل عددی اعتبارسنجی‌شده استفاده و پارامترهایی نظیر: بازده جداسازی، افت فشار، و قطر برش (d_{50}) در هر مرحله بررسی شده‌اند. در مرحله‌ی اول، استفاده از ورودی مارپیچی با زاویه‌ی ۳۶۰ درجه باعث افزایش هدایت جریان به دیواره‌ها شده و بازده جداسازی را به‌طور قابل‌توجهی افزایش داده است. در مرحله‌ی دوم، گردابه‌یاب با سقف انحنادار جایگزین نوع تخت شده و با یکنواخت‌سازی میدان جریان، افت فشار مرحله‌ی قبلی را کاهش داده است. در ادامه، افزودن تثبیت‌کننده‌ی گردابه به بدنه موجب کاهش نوسان‌ها و بهبود پایداری جریان مرکزی شده است.

در نهایت، با اعمال طراحی مخروط هیبریدی معکوس پیچ‌خورده در بخش جمع‌آوری ذرات، بازده جداسازی ذرات ریز افزایش و بازگشت ذرات جمع‌آوری‌شده به جریان اصلی کاهش یافته است. در شکل ۱۰، نمایی از چهار تغییر اخیر مشاهده می‌شود. اصلاحات اخیر به‌صورت جداگانه و ترکیبی ارزیابی شده و نتایج نشان داده است که هرکدام تأثیر مثبتی در عملکرد سیکلون داشته‌اند. اگرچه اثر برخی تغییرات در یکدیگر هم‌افزایی نداشته است، اما در

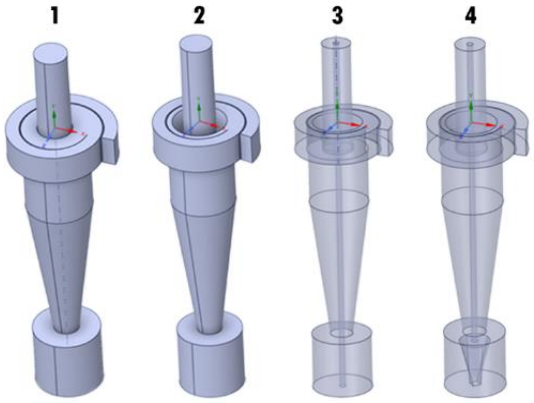


Figure 10. The evolution in the geometry of cyclone.

شکل ۱۰. نمایی از تغییرات مرحله‌ای سیکلون.

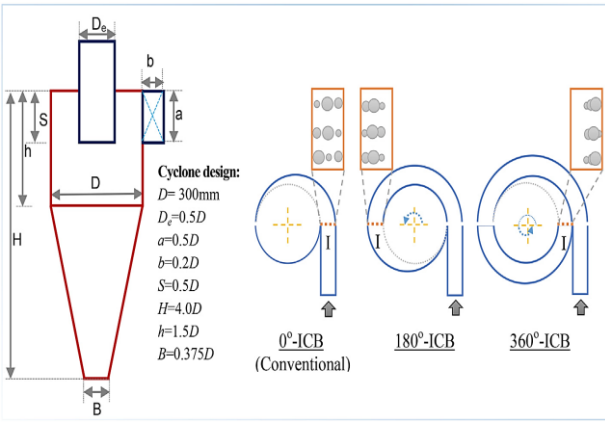


Figure 11. View of the cyclone with an integrated spiral inlet.

شکل ۱۱. نمایی از سیکلون با ورودی مارپیچی یکپارچه.[۱۳]

مجموع ترکیب آن‌ها منجر به افزایش کارایی سیکلون شده است. نتایج اخیر می‌تواند پایه‌ای برای طراحی‌های نوین در سیکلون‌های صنعتی باشد.

۶. تحلیل نتایج

در تحلیل نتایج، عملکرد سیکلون پایه‌ی استیرمند تحت تأثیر چهار تغییر هندسی مرحله به مرحله، شامل: ورودی، گردابه‌یاب، بدنه، و بخش جمع‌آوری ذرات، با استفاده از شبیه‌سازی عددی و مقایسه با داده‌های تجربی بررسی شده است. هدف عبارت از بهبود بازده جداسازی، کاهش قطر برش، و حفظ افت فشار در محدوده‌ی قابل‌قبول بوده است.

۶. ۱. نتایج اعمال تغییرات در ورودی سیکلون

در بخش حاضر، تأثیر طراحی ورودی مارپیچی یکپارچه با زاویه‌ی چرخش ۳۶۰ درجه (ICBC) در عملکرد سیکلون پایه‌ی استیرمند بررسی شده است. طراحی مذکور که پیشتر توسط ژائو و همکاران (۲۰۱۹)،[۱۳] پیشنهاد شده است، در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که هدایت بهتر جریان و ذرات به سمت دیواره‌ها، موجب افزایش بازده جداسازی به میزان ۱۱/۵۲٪ و کاهش قطر برش تا ۱۲/۱۴٪ شده است. شبیه‌سازی عددی، نتایج قابل‌توجهی در بهبود جداسازی ذرات ریز نشان داده است، هر چند افت فشار نیز به میزان ۲۲/۰۴٪ افزایش یافته است. با توجه به اهمیت جداسازی مؤثر ذرات ریز در بسیاری از فرآیندهای صنعتی، افزایش افت فشار ایجادشده در برابر بهبود بازده، قابل‌توجیه ارزیابی شده است. مرحله‌ی کنونی به‌عنوان گام ابتدایی در بهینه‌سازی گام‌به‌گام هندسه‌ی سیکلون انجام شده و مبنایی برای اصلاحات بعدی در سایر بخش‌ها

جدول ۴. نتایج تغییرات در هندسه‌ی ورودی سیکلون.

Table 4. Result for the change in the cyclone inlet geometry.

Performance Parameter	Base Case	New Value (Percentage Change (%))
Pressure drop (Pa)	1386.3	1691.91(+22.04%)
Separation efficiency (%)	76.35	85.15(+11.52%)
Cut-off diameter (μm)	1.73	1.52(–12.4%)

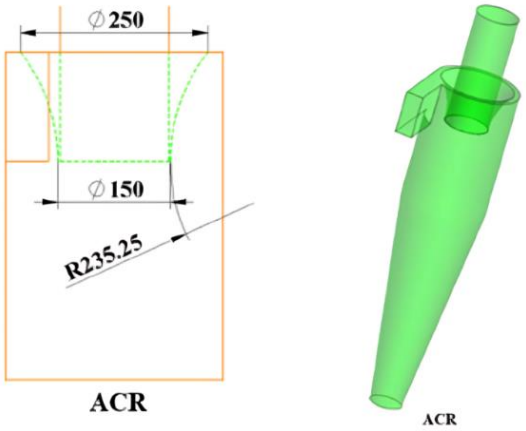


Figure 12. View of a cyclone with a curved vortex-finder.

شکل ۱۲ . نمایی از سیکلون با گردابه‌یاب انحنادار.[۲۰]

فراهم ساخته است. در شکل ۱۵ و جدول ۴، تغییرات بازده جداسازی بر حسب قطر ذرات و همچنین مقایسه‌ی مدل پایه و طراحی با ورودی مارپیچی ۳۶۰ درجه مشاهده می‌شود.

۶. ۲. نتایج اعمال تغییرات در گردابه‌یاب سیکلون

در مرحله‌ی دوم پژوهش، طراحی انحنادار برای گردابه‌یاب (ACR) به‌منظور کاهش افت فشار و بهبود پایداری جریان در کنار ورودی مارپیچی ۳۶۰ درجه بر روی سیکلون پایه‌ی استیرمند اعمال شده است. طراحی اخیر طبق شکل ۱۲ با الگوبرداری از مطالعه‌ی لی و همکاران (۲۰۲۲)،[۲۰] انتخاب شده است، که در آن بهبود ۲۴/۶۶٪ بازده و کاهش ۲۸/۵۸٪ افت فشار گزارش شده بود. نتایج شبیه‌سازی حاضر نشان داده است که بازده جداسازی نسبت به مدل پایه ۱۱/۷۲٪ افزایش یافته و قطر برش به ۱/۵۱ میکرومتر کاهش پیدا کرده است، اما بهبودی اخیر نسبت به مرحله‌ی قبلی (ورودی مارپیچی) تفاوت قابل‌توجهی نداشته است. در مقابل، افت فشار به میزان ۷/۴۹٪ نسبت به مدل ورودی مارپیچی کاهش یافته است، که به معنای جبران بخشی از افزایش افت فشار مرحله‌ی قبل بوده است. به‌طورکلی، این تغییر اگرچه بازده جداسازی را چندان افزایش نداده است، اما با بهبود یکنواختی جریان و کاهش افت فشار، نقش مثبتی در بهینه‌سازی عملکرد سیکلون ایفا کرده و زمینه را برای تغییرات بعدی در بدنه فراهم ساخته است. در شکل ۱۵ و جدول ۵، تغییرات بازده جداسازی نسبت به مدل پایه و تغییرات قبلی مشاهده می‌شود.

۶. ۳. نتایج اعمال تغییرات در بدنه‌ی سیکلون

در مرحله‌ی سوم پژوهش حاضر، تثبیت‌کننده‌ی گردابه‌ی میله‌ای به قطر ۰/۱ قطر اصلی سیکلون، که به انتهای سیکلون متصل شده است، افزوده شده است؛ که هدف از تغییر آن، کاهش نوسان‌های جریان در ناحیه‌ی مرکزی و بهبود

جدول ۵. نتایج تغییرات در گردابه‌یاب سیکلون.

Table 5. Result for the change in the cyclone vortex finder section.

Performance Parameter	Base Case	Previous Value	New Value (Percentage Change (%))	Percentage Change vs. Base Case (%)
Pressure drop (Pa)	1386.3	1691.9	15.15(–7.49%)	+12.9%
Separation efficiency (%)	76.35	85.15	85.31(+0.18%)	+11.72%
Cut-off diameter (μm)	1.73	1.52	1.51(–0.66%)	–12.71%

جدول ۶. نتایج تغییرات با افزودن میله‌ی تثبیت‌کننده.

Table 6. Result for the adding vortex stabilizer column.

Performance Parameter	Base Case	Previous Value	New Value (Percentage Change (%))	Percentage Change vs. Base Case (%)
Pressure drop (Pa)	1386.3	1565.15	1596.29(+1.98%)	+15.14%
Separation efficiency (%)	76.35	85.3125	86.3(+1.15%)	+13.02%
Cut-off diameter (μm)	1.73	1.51	1.39(–7.94%)	–19.65%

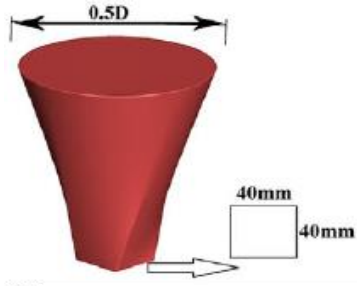


Figure 14. View of a twisted inverse hybrid solid cone (TIHSC).

شکل ۱۴. نمایی از مخروط جامد هیبریدی معکوس پیچ‌خورده (TIHSC).[۲۸]

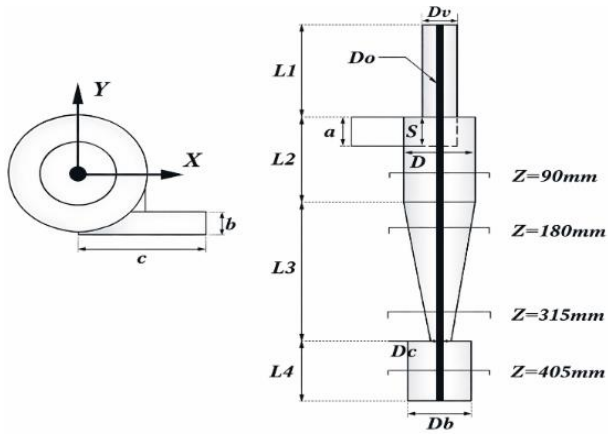


Figure 13. View of the cyclone with a vortex-stabilizing rod in the central region.

شکل ۱۳. نمایی از سیکلون با میله‌ی تثبیت‌کننده‌ی گردابه در ناحیه‌ی مرکزی.[۲۶]

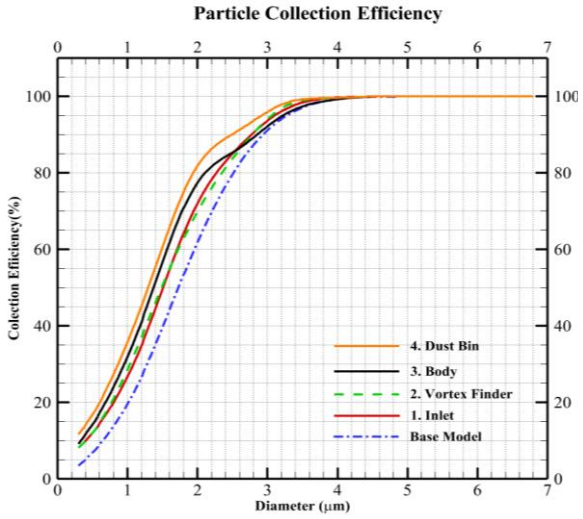


Figure 15. Comparison chart of the cumulative particle separation efficiency of each modification stage.

شکل ۱۵. نمودار مقایسه‌ی بازده جداسازی ذرات هر مرحله‌ی تجمیعی از تغییرات نسبت به مراحل پیش.

پایداری میدان جریان بوده است. براساس یافته‌های دوان و همکاران (۲۰۲۰)،[۲۶] تغییر مذکور طبق شکل ۱۳، عملکرد بهینه‌ای در تثبیت جریان و جلوگیری از افزایش افت انرژی داشته است. نتایج شبیه‌سازی نشان داده است که با افزودن تثبیت‌کننده‌ی اخیر، بازده جداسازی نسبت به مدل پایه ۱۳/۰۲٪ افزایش یافته است، هر چند نسبت به تغییر قبلی فقط ۱/۱۵٪ بهبود داشته است. قطر برش نیز از ۱/۵۱ به ۱/۳۹ میکرومتر کاهش یافته است، که نشان‌دهنده‌ی افزایش توانایی در جداسازی ذرات ریز بوده است. افت فشار نسبت به مدل پایه ۱۵/۴٪ افزایش یافته است، اما همچنان در محدوده‌ی قابل‌قبول باقی مانده است. به‌طورکلی، این تغییر با تثبیت ساختار جریان و بهبود یکنواختی توزیع فشار، نقش مؤثری در بهینه‌سازی عملکرد سیکلون ایفا کرده و مسیر را برای مرحله‌ی نهایی اصلاحات هموار ساخته است. در شکل ۱۵ و جدول ۶، تغییرات بازده جداسازی نسبت به مدل پایه و تغییرات قبلی مشاهده می‌شود.

۶. ۴. نتایج اعمال تغییرات در بخش جمع‌آوری ذرات سیکلون

در مرحله‌ی پایانی پژوهش حاضر، طراحی مخروط جامد هیبریدی معکوس پیچ‌خورده (TIHSC) طبق شکل ۱۴ در بخش جمع‌آوری ذرات سیکلون پایه‌ی استیرمند اعمال شده است. این طراحی که پیشتر توسط دهداری‌نژاد و همکاران (۲۰۲۳)،[۲۸] معرفی شده بود، با هدف کاهش بازگشت ذرات به جریان اصلی، کاهش افت فشار و افزایش بازده جداسازی به‌ویژه برای ذرات ریز انتخاب

جدول ۷. نتایج تغییرات با افزودن بخش مخروطی به محفظه‌ی جمع‌آوری ذرات.

Table 7. Result for the adding a conic in the dust bin section.

Performance Parameter	Base Case	Previous Value	New Value (Percentage Change (%))	Percentage Change vs. Base Case (%)
Pressure drop (Pa)	1386.3	1596.29	1584.84(–1.47%)	+13.45%
Separation efficiency (%)	76.35	86.3	89.24(+3.4%)	+16.87%
Cut-off diameter (μm)	1.73	1.39	1.3(–6.47%)	–24.85%

شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داده است که استفاده از TIHSC موجب افزایش بازده جداسازی به میزان ۱۶/۸۷٪ نسبت به مدل پایه و ۳/۴٪ نسبت به مرحله‌ی قبلی شده است. قطر برش نیز به ۱/۳ میکرومتر کاهش یافته است، که نسبت به مدل پایه، معادل ۲۴/۸۵٪ کاهش نشان داده است؛ که بیانگر بهبود چشمگیر در جداسازی ذرات کوچک است. همچنین، افت فشار نسبت به مرحله‌ی قبل ۱/۴۷٪ کاهش یافته است، اگرچه همچنان نسبت به مدل پایه، ۱۳٪/۴۵ افزایش داشته است، اما در محدوده‌ی قابل‌قبول باقی مانده است. نتایج اخیر نشان داده است که طراحی TIHSC علاوه‌بر حفظ مزایای مراحل پیشین، با تثبیت بیشتر جریان و افزایش جداسازی ذرات ریز، عملکرد کلی سیکلون را بهینه ساخته و تکمیل‌کننده‌ی فرآیند بهینه‌سازی مرحله به مرحله در چهار بخش اصلی سیکلون بوده است. در شکل ۱۵ و جدول ۷، تغییرات بازده جداسازی نسبت به مدل پایه و تغییرات قبلی مشاهده می‌شود.

۷. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، تأثیر اعمال چهار تغییر هندسی مرحله به مرحله در عملکرد سیکلون پایه‌ی استیرمند بررسی شده است. نتایج نشان داده است که طراحی ورودی مارپیچی ۳۶۰ درجه، بیشترین تأثیر را در افزایش بازده جداسازی (۱۱٪/۵۲) و کاهش قطر برش (۱۲/۱۴٪) داشته است، هر چند افت فشار را نیز تا ۲۲/۰۴٪ افزایش داده است. در مرحله‌ی دوم، استفاده از گردابه‌یاب انحنادار موجب کاهش افت فشار نسبت به مرحله‌ی اول شده است (۷/۴۹٪)، اما تأثیر چندانی در قطر برش نداشته است. در مرحله‌ی سوم، افزودن تثبیت‌کننده‌ی گردابه باعث بهبود پایداری جریان و کاهش قطر برش به ۱/۳۹ میکرومتر شده است، با افزایش ۱۵/۱۴٪ در افت فشار نسبت به مدل پایه، در نهایت، طراحی مخروط هیبریدی معکوس پیچ‌خورده بازده جداسازی را تا ۱۶/۸۷٪ افزایش و قطر برش را به ۱/۳ میکرومتر کاهش داده است، در حالی که افت فشار در محدوده‌ی قابل‌قبول باقی مانده است. نتایج اخیر نشان می‌دهد که ترکیب تغییرات اخیر می‌تواند به بهینه‌سازی عملکرد سیکلون منجر شود، هر چند آثار آن‌ها لزوماً خطی نبوده و در برخی موارد بیشتر موجب حفظ یا تقویت نتایج مراحل قبلی شده‌اند.

"فهرست علائم"

علائم انگلیسی

p	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
u_i	مؤلفه‌های میدان سرعت (ms^{-1})
R_{ij}	تانسور تنش رینولدز
Re_P	عدد رینولدز ذره
C_D	ضریب پسا وارد بر ذره
t	زمان (s)

علائم یونانی

ρ	چگالی (kgm^{-3})
ϑ	لزجت سینماتیکی
k	انرژی جنبشی اغتشاشی
τ_{ij}	تنش رینولدز
δ_{ij}	ترم نرخ کرنش

References – منابع

1. Hoffmann, A.C. and Stein, L.E., 2007. Gas cyclones and swirl tubes: principles, design, and operation. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-74696-6
2. Shepherd, C.B. and Lapple, C.E., 1940. Flow pattern and pressure drop in cyclone dust collectors cyclone without intel vane. *Industrial & Engineering Chemistry*, *32*(9), pp.1246-1248. https://doi.org/10.1021/ie50369a042
3. Leith, D. and Mehta, D., 1973. Cyclone performance and design. *Atmospheric Environment*, *7*(5), pp.527–549. https://doi.org/10.1016/0004-6981(73)90006-1
4. Dietz, P.W., 1981. Collection efficiency of cyclone separators. *Aiche Journal*, *27*(6), pp.888–892. https://doi.org/10.1002/aic.690270603
5. Stairmand, C.J., 1949. Pressure drop in cyclone separators. *Engineering*, *168*(4369), p.409.
6. Barth, W., 1956. Berechnung und auslegung von zyklonabscheidern auf grund neuer untersuchungen. *Brennstoff-warme-kraft*, *8*, pp.1–9.
7. Muschelknautz, E., 1972. Die berechnung von zyklonabscheidern für gase. *Chemie Ingenieur Technik*,*44*(1-2),pp.63–71. https://doi.org/10.1002/cite.330440112

8. Reydon, R.F. and Gauvin, W.H., 1981. Theoretical and experimental studies of confined vortex flow. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, *59*(1), pp.14–23. https://doi.org/10.1002/cjce.5450590102

9. Meißner, P. and Löffler, F., 1978. Zur berechnung des strömungsfeldes im zyklonabscheider. *Chemie Ingenieur Technik*, *50*(6),pp.471–471. https://doi.org/10.1002/cite.330500619

10. Iozia, D.L. and Leith, D., 1989. Effect of cyclone dimensions on gas flow pattern and collection efficiency. *Aerosol Science and Technology*, *10*(3), pp.491–500. https://doi.org/10.1080/02786828908959289

11. Iozia, D.L. and Leith, D., 1990. The logistic function and cyclone fractional efficiency. *Aerosol Science and Technology*, *12*(3), pp.598–606. https://doi.org/10.1080/02786829008959373

12. Ramachandran, G., Leith, D., Dirgo, J. and Feldman, H., 1991. Cyclone optimization based on a new empirical model for pressure drop. *Aerosol Science and Technology*, *15*(2), pp.135–148. https://doi.org/10.1080/02786829108959520

13. Zhao, B., Wang, D. and Su, Y., 2019. Performance improvement of cyclone separator by integrated compact bends. *Powder Technology*, *353*, pp.64–71. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.05.004

14. Wasilewski, M. and Brar, L.S., 2019. Effect of the inlet duct angle on the performance of cyclone separators. *Separation and Purification Technology*, *213*, pp.19–33. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.12.023

15. Brar, L.S., Rahmani, F. and Wasilewski, M., 2024. Performance analysis of multi-inlet cyclone separators considering different shapes and locations of the inlet ducts. *Advanced powder technology*, *35*(2), pp.104325–104325. https://doi.org/10.1016/j.apt.2024.104325

16. Feng, M., Gui, C., Zhou, Y. and Lei, Z., 2024. Numerical study on performance optimization and flow mechanism of a new cyclone separator. *Green chemical engineering*. https://doi.org/10.1016/j.gce.2024.03.006

17. Fetuga, I.A., Olakoyejo, O.T., Abolarin, S.M., Adelaja, A.O., Ologunoba, S.O., Oluwatusin, O., Fetuata, O., Adewumi, O.O., Robinson, U.D. and Marcos, A., 2023. Eulerian–Lagrangian fluid dynamics study on the effects of inlet radial angle on the performance and flow pattern of multi-inlet cyclone separator. *Alexandria Engineering Journal*, *78*, pp.453–468. https://doi.org/10.1016/j.aej.2023.07.058

18. Guo, M., Xue, H., Pang, J., Le, D.K., Sun, X. and Yoon, J.Y., 2023. Numerical investigation on the swirling vortical characteristics of a Stairmand cyclone separator with slotted vortex finder. *Powder Technology*, *416*, pp.118236–118236. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118236

19. Li, W., Huang, Z. and Li, G., 2023. Improvement of the cyclone separator performance by the wedge-shaped roof: A multi-objective optimization study. *Chemical Engineering Science*, *268*, p.118404. https://doi.org/10.1016/j.ces.2022.118404

20. Li, W., Huang, Z., Li, G. and Ye, C., 2022. Effects of different cylinder roof structures on the vortex of cyclone separators. *Separation and Purification Technology*, *296*, pp.121370–121370. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2022.121370

21. Kumar, V. and Jha, K., 2019. Multi-objective shape optimization of vortex finders in cyclone separators using response surface methodology and genetic algorithms. *Separation and Purification Technology*, *215*, pp.25–31. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.12.083

22. Pei, B., Yang, L., Dong, K., Jiang, Y., Du, X. and Wang, B., 2017. The effect of cross-shaped vortex finder on the performance of cyclone separator. *Powder Technology*, *313*, pp.135–144. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.02.066

23. Yang, H., Wang, N., Cao, Y., Meng, X. and Yao, L., 2022. Effects of helical fins on the performance of a cyclone separator: A numerical study. *Advanced Powder Technology*, *34*(1), pp.103929–103929. https://doi.org/10.1016/j.apt.2022.103929

24. Zhou, F., Sun, G., Han, X., Zhang, Y. and Bi Wenqun, 2018. Experimental and CFD study on effects of spiral guide vanes on cyclone performance. *29*(12), pp.3394–3403. https://doi.org/10.1016/j.apt.2018.09.022

25. Pandey, S. and Brar, L.S., 2022. On the performance of cyclone separators with different shapes of the conical section using CFD. *Powder Technology*, *407*, p.117629. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2022.11762

26. Duan, J., Gao, S., Hou, C., Wang, W., Zhang, P. and Li, C., 2020. Effect of cylinder vortex stabilizer on separator performance of the Stairmand cyclone. *Powder Technology*, *372*, pp.305–316. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.06.031

27. Wasilewski, M. and Brar, L.S., 2023. Performance analysis of the cyclone separator with a novel clean air inlet installed on the roof surface. *Powder technology*, *428*, pp.118849–118849.

https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.118849

28. Dehdarinejad, E., Parvaz, F., Hosseini, S.H., Ahmadi, G. and Elsayed, K., 2023. Performance analysis of a gas cyclone with a dustbin inverted hybrid solid cone. *Aerosol Science and Technology*, *57*(9), pp.911–924. https://doi.org/10.1080/02786826.2023.2217873

29. Elsayed, K., Parvaz, F., Hosseini, S.H. and Ahmadi, G., 2020. Influence of the dipleg and dustbin dimensions on performance of gas cyclones: An optimization study. *Separation and Purification Technology*, *239*, pp.116553–116553. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.116553

30. Parvaz, F., Hosseini, S.H., Elsayed, K. and Ahmadi, G., 2020. Influence of the dipleg shape on the performance of gas cyclones. *Separation and Purification Technology*, *233*, pp.116000–116000. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2019.116000

31. Sun, Y., Yang, G., Shen, Q., Li, S., Yang, X., Zhang, G. and Sheng, Z., 2024. Numerical analysis of cyclone separators with unique dipleg structures at different dipleg-to-dustbin ratios. *Powder Technology*, *443*, pp.119904–119904. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2024.119904

32. Parvaz, F., Hosseini, S.H., Elsayed, K. and Ahmadi, G., 2018. Numerical investigation of effects of inner cone on flow field, performance and erosion rate of cyclone separators. *Separation and Purification Technology*, *201*, pp.223–237. https://doi.org/10.1016/j.seppur.2018.03.001

33. Hoekstra, A.J., 2000. Gas flow field and collection efficiency of cyclone separators.

34. Jang, K., Lee, G.G. and Huh, K.Y., 2018. Evaluation of the turbulence models for gas flow and particle transport in URANS and LES of a cyclone separator. *Computers & Fluids*, *172*, pp.274–283. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2018.04.032

35. Soliman, M.M., Yasser El-shaer, Elsayed, K. and Ibrahim, M.A., 2025. Performance enhancement of gas cyclone with streamlined ports using CFD simulations. *Journal of Engineering and Applied Science*, *72*(1). https://doi.org/10.1186/s44147-024-00575-8

36. Jefri Lim, A.D.L. and Abu Bakar, S.A., 2025. Effects of air vortex finder length and outlet diameter variations on oil palm loose fruit collector. *Journal of Engineering Research and Education (JERE)*, *16*, pp.76–87. https://doi.org/10.58915/jere.v16.2024.1514

37. Cen, Z.L., Zhao, J.G. and Shen, B.X., 2014. A comparative study of omega rsm and rng k-ε model for the numerical simulation of a hydrocyclone. *Iranian Journal of Chemistry & Chemical Engineering-international English Edition*, *33*(3), pp.53–61. https://doi.org/10.30492/ijcce.2014.11331

38. Corrêa, R.G., Andrade, J.R. and José, F., 2023. Improving separation prediction of cyclone separators with a hybrid URANS-LES turbulence model. *Powders*, *2*(3), pp.607–623. https://doi.org/10.3390/powders2030038

39. Misiulia, D., Antonyuk, S., Andersson, A.G. and Lundström, T.S., 2020. High-efficiency industrial cyclone separator: A CFD study. *Powder Technology*, *364*, pp.943–953. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.10.064

40. Brar, L.S., Sharma, R.P. and Elsayed, K., 2015. The effect of the cyclone length on the performance of Stairmand high-efficiency cyclone. *Powder Technology*, *286*, pp.668–677. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.09.003

41. Zhao, B., 2005. Development of a new method for evaluating cyclone efficiency. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, *44*(4), pp.447–451. https://doi.org/10.1016/j.cep.2004.06.007

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu

Research Article

Modal-based Structural Health Monitoring of a Composite Wind-Turbine Blade

Seyed Mohammad Hossein Sharifi*, Gholamreza Rashed and Mohammad Foad Salamizadeh

Department of Mechanical Engineering, Petroleum University of Technology, Abadan Faculty of Petroleum, Abadan.
* Corresponding author:(sharifi@put.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 12 August 2025

Revised: 8 September 2025

Accepted: 4 October 2025

Keywords:

Structural health monitoring,
wind turbine blade,
crack growth,
finite element method,
modal analysis.

Abstract

Health monitoring of rotating machinery, particularly wind turbines, has become increasingly important due to the demand for reliability, efficiency, and reduced maintenance costs in renewable energy systems. Wind turbine blades, being large composite structures subjected to dynamic loading and harsh environmental conditions, are highly vulnerable to damage such as crack initiation and growth. Early detection of such damage is critical to prevent catastrophic failures and costly downtime. This study applies vibration-based modal analysis in combination with fracture mechanics principles to monitor the health of a composite wind turbine blade. A finite element (FE) model was developed in ANSYS to simulate the structural response of the blade under different crack lengths and positions. The natural frequencies and mode shapes were extracted for both healthy and defective blades. Results reveal a clear relationship between crack growth and frequency reduction. Critical crack depths were identified: 250 mm for cracks near the root, 300 mm for cracks in the middle, and 350 mm for cracks near the tip. Furthermore, each mode exhibited different levels of sensitivity to crack location, with bending modes more responsive near the root and torsional modes more affected near the tip. These findings highlight the potential of modal analysis as a practical tool for structural health monitoring (SHM) of wind turbine blades in real-time applications.

Introduction

The rapid expansion of wind energy as a major renewable resource has led to significant growth in the deployment of large-scale wind turbines. Ensuring the structural integrity of their blades is critical because any failure in these components directly impacts energy production, operational costs, and safety. Wind turbine blades, typically made of fiber-reinforced composites, experience continuous dynamic loading from wind forces, gravitational effects, and centrifugal stresses during operation. Over time, these loads can initiate cracks that propagate, leading to stiffness reduction and eventually catastrophic failure.

Traditional non-destructive testing (NDT) methods such as ultrasonic, eddy current, or radiography are not always feasible for in-service blades due to accessibility challenges, cost, and limited reliability under real operating conditions. As an alternative, vibration-based methods, particularly modal analysis, offer a promising solution. Modal parameters such as natural frequencies and mode shapes are highly sensitive to structural changes. Any alteration in stiffness or mass distribution caused by cracks or delamination manifests as detectable shifts in these parameters.

Previous studies have explored the relationship between notches or cracks and modal behavior in gas turbine compressor blades, steam turbine blades, and scaled wind turbine models. However, limited research has addressed the systematic identification of critical crack depths in full-scale wind turbine blades and the comparative influence of crack positions along the blade span. The present study fills this gap by numerically analyzing a 9.65 m composite blade through finite element modeling and modal simulations.

Methodology

The methodology integrates finite element modeling, fracture mechanics, and modal analysis to assess the effect of crack size and location on the dynamic response of a wind turbine blade.

To Cite this article:
Sharifi, S.M.H., Rashed, G. and Salamizadeh, M.F. 2026. Application of modal analysis for health monitoring of wind turbine blade, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 17-25. https://doi.org/10.24200/j40.2025.67449.1745

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

The blade under investigation has a length of 9.65 m and was modeled according to actual design specifications. A carbon/epoxy laminate with a thickness of 7.65 mm was used, providing high strength-to-weight ratio. The layup consisted of multiple sub-laminates oriented at ±45° and 0°, ensuring anisotropic stiffness representative of real composite structures.

A full-scale 9.65 m carbon/epoxy blade (7.65 mm total thickness, layup shown in Fig. 3) was modeled in ANSYS using 2nd-order tetrahedral elements. Singular elements were placed near crack fronts to capture stress intensity. Mesh independence was confirmed (Fig. 6). Root boundary conditions simulated a clamped hub permitting rotation about one axis; operating speed 40 rpm (1.6 MW turbine).

Cracks were modeled at root, mid-span and tip; depths increased from 0 to 400 mm in increments of 50 mm. Modal analyses extracted modes 1–4 (three bending, one torsion).

For the healthy blade, the corresponding frequencies were 9 Hz, 19 Hz, 31 Hz, and 40 Hz, respectively. We define the critical depth as the smallest crack depth where the frequency drop rate increases sharply.

Results and Discussion

At the root, Mode 1 decreased by >6% at 250 mm crack depth. At mid-span, Mode 4 decreased >6% at 300 mm. Near the tip, Mode 4 decreased ≈20% at 400 mm. demonstrate that crack growth induces significant and mode-dependent reductions in natural frequencies. For cracks located near the root, frequency reduction begins as early as 150 mm of crack depth, with a sharp decline observed at 250 mm, particularly in the first bending mode. At this stage, Mode 1 experienced a reduction of more than 6%, whereas higher modes exhibited milder changes, indicating that root cracks primarily affect the bending stiffness of the blade. In the case of mid-span cracks, frequency reductions were delayed until approximately 300 mm crack depth. Both Modes 1 and 4 showed higher sensitivity, with the torsional Mode 4 exhibiting a drop exceeding 6% for deeper cracks. This suggests that the influence of mid-span cracks extends to both bending and torsional behaviors. For cracks near the tip, frequency reduction remained negligible until a depth of about 350 mm, after which Mode 4 became highly sensitive, showing up to 20% reduction at a crack depth of 400 mm. Lower bending modes were only marginally affected in this region, reflecting the localized impact of tip damage on torsional stiffness. A comparison of modal sensitivities reveals that the first bending mode is the earliest and most reliable indicator of root damage, while the torsional mode provides the most effective signal for cracks occurring farther from the root. Modes 2 and 3, by contrast, exhibited relatively smaller frequency variations and are less effective for early damage detection. Overall, the study identifies critical crack depths of 250 mm near the root, 300 mm at mid-span, and 350 mm near the tip, which mark the thresholds where frequency reductions become abrupt and thus demand immediate attention in a health monitoring system.

Conclusions

This study establishes the effectiveness of vibration-based modal analysis as a tool for structural health monitoring of composite wind turbine blades. Using finite element simulations, the relationship between crack growth and natural frequency reduction was quantified. The findings highlight three major contributions:

1. **Critical crack depths:** Distinct thresholds were identified for different blade locations approximately 250 mm near the root, 300 mm at mid-span, and 350 mm near the tip beyond which frequency drops became sharp and significant.
2. **Mode sensitivity:** The results highlighted that bending modes, especially the first mode, are most sensitive to cracks close to the root, while torsional modes are strongly influenced by cracks located toward the tip.
3. **Damage localization:** By observing the behavior of specific modes, it is possible not only to confirm the presence of a crack but also to estimate its approximate location along the blade span.

In conclusion, modal analysis, combined with fracture mechanics principles, provides a reliable and cost-effective approach for real-time health monitoring of wind turbine blades.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

استفاده از آنالیز مودال جهت پایش سلامت پره‌ی توربین باد

سیدمحمدحسین شریفی * ، غلامرضا راشد و محمدفواد سلامی‌زاده

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعت نفت، دانشکده‌ی آبادان، آبادان.

*نویسنده مسئول (sharifi@put.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۵/۲۱

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۴/۰۶/۱۷

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۴/۰۷/۱۲

واژگان کلیدی:

پایش سلامت،

پره‌ی توربین باد،

رشد ترک،

روش اجزاء محدود،

آنالیز مودال.

چکیده

پایش سلامت ماشین‌های دوار، یکی از مهم‌ترین فعالیت‌های مهندسی، شامل اندازه‌گیری و تحلیل پارامترهای مؤثر در عملکرد آن‌هاست، که به‌منظور ارزیابی وضعیت فعلی و پیش‌بینی عملکرد آتی دستگاه‌ها انجام می‌شود. از آنجایی‌که خواص رزونانسی یا مودال یک ساختار مکانیکی تحت تأثیر خواص فیزیکی آن است؛ بنابراین، هرگونه تغییر در خواص فیزیکی یک سازه باعث تغییر در پارامترهای مودال آن می‌شود. لذا می‌توان با نظارت پیوسته بر سیستم و پارامترهای آنالیز مودال، وقوع آسیب در سیستم را شناسایی کرد. در نوشتار حاضر، به پایش سلامت پره‌ی توربین باد از جنس کامپوزیت با استفاده از مبانی مکانیک شکست و آنالیز ارتعاشات پرداخته شده است. با پایش بسامد طبیعی مشاهده می‌شود که افت بسامدهای طبیعی پس از عمق مشخصی از ترک شدت گرفته است؛ به‌گونه‌ای که می‌توان پارامتری به‌عنوان عمق ترک بحرانی را معرفی کرد، که با افزایش فاصله‌ی ترک از ریشه‌ی پره افزایش می‌یابد. به‌عنوان نمونه، عمق بحرانی ترک واقع در نزدیکی ریشه، ۲۵۰ میلی‌متر و برای ترک واقع در نوک پره، ۳۵۰ میلی‌متر بوده است.

۱. مقدمه

پایش سلامت، فرآیندی است که به‌منظور ارزیابی پیوسته و هدفمند از وضعیت سلامت و یکپارچگی سازه‌ها استفاده می‌شود و قادر به تشخیص تغییرها و آسیب‌های احتمالی در ماشین‌ها و سازه‌هاست. هدف اصلی، تشخیص و مکان‌یابی آسیب‌ها، پیش‌بینی طول عمر باقیمانده، افزایش ایمنی، و بهبود برنامه‌ریزی برای نگهداری و کاهش هزینه‌های مربوط به تعمیرات اضطراری است. برای پایش سلامت از ابزارهای گوناگونی، مانند: حس‌گرها، آزمون‌های غیرمخرب، تحلیل داده‌ها، و یادگیری ماشین استفاده می‌شود. یکی از روش‌های پایش تجهیز، استفاده از شکل مودها و مقادیر بسامدی است، که با استفاده از آنالیز مودال به‌دست می‌آید.

روش‌های NDT ، مانند: جریان گردابی، اولتراسونیک، و ... ، برای تشخیص ترک‌خوردگی در پره‌ها قبل از بروز آسیب، به‌دلایلی همچون بسته‌شدن ترک‌ها در هنگام توقف موتور، نبود اطلاعات دقیق از شرایط واقعی عملیات، عدم آگاهی از علائم اولیه‌ی ترک‌خوردگی و دسترسی دشوار به پره‌ها، کارایی لازم را ندارند.[۱] اگرچه روش‌های تشخیص آسیب بسیاری برای سازه‌های کامپوزیتی وجود دارد، اما برای پره‌های توربین بادی، که در محیط‌های سخت کار می‌کنند و در ارتفاع قرار دارند، به‌دلیل کاربرد ناکافی یا هزینه‌ی بالا دشوار است.[۲] در پژوهشی اثر ناچ در ریشه‌ی پره‌ی کمپرسور توربین گاز با استفاده از روش المان محدود بررسی و نتایج آن با نمونه‌ی تجربی مقایسه شده است. سپس توسط آنالیز مودال، اثر ناچ و رشد آن در شکل مودهای پره تحلیل شده است. نتایج حاکی از تأثیرگذاری طول ناچ در شکل مودهای پره است.[۳] تحلیل شکست در پره‌ای از یک توربین بخار ساخته‌شده از فولاد آلیاژی X۲۰Cr۱۳، که با روش اجزاء محدود انجام شده است، نشان داده است که بیشترین تنش در لبه‌های ریشه‌ی پره رخ داده و همین ناحیه، محل جوانه‌زنی و رشد ترک بوده است. پس از انجام تحلیل اخیر، عمر رشد ترک خستگی محاسبه و با روش‌های تجربی مقایسه شده است.[۴] در مطالعات انجام‌شده بر روی یک نمونه‌ی پره‌ی توربین باد به طول ۱/۲ متر، نتایج تجربی تغییرات پارامترهای مودال در مودهای ۲ الی ۸ را نشان داده است.[۵] همچنین در مطالعه‌ی تجربی گانرویالا[1] و همکاران (۲۰۱۱)، با استفاده از آزمون ضربه، پارامترهای مودال مربوط به پره‌ی توربین باد ثبت شده و نتایج نشان داده است که آزمون مودال، رویکردی امیدوارکننده برای تخمین ابعاد ترک است.[۶] با استفاده از روش اجزاء محدود، بررسی اثر ترک و عمق ترک در مدل ساده‌سازی‌شده‌ی پره‌ی توربین گاز در مقادیر عددی بسامد طبیعی پره‌ی داغ توربین گاز صورت گرفته و این نتیجه ارائه شده است که با روند افت بسامد طبیعی پس از عمقی مشخصی از ترک، افت بسامدهای طبیعی شدت می‌گیرد و می‌توان عمق ترک مذکور را به‌عنوان

[1] Ganeriwala

استناد به این مقاله:

شریفی، سیدمحمدحسین، راشد، غلامرضا و سلامی زاده، محمدفواد، ۱۴۰۵. استفاده از آنالیز مودال جهت پایش سلامت پره‌ی توربین باد. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۱۷-۲۵.
https://doi.org/10.24200/j40.2025.67449.1745

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

Laminate, Thickness=7.65	Sublaminate, Thickness =0.92	Lamina, Angle=45, Thickness =0.46
		Lamina, Angle =-45, Thickness =0.46
	Sublaminate, Thickness =5.81	Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina, Angle =0, Thickness =0.83
		Lamina,Angle =0, Thickness =0.83
	Sublaminate, Thickness =0.92	Lamina, Angle =45, Thickness =0.46
		Lamina, Angle =-45, Thickness =0.46

Fig. 3(a). Material layering according to the angle of the substrate (thicknesses are in millimeters and angles are in degrees).

شکل ۳(a). نحوه‌ی لایه‌چینی ماده با توجه به زاویه‌ی قرارگیری زیرلایه‌ها. (واحد ضخامت‌ها به میلی‌متر و زاویه‌ها به درجه هستند).

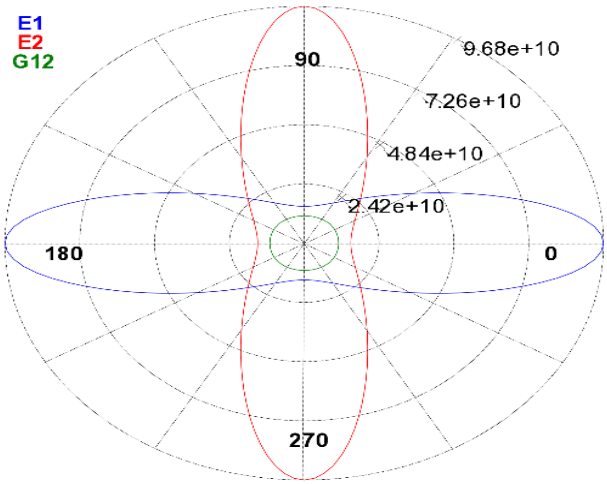


Fig. 3(b). Polar mechanical properties of the material. (Young's modulus and shear modulus values are Pascal and angles are degrees).

شکل ۳(b). خواص مکانیکی قطبی ماده. (واحد مقادیر مدول یانگ و مدول برشی به پاسکال، و زاویه‌ها به درجه هستند).

است توزیع تنش در نواحی بحرانی، مانند سوراخ‌ها و نوک ترک را دقیق‌تر بازسازی کند. این قابلیت باعث نمایش بهتر تمرکز تنش می‌شود. لذا المان مذکور جهت شبیه‌سازی ترک در نرم‌افزار انسیس استفاده می‌شود.[۱۳] مدل شبکه‌بندی‌شده در شکل ۴ مشاهده می‌شود.

شرایط مرزی اعمال‌شده براساس توربین ۱/۶ مگاوات با ۴۰ دور بر دقیقه اعمال شده است. قید اعمال‌شده بر ریشه‌ی پره به گونه‌ای بوده است که در راستاهای اصلی مقید بوده و فقط امکان دوران حول یک محور را داشته باشد (شکل ۵). با انجام تحلیل تنش بر روی نمونه‌ی بدون ترک و بررسی کانتور تنش فون مایزز، نواحی مستعد جوانه‌زنی و رشد ترک مشخص شده است. در شکل‌های

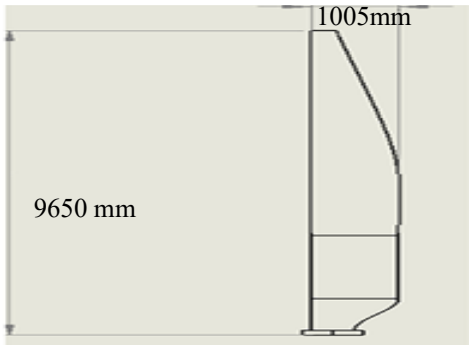


Fig. 1. 2D draw of blade.

شکل ۱. هندسه‌ی پره‌ی مدل‌سازی‌شده.

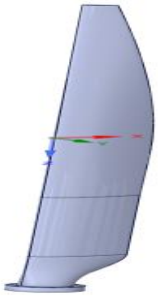


Fig. 2. Geometry of blade.

شکل ۲. مدل سه‌بُعدی پره.

عمق ترک بحرانی معرفی کرد.[۷] همچنین با توجه به شکل مودهای حاصل‌شده از آنالیز مودال پره‌ی توربین گاز می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از ابزار آنالیز مودال هنگامی اثربخش‌تر است، که مودهای پیچشی ملاک قرار گیرند.[۸] در مطالعه‌ی موردی دورینت[۲] و همکاران (۲۰۱۴)، در زمینه‌ی پایش سلامت توربین باد در بلژیک، نشان داده شده است که استفاده از تجهیزات ارتعاشی و روش‌های پیشرفته‌ی تحلیل مودال عملیاتی مانند PolyMAX می‌توان تغییرات کوچک در رفتار دینامیکی توربین‌ها را ردیابی و به بهبود قابلیت اطمینان و کاهش هزینه‌های عملیاتی کمک کرد.[۹]

۲. مدل‌سازی

مدل استفاده‌شده در شبیه‌سازی عددی، مطابق شکل ۱ در نرم‌افزار انسیس ایجاد شده است، که در شکل ۲ مدل سه‌بُعدی آن نیز مشاهده می‌شود.[۱۰]

برای مدل‌سازی از کامپوزیت کربن/ اپوکسی به ضخامت ۷/۶۵ میلی‌متر استفاده شده است؛ که وزن پایین و در عین حال مقاومت بالای آن باعث شده است که در صنایع گوناگونی، از جمله: خودروسازی، صنایع هوافضا، ساختمان‌سازی، و وسایل ورزشی کاربرد بسیار داشته باشد. در شکل ۳ (a و b) به ترتیب لایه‌چینی و خواص مکانیکی قطبی ماده مشاهده می‌شود.[۱۱] خواص مکانیکی قطبی به ویژگی‌هایی از یک ماده اشاره دارد که در راستاهای مختلف نسبت به یک محور قطبی یا مختصات قطبی متفاوت هستند. این مفهوم در مواد ناهمسانگرد مانند کامپوزیت‌ها اهمیت زیادی دارد.[۱۲]

برای انجام تحلیل تنش در بدنه‌ی پره از المان هرمی مرتبه‌ی دوم استفاده شده است؛ که به‌دلیل وجود گره‌های میانی روی لبه‌ها، هندسه‌ای منطبق با سطوح منحنی و جزئیات هندسی دارد. همچنین به کمک توابع درجه‌ی دوم، قادر

[2] Devriendt

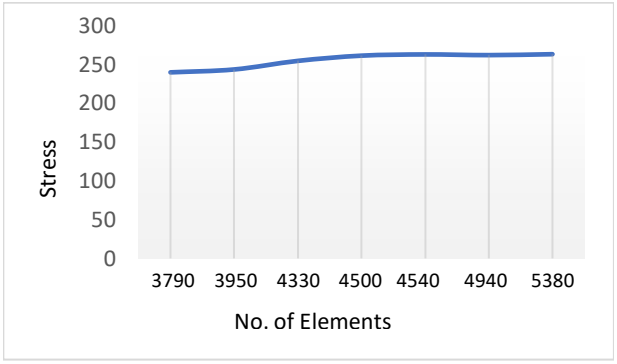


Fig. 6. Mesh indepency.

شکل ۶. نمودار استقلال از شبکه.

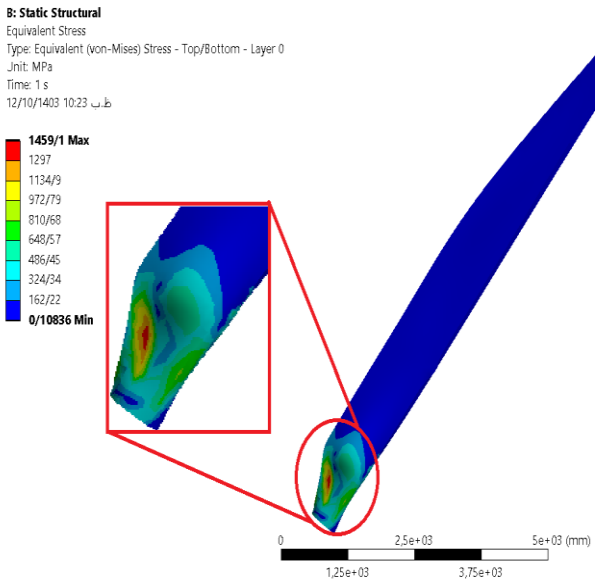


Fig. 7. Von-mises stress contour.

شکل ۷. کانتور توزیع تنش فون‌مایزز در پره.

آسیب، جوانه‌زنی، و رشد ترک در مناطق میانی و انتهایی پره وجود دارد.[۱۶] لذا جهت بررسی کامل‌تر رفتار مودال، ترک‌هایی نیز در میانه و نزدیک به نوک پره مدل‌سازی شده‌اند. شکل‌های ۸ (a، b، و c)، نمایشگر محل‌های قرارگیری ترک هستند؛ که در آن‌ها، ترک با خط زرد رنگ AA' نمایش داده شده است.

۳. بررسی نتایج

با انجام آنالیز مودال، چهار شکل مود اول برای پره‌ی بدون ترک به‌دست آمده است، که در شکل ۹ (a، b، c، و d) مشاهده می‌شوند. شکل ۹(a) با یک گره در انتها، نماینده‌ی مود اول خمشی است، که معمولاً در بسامدهای پایین ظاهر می‌شود. همچنین شکل‌های ۹ (b و c)، به ترتیب با ۲ و ۳ گره، نماینده‌ی مودهای دوم و سوم خمشی هستند و می‌توانند به شکل‌های پیچیده‌تری از انحنا منجر شوند. شکل ۹(d)، نماینده‌ی مود اول پیچشی است؛ که معمولاً در بسامدهای بالاتر ظاهر می‌شود و به‌عنوان یکی از مودهای بحرانی در طراحی سازه‌ها در نظر گرفته می‌شود.[۱۷] بسامدهای طبیعی مرتبط با چهار مود اخیر نیز در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

برای بررسی اثر عمق ترک در بسامدهای طبیعی، نسبت اندازه‌ی تغییر بسامد به مقدار بسامد اولیه‌ی هر مود ($\frac{\Delta f}{f}$) به ازاء عمق ترک‌های مختلف (از ۰ تا ۴۰۰ میلی‌متر)، در شکل‌های ۱۰ (a، b، و c) مشاهده می‌شوند.



Fig. 4. Applied Mesh.

شکل۴. مدل شبکه‌بندی‌شده.

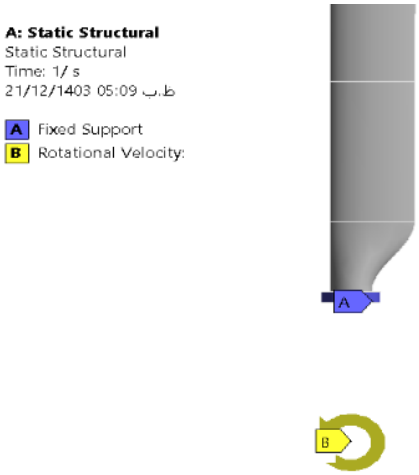


Fig. 5. Boundary Conditions.

شکل ۵. شرایط مرزی اعمال‌شده.

۶ و ۷، به ترتیب نمودار استقلال از شبکه و کانتور توزیع تنش فون مایزز مشاهده می‌شوند.

مطابق شکل ۶ از ۴۵۰۰ المان به بعد، افزایش تعداد المان‌ها تأثیری در پاسخ ندارد. همچنین، مطابق شکل ۷، نقطه‌ی بحرانی مستعد جوانه‌زنی ترک به ریشه‌ی نزدیک است. مطالعات مشابه در این زمینه نیز نتایج مشابه به‌دست آورده‌اند.[۳ و ۱۴]

در تحلیل مکانیک شکست، روش بلوک ترک استفاده شده است؛ که در آن، از المان‌های تکین و هرمی درجه دوم در نواحی اطراف و نوک ترک استفاده می‌شود. رابطه‌ی ۱، نشانگر میدان تنش در اطراف ترک برای مود اول است؛ که در آن، σ_{ij} مؤلفه‌های تنش در مختصات قطبی نسبت به نوک ترک، r فاصله از نوک ترک، θ زاویه‌ی نسبت به امتداد ترک، K_I ضریب شدت تنش برای مود اول، و $f_{ij}(\theta)$ توابع وابسته به زاویه هستند. همچنین در آن، $\frac{1}{\sqrt{r}}$ مشخص‌کننده‌ی رفتار تکین تنش نزدیک نوک ترک است.

$$\sigma_{ij}(r,\theta)=f_{ij}(\theta)\ \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \qquad (1)$$

از آنجا که المان‌های چهاروجهی استاندارد قادر به بازتولید رفتار $\frac{1}{\sqrt{r}}$ در اطراف و نوک ترک نیستند، المان‌های سینگولار جهت بازنمایی دقیق میدان تنش در اطراف نوک ترک استفاده می‌شوند.[۱۵] در مرحله‌ی نخست، ترک با عمق‌های متفاوت شبیه‌سازی و با استفاده از آنالیز مودال، بسامد پاسخ مربوط به هر مود استخراج شده است. همچنین به‌دلیل وجود بارهای دینامیکی و خستگی، امکان

جدول ۱. بسامد طبیعی پره بدون ترک برای ۴ مود اول.

Table 1. Natural Frequencies of normal blade in 4 first modes.

Mode	Frequency (Hz)	Type
1	9	Bending
2	19	Bending.
3	31	Bending.
4	40	Torsion

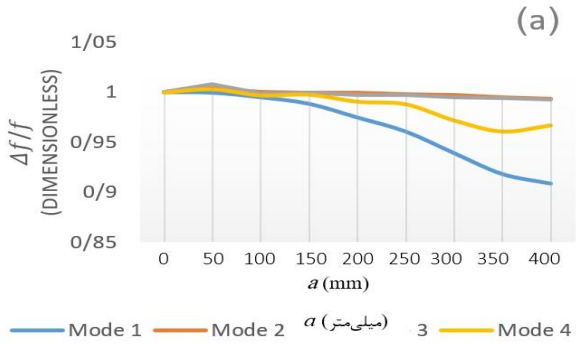


Fig. 10(a). Graph of the ratio of the change in natural frequency to the initial value as a function of crack depth for a crack near to the root.

شکل۱۰(a). نمودار نسبت تغییر بسامد طبیعی به مقدار اولیه بر حسب عمق ترک برای ترک نزدیک به ریشه.

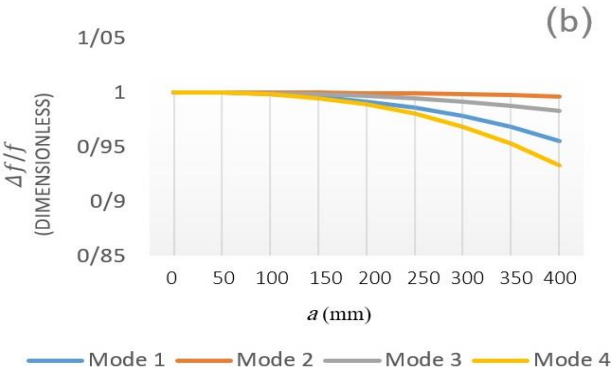


Fig. 10(b). Graph of the ratio of the change in natural frequency to the initial value as a function of crack depth for a crack in the middle.

شکل ۱۰(b). نمودار نسبت تغییر بسامد طبیعی به مقدار اولیه برحسب عمق ترک برای ترک میانه‌ی پره.

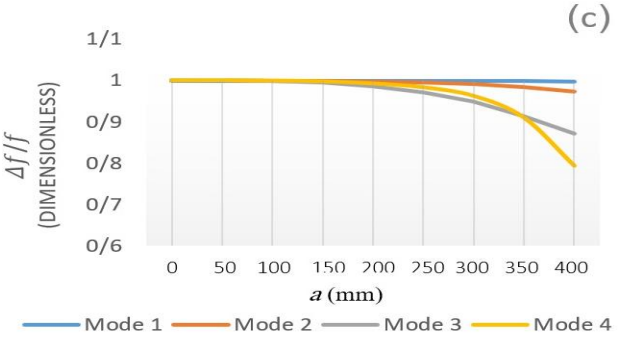


Fig. 10(c). Graph of the ratio of the change in natural frequency to the initial value as a function of crack depth for a crack near the tip.

شکل۱۰(c). نمودار نسبت تغییر بسامد طبیعی به مقدار اولیه برحسب عمق ترک برای ترک نزدیک به نوک پره.

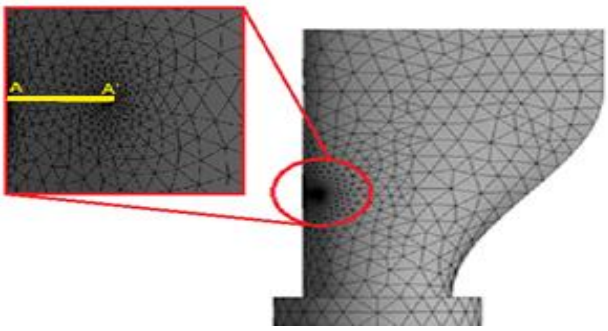


Fig. 8(a). Location of crack near to root.

شکل ۸(a). محل قرارگیری ترک در نزدیکی ریشه‌ی مقیدشده.

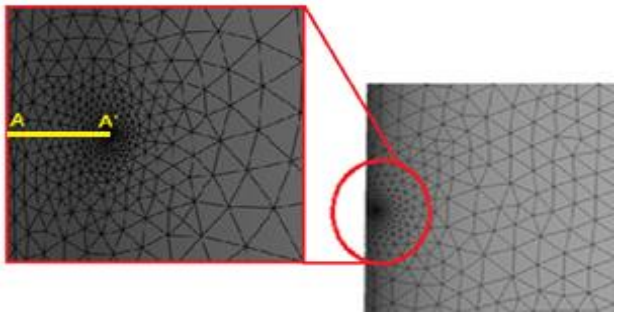


Fig. 8(b). Location of crack in the middle of blade.

شکل۸(b). محل قرارگیری ترک در میانه‌ی پره.

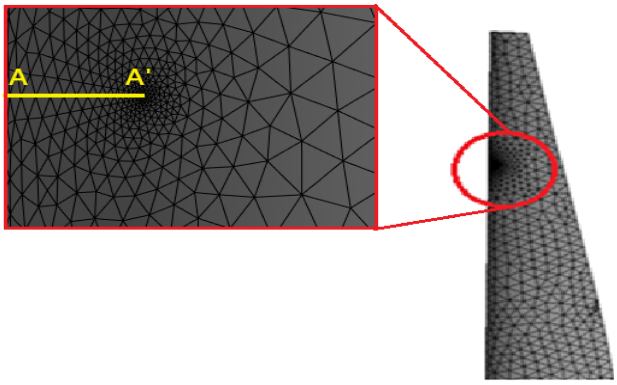


Fig. 8(c). Location of crack near to tip.

شکل ۸(c). محل قرارگیری ترک در نزدیکی نوک پره.

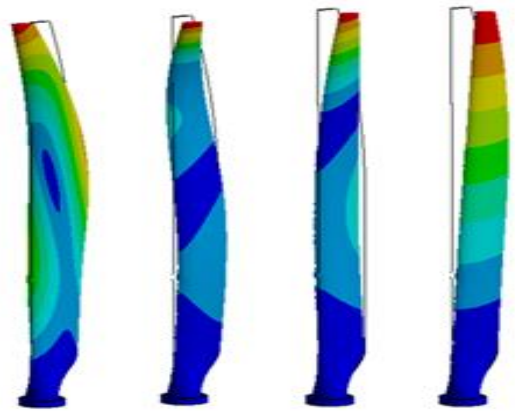


Fig. 9. Mode shapes of normal blade: (a) Mode 1, (b) Mode 2, (c) Mode 3, (d) Mode 4.

شکل ۹. شکل مودهای پره بدون ترک: (a) مود ۱، (b) مود ۲، (c) مود ۳، (d) مود ۴.

در شکل ۱۰(a) می‌توان مشاهده کرد که برای اغلب مودها، کاهش بسامد تا طول ترک حدود ۲۵۰ میلی‌متر نسبتاً ملایم و خطی بوده است؛ ولی پس از آن، افت بسامد به‌طور چشمگیری افزایش یافته است؛ لذا می‌توان طول ترک ۲۵۰ میلی‌متر را به‌عنوان یک نقطه‌ی بحرانی عمومی در نظر گرفت. با این حال، مود اول رفتاری متفاوت داشته و کاهش بسامد آن از حدود ۱۵۰ میلی‌متر آغاز شده است، به‌طوری که افت بسامد مود اول در مقایسه با سایر مودها زودتر و شدیدتر اتفاق افتاده است. این موضوع نشان می‌دهد که مود ۱، حساس‌ترین مود به حضور و رشد ترک در ناحیه‌ی مذکور است. همچنین با درنظرگرفتن شکل‌های ۱۰(b و c)، که به ترتیب مربوط به ترک‌های قرارگرفته در وسط و نزدیک به نوک پره هستند، نیز می‌توان اذعان کرد که برای ترک‌های قرارگرفته در وسط و نزدیک به نوک پره، طول ترک بحرانی به ترتیب ۳۰۰ و ۳۵۰ میلی‌متر بوده است. داده‌های اخیر برای تجزیه‌وتحلیل و بررسی خرابی پره مهم است و عملکرد پایدار توربین به تجزیه‌وتحلیل اطلاعات ذکرشده برای پره بستگی دارد.

بررسی شکل‌های ۱۰(a الی c) حاکی از آن است که هر چه ترک به ریشه‌ی پره نزدیک‌تر باشد، افت بسامد زودتر آغاز شده و طول بحرانی ترک نیز کمتر بوده است.

تا پیش از نقطه‌ی بحرانی، کاهش مقادیر بسامد بر حسب طول ترک تغییر چشمگیری نداشته و نامحسوس بوده است؛ در حالی که بعد از نقطه‌ی بحرانی، یعنی برای ترک‌های با عمق ۳۰۰ تا ۴۰۰ میلی‌متر برای ترک نزدیک به ریشه،۳۵۰ و ۴۰۰ میلی‌متر برای ترک‌های قرارگرفته در وسط پره و ۴۰۰ میلی‌متر برای ترک نزدیک به نوک پره، کاهش بسامد چشمگیر بوده است و می‌توان کاهش اخیر را بر حسب درصد در شکل‌های ۱۱(a الی c) مشاهده کرد.

با بررسی شکل ۱۱ می‌توان مشاهده کرد که برای ترک نزدیک به ریشه، بیشترین افت بسامد در مود اول و کمترین افت بسامد در مودهای دوم، سوم، و چهارم رخ داده‌اند؛ به‌طوری که با تغییر ۵۰ میلی‌متری طول ترک در سه مرحله، مود اول به ترتیب بیش از ۲٪، بیش از ۴٪، و بیش از ۶٪ افت بسامد را تجربه کرده است. همچنین برای ترک واقع در میانه‌ی پره، به ازاء تغییر طول یکسان در هر مرحله، به ترتیب مودهای چهارم و اول بیشترین افت را داشته‌اند. به‌طوری که مود چهارم در هر مرحله به ترتیب بیش از ۴٪ و بیش از ۶٪ افت مقادیر بسامد را تجربه کرده است. برای ترک واقع در نزدیکی نوک پره، بیشترین افت بسامد به ترتیب در مودهای چهارم و سوم رخ داده است؛ که در این حالت، مود چهارم بیشترین افت مقادیر بسامدی را تجربه کرده است. همچنین، به ازاء افزایش ۵۰ میلی‌متری طول ترک، حدود ۲۰٪ افت مقادیر بسامدی را تجربه کرده است.

مطابق جدول ۲، با دورشدن ترک از ریشه‌ی پره، درصد افت بسامد در مودهای پایین کاهش و در مودهای بالاتر افزایش یافته است. به‌گونه‌ای که ترک واقع در نزدیکی نوک پره، با وجود داشتن طول یکسان، در مودهای پایین، تأثیر چشمگیری نداشته است؛ اما در مود چهارم باعث افتی بیش از ۲۰٪ در بسامد طبیعی شده است، که می‌تواند منجر به وقوع تشدید در بسامدهای بالاتر شود. در مقابل، ترک واقع در نزدیکی ریشه‌ی پره با افتی بیش از ۵٪، بیشترین تأثیر را در مود اول داشته است. لذا، با درنظرگرفتن بسامد تشدید زودهنگام پره می‌توان حدود مکان ترک را تخمین زد. این موضوع در پایش برخط وضعیت

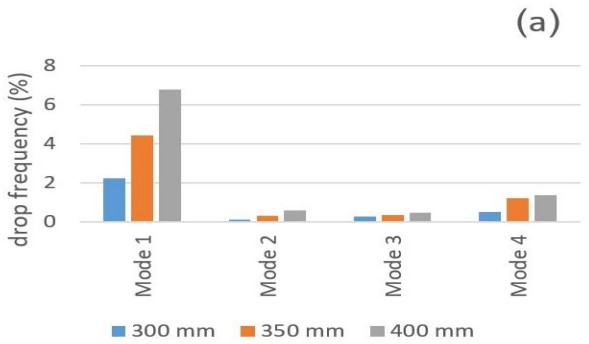


Fig. 11(a). Percentage drop in frequency of modes after critical length for a crack near the root.

شکل ۱۱(a). نمودار درصد افت بسامد مودها پس از طول بحرانی برای ترک نزدیک به ریشه.

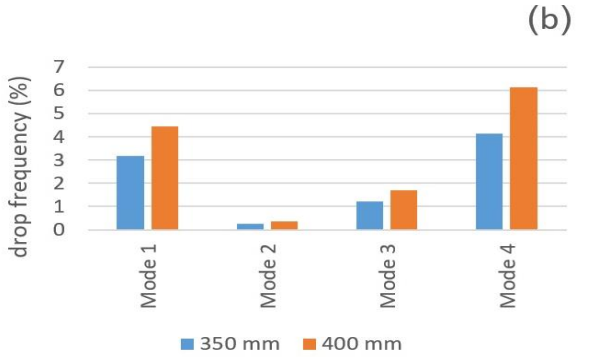


Fig. 11(b). Percentage drop in frequency of modes after critical length for a crack in the middle.

شکل ۱۱(b). نمودار درصد افت بسامد مودها پس از طول بحرانی برای ترک میانه‌ی پره.

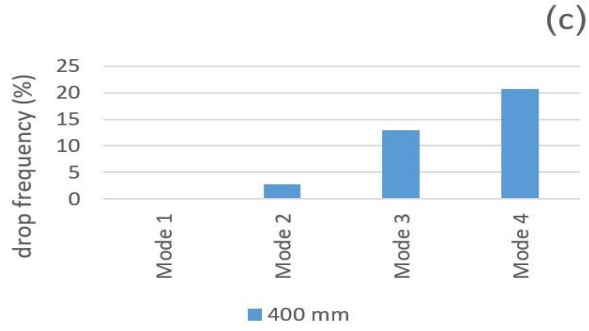


Fig. 11(c). Percentage drop in frequency of modes after critical length for a crack near the tip.

شکل ۱۱(c). نمودار درصد افت بسامد مودها پس از طول بحرانی برای ترک نزدیک به نوک پره.

جدول ۲. درصد افت بسامد طبیعی به ازاء طول ترک ۴۰۰ میلی‌متر در موقعیت‌های مختلف.

Table 2. Percentage of natural frequency drop for a crack length of 400 mm at different positions.

Mode	Root	Middle	Near Tip
1	6.8	4.46	0.02
2	0.85	0.37	2.72
3	0.46	1.71	12.90
4	1.40	6.72	20.71

دستگاه، اهمیت بسیاری دارد. در مطالعه‌ی صورت‌گرفته بر روی پره‌ی توربین گاز، با قراردادن ناچ در فواصل متفاوت از ریشه‌ی پره، نتیجه‌ای مشابه حاصل شده است.[۱۸]

۴. نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

با توجه به اهمیت پایش سلامت برای توربین باد جهت اندازه‌گیری، ثبت، تحلیل، و ارزیابی پارامترهای مؤثر در رفتار و عملکرد توربین در طول زمان و ارزیابی وضعیت فعلی و پیش‌بینی عملکرد آینده‌ی دستگاه، همچنین با توجه به عدم امکان استفاده از آزمون‌های غیرمخرب برای پره‌های توربین باد در حین عملیات، در نوشتار حاضر، آنالیز مودال با استفاده از روش المان محدود به‌عنوان ابزاری جهت پایش سلامت یک پره‌ی توربین باد در نظر گرفته شده است، که اهم نتایج به این صورت بوده است:

- وجود یک طول بحرانی برای ترک در هر سه موقعیت ریشه، میانه، و نوک پره به‌وضوح در نمودارهای تغییر بسامد قابل شناسایی است. برای ترک نزدیک به ریشه، افت بسامد از عمق حدود ۱۵۰ میلی‌متر آغاز شده و در عمق ۲۵۰ میلی‌متر شدت گرفته است. در حالی که برای ترک در وسط و نوک پره، این طول بحرانی به ترتیب به حدود ۳۰۰ و ۳۵۰ میلی‌متر رسیده است. بنابراین، ترک‌های نزدیک ریشه حساس‌تر و در طول‌های کوتاه‌تری قابل شناسایی هستند.

- بررسی درصد افت بسامد نشان داده است که هر مود با توجه به موقعیت و طول‌های مختلف ترک، رفتار متفاوتی دارد. برای ترک واقع در ریشه، مود اول بیشترین افت (حدود ۶٪) را داشته و سریع‌تر از سایر مودها نسبت به رشد ترک واکنش نشان داده است. در مقابل، برای ترک در نزدیکی نوک پره، مود چهارم به شدت حساس بوده و افت حدود ۲۰٪ در بسامد طبیعی را تجربه کرده است. این یافته‌ها نشان می‌دهند که پایش مودهای بالاتر برای ترک‌های دور از ریشه کاراتر بوده است.

- نتایج حاکی از آن است که با دورشدن ترک از موقعیت ریشه‌ی پره، افت بسامد در مودهای پایین کاهش و در مودهای بالاتر افزایش یافته است. این ویژگی می‌تواند در طراحی سیستم پایش برخط استفاده شود و در صورت وقوع تشدید در مودهای خاص، می‌توان موقعیت تقریبی ترک را براساس بسامد مشاهده‌شده تخمین زد.

References – منابع

1. M.Witos, Mi. Stefaniuk, compressor blade fatigue Witos, M. and Stefaniuk, M., 2011. Compressor blade fatigue diagnostics and modelling with the use of modal analysis. *Fatigue of Aircraft Structures.* https://doi.org/10.2478/v10164-010-0044-4
2. Cao, Z., Cao, A., Zhang, Q. and Wang, Y., 2022. Formation mechanism and detection and evaluation methods as well as repair technology of crack damage in fiber-reinforced composite wind turbine blade: a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 120(9)*, pp.5649–5672. https://doi.org/10.1007/s00170-022-09230-z
3. Sharifi, S.M.H., Edalat, P., Vardi, A.R. and Tabasi, S 2022. An experimental and numerical investigation of the effect of notches on the root of gas turbine compressor blades on critical speeds. *Journal of Failure Analysis and Prevention, 22(4)*, pp.1733–1743. https://doi.org/10.1007/s11668-022-01278-0
4. Plesiutschnig, E., Hinteregger, M. and Mayrhofer, D., 2016. Fracture analysis of a low-pressure steam turbine blade. Case Studies in Engineering Failure Analysis, 5, pp.39–50. https://doi.org/10.1016/j.csefa.2016.02.001
5. Ganeriwala, S.N., Li, X. and Espinoza, H., 2011. Using modal analysis for detecting cracks in wind turbine blades. *Sound and Vibration, 45(5)*, pp.10 https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9428-8_42
6. Abdulraheem, K.F. and Al-Kindi, G., 2017. A simplified wind turbine blade crack identification using experimental modal analysis (EMA). *International Journal of Renewable Energy Research, 7(2)*, pp.715–722. https://doi.org/10.20508/ijrer.v7i2.5617.g7052
7. Sharifi, S.M.H., Vardi, A.R. and Salamizadeh, M.F., 2024. Investigation of the effect of crack growth at the root of a hot gas turbine blade on the blade's natural frequencies. In 8th International Conference on Technology Development in Mechanical and Aerospace Engineering. (In Persian)
8. Sharifi, S.M.H. and Salamizadeh, M.F., 2024. Health monitoring using modal analysis – a case study of a gas turbine blade. In The Third International

Conference of Mechanical and Aerospace Engineering Students. (In Persian)

9. Devriendt, C., Guillaume, P., Vanlanduit, S. and Verboven, P., 2014. Structural health monitoring of offshore wind turbines using automated operational modal analysis. *Structural Health Monitoring, 13(6)*, pp.644–659. https://doi.org/10.1177/1475921713517126
10. Abbott, I.H. and Von Doenhoff, A.E., 1959. Theory of wing sections: including a summary of airfoil data. *Dover Publications*, New York, USA. https://doi.org/10.1017/s0368393100116724
11. Barr, S. and Jaworski, J., 2019. Optimization of tow-steered composite wind turbine blades for static-aeroelastic performance. *Renewable Energy, 135*. https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.02.125
12. Gibson, R.F., 2016. *Principle of composite material mechanics. 4th ed. CRC Press*, Boca Raton, USA. https://doi.org/10.1201/b19626
13. ANSYS Corporation, 2023. *ANSYS theory manual reference*. ANSYS Inc.
14. Appadurai, M. and Fantin Irudaya Raj, E., 2021. Finite element analysis of composite wind turbine blades. *In 7th International Conference on Electrical Energy Systems (ICEES)*, IEEE. https://doi.org/10.1109/icees51510.2021.9383769
15. Anderson, T.L., 2017. *Fracture mechanics: fundamentals and applications. 4th ed. CRC Press*, Boca Raton, USA. https://doi.org/10.1201/9781315370293-16
16. McGugan, M., Sørensen, B.F. and Branner, K., 2015. Damage tolerance design of wind turbine blades for improved reliability. *Wind Energy, 18(4)* https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0077
17. Chopra, A.K., 2017. *Dynamics of structures. 5th ed. Pearson*, London, UK.
18. Heidari, S., Shafiee, M. and Javanbakht, A., 2018. Estimation of reliability and lifetime of gas turbine blades using modal analysis. *M.Sc. thesis, Sharif University of Technology*.

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu



Research Article

Thermodynamic Modeling and Performance Assessment of a Clean Hydrogen Production Energy System Using a Palladium Separation Membrane Based on Gibbs Free Energy Minimization and Lagrange Undetermined Multipliers Method

Parisa Mojaver*

Department of Mechanical Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran
* Corresponding author:(p.mojaver@kut.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 18 August 2025

Revised: 23 February 2026

Accepted: 25 February 2026

Keywords:

Gibbs free energy minimization,
Lagrange undetermined multipliers,
clean hydrogen,
Water-gas shift reactor,
Palladium separation membrane.

Abstract

In this study, an integrated system for producing clean hydrogen from eucalyptus biomass was designed and analyzed. The system consists of four main units: a gasification reactor, a steam-methane reforming reactor, a water-gas shift reactor, and a palladium membrane for hydrogen separation. The equations of the process were implemented and solved using Engineering Equation Solver (EES) software and the outcomes were validated against experimental data reported in the literature, showing good agreement. The findings indicate that gasification temperature plays a decisive role in determining the composition of the produced gas. Specifically, with increasing temperature, the hydrogen fraction at the gasification reactor outlet rose by 15.26% in the gasification reactor outlet and by 20.71% in the steam-methane reforming reactor, while it decreased by 2.12% in the water-gas shift reactor. Moreover, higher temperatures enhanced the hydrogen flux through the palladium membrane from 0.29 to 1.52 J/m^2.s, highlighting the strong influence of operating conditions on system performance.

Introduction

The combustion of fossil fuels results in greenhouse gas emissions, which are among the main drivers of climate change and global warming. Therefore, the design and development of clean and sustainable energy systems have received increasing attention [2]. Clean energy systems play a crucial role in ensuring sustainable energy supply and mitigating environmental degradation, making them a fundamental pillar in the transition toward a livable and sustainable future [3]. Biomass is recognized as one of the most important renewable energy resources and includes natural organic materials such as wood residues, agricultural residues, and forest wastes that can be converted into energy [4]. Due to its renewability and wide availability, biomass utilization offers an effective solution for reducing dependence on fossil fuels and limiting greenhouse gas emissions. Biomass gasification is an efficient thermochemical conversion process in which biomass is transformed into syngas at high temperatures in the presence of gasifying agents such as steam [5]. The produced syngas mainly consists of hydrogen, carbon monoxide, carbon dioxide, and methane and can be used as fuel in various power generation systems. The development of biomass-based gasification systems not only reduces environmental pollutants but also promotes efficient resource utilization and sustainable energy production [6,7].

Methodology

Figure 1 illustrates the configuration of the proposed system. Initially, eucalyptus along with steam enters the gasification reactor, where the biomass undergoes thermal decomposition

To Cite this article:
Mojaver, P. 2026. Thermodynamic modeling and performance assessment of a clean hydrogen production energy system using a palladium separation membrane based on gibbs free energy minimization and lagrange undetermined multipliers method, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 27-36. https://doi.org/10.24200/j40.2026.67527.1747

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

at high temperatures, leading to the production of syngas through gasification reactions. The resulting syngas consists of hydrogen, carbon monoxide, methane, carbon dioxide, and steam. Subsequently, the syngas is directed to the steam methane reforming reactor, in which methane is converted into hydrogen and carbon dioxide, thereby increasing the hydrogen content of the gas mixture. The hydrogen-enriched syngas then enters the water-gas shift reactor, where the reaction between carbon monoxide and steam produces additional hydrogen and carbon dioxide, further enhancing the hydrogen fraction. In the final stage, the syngas is fed into a palladium-based separation membrane, which selectively separates hydrogen from the remaining gas components. Eq. (1) represents the steam gasification process of eucalyptus biomass, where $CH_{\alpha}O_{\beta}$ denotes the chemical composition of the biomass [25], and α and β indicate the hydrogen-to-carbon and oxygen-to-carbon ratios, respectively. According to Eqs. (2) to (11), the coefficients of the syngas components are determined using a combined Gibbs free energy minimization and Lagrange undetermined multipliers method [21-24]. For a reactive system at constant temperature and pressure, the Gibbs free energy minimization approach is applied subject to elemental balance constraints. The unknown molar amounts in the steam methane reforming (Eqs. (12) and (14)) and water-gas shift reaction (Eqs. (13) and (15)) [26] are also calculated using this combined thermodynamic method. According to Eqs. (16) and (17), hydrogen permeation through the palladium membrane is described using a temperature-dependent permeability model, highlighting the strong influence of operating temperature on hydrogen flux [27].

Results and Discussion

Figure 2 shows system validation, where a good agreement is observed between the present simulation results and the experimental data reported in Ref. [21]. The variation of syngas composition versus the steam-to-biomass ratio (STBR) is illustrated in Figure 3. Increasing STBR enhances steam participation, which decreases the molar fraction of carbon monoxide significantly due to the intensified water-gas shift reaction. Meanwhile, molar fractions of hydrogen and carbon dioxide also decrease. The effect of temperature on syngas composition is presented in Figure 4. As temperature increases, steam and methane fractions decrease, with methane dropping from 5.12% to 0.02%. In contrast, hydrogen and carbon monoxide increase from 35.32% to 40.71% and from 9.93% to 18.85%, respectively, while carbon dioxide decreases from 15.74% to 8.82%, mainly due to the Boudouard reaction.

After gasification, the syngas enters the steam methane reforming reactor. As shown in Figure 5, increasing temperature raises hydrogen and carbon monoxide fractions while reducing carbon dioxide by about 4.17%, consistent with Le Chatelier's principle. The temperature effect on the water-gas shift reactor is illustrated in Figure 6, where hydrogen slightly decreases and carbon dioxide increases due to the exothermic nature of the reaction. Figure 7 shows that increasing temperature enhances hydrogen permeation through the palladium membrane, with hydrogen flux increasing from 0.29 to 1.52, indicating improved separation performance.

Conclusion

This study investigated the feasibility of energy production and hydrogen purification from eucalyptus biomass through a gasification-based process. The integration enhanced system efficiency and produced clean hydrogen. The main findings can be summarized as follows:

- ✓ Increasing the temperature reduced the hydrogen fraction from 61.31% to 60.01% of the water-gas shift reactor while increasing carbon dioxide from 10.22% to 12.13%.
- ✓ Higher temperatures reduce the carbon dioxide fraction in the steam methane reforming reactor by approximately 4.17%..
- ✓ Increasing temperature improved hydrogen permeation through the palladium membrane from 0.29 to 1.52 and enhanced hydrogen and carbon monoxide fractions in the gasification reactor outlet.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

مدل‌سازی ترمودینامیکی و ارزیابی عملکرد یک سیستم انرژی تولید هیدروژن پاک با استفاده از غشاء جداساز پالادیومی با روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ

پریسا مجاور *

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران.

*نویسنده مسئول (p.mojaver@kut.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۵/۲۷

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۴/۱۲/۰۴

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۴ /۱۲/۰۶

واژگان کلیدی:

کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس،

ضرایب نامعین لاگرانژ،

هیدروژن پاک،

جابجایی آب- گاز،

غشاء جداساز پالادیومی.

چکیده

در پژوهش حاضر، یک سیستم یکپارچه‌ی راکتور گازی‌سازی برای تولید هیدروژن پاک از زیست‌توده‌ی اکالیپتوس طراحی و بررسی شده است؛ که شامل: راکتور اصلاح بخار- متان، راکتور جابجایی آب- گاز، و غشاء پالادیومی برای جداسازی هیدروژن است. ترکیب فرآیندهای ذکرشده، امکان افزایش سهم هیدروژن در گاز سنتز و کاهش آلاینده‌ها را فراهم می‌سازد. معادله‌های حاکم در نرم‌افزار حل‌گر معادله‌های مهندسی پیاده‌سازی، حل، و نتایج حاصل استخراج شده است. روش کار بر مبنای شبیه‌سازی ترمودینامیکی بوده و اعتبارسنجی نتایج با داده‌های تجربی موجود در ادبیات انجام شده است، که تطابق خوبی را نشان داده است. یافته‌ها حاکی از آن است که دمای گازی‌سازی، نقش تعیین‌کننده‌ای در ترکیب گاز تولیدی دارد؛ به‌طوری که با افزایش دما، سهم هیدروژن در خروجی راکتور گازساز به میزان ۱۵/۲۶٪ و در راکتور اصلاح بخار-متان به میزان ۲۰/۷۱٪ افزایش یافته است، در حالی که این مقدار در راکتور جابجایی آب-گاز ۲/۱۲٪ کاهش نشان داده است. همچنین، افزایش دما موجب افزایش شار عبوری هیدروژن از غشاء پالادیومی از مقدار ۰/۲۹ به ۱/۵۲ ژول بر مترمربع ثانیه شده است.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، رشد فزاینده‌ی جمعیت جهانی و توسعه‌ی شتابان صنایع منجر به افزایش قابل‌توجه تقاضای انرژی شده است. هم‌زمان، محدودیت منابع سوخت‌های فسیلی و پیامدهای منفی زیست‌محیطی ناشی از مصرف آن‌ها، نگرانی‌های جدی را در سطح جهانی ایجاد کرده است.[۱] سوزاندن سوخت‌های فسیلی باعث انتشار گازهای گلخانه‌ای می‌شود، که از عوامل اصلی تغییرات اقلیمی و گرمایش زمین به شمار می‌روند. در نتیجه، با توجه به طراحی و توسعه‌ی سیستم‌های انرژی پاک و پایدار، بیش از پیش تأکید شده است.[۲] نقش کلیدی سیستم‌های انرژی پاک در تأمین انرژی پایدار و کاهش آثار مخرب زیست‌محیطی، آن‌ها را به یکی از ارکان اساسی حرکت به سوی آینده‌ای پایدار و قابل‌زیست تبدیل کرده است.[۳]

زیست‌توده به‌عنوان یکی از مهم‌ترین منابع تجدیدپذیر انرژی، جایگاه ویژه‌ای در تأمین انرژی پایدار دارد؛ که شامل مواد آلی طبیعی، نظیر: چوب، پسماندهای کشاورزی، و ضایعات جنگلی است، که قابلیت تبدیل به انرژی را دارند.[۴] به دلیل تجدیدپذیری و دسترسی گسترده‌ی زیست‌توده در نقاط مختلف جهان، استفاده از آن راهکاری مؤثر برای کاهش وابستگی به سوخت‌های فسیلی و محدودسازی انتشار گازهای گلخانه‌ای محسوب می‌شود. گازی‌سازی زیست‌توده، یکی از روش‌های کارآمد تبدیل منبع اخیر به انرژی است، که در آن، زیست‌توده در دماهای بالا و در حضور عوامل گازی‌ساز نظیر بخار آب به گاز سنتز تبدیل می‌شود.[۵] گاز سنتز حاصل عمدتاً شامل هیدروژن، مونوکسیدکربن، دی‌اکسیدکربن، و متان است و می‌تواند به‌عنوان سوخت در انواع سیستم‌های تولید توان استفاده شود. توسعه‌ی سیستم‌های انرژی مبتنی بر زیست‌توده و گازی‌سازی، علاوه‌بر کاهش آلاینده‌های زیست‌محیطی، موجب استفاده‌ی بهینه از منابع طبیعی و کاهش ضایعات آلی می‌شود.[۶] افزون بر این، چنین سیستم‌هایی قابلیت استقرار در مناطق روستایی و دورافتاده را دارند و می‌توانند به‌عنوان منبعی مستقل و پایدار برای تأمین انرژی، نقش مؤثری در ارتقاء کیفیت زندگی و تحقق توسعه‌ی پایدار ایفا کنند. مزایای ذکرشده، اهمیت زیست‌توده و فناوری گازی‌سازی آن را در مسیر تولید انرژی پاک و پایدار بیش از پیش نمایان می‌سازد.[۷]

به‌کارگیری غشاهای جداساز پالادیومی در سیستم‌های انرژی مبتنی بر گازی‌سازی، نقش اساسی در جداسازی و خالص‌سازی هیدروژن از گاز سنتز ایفا می‌کنند؛ که به‌دلیل خواص منحصر به فرد خود، از جمله نفوذپذیری بسیار بالا نسبت به هیدروژن و پایداری مناسب در دماهای بالا و محیط‌های خورنده، قادر به تفکیک مؤثر هیدروژن از سایر اجزاء گاز سنتز، نظیر: مونوکسیدکربن،

استناد به این مقاله:

مجاور، پریسا، ۱۴۰۵. مدل‌سازی ترمودینامیکی و ارزیابی عملکرد یک سیستم انرژی تولید هیدروژن پاک با استفاده از غشاء جداساز پالادیومی با روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۲۷-۳۶. https://doi.org/10.24200/j40.2026.67527.1747

شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۶- ۴۷۳۳

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

دی‌اکسیدکربن، و بخار آب هستند.[۸ و ۹] استخراج هیدروژن با خلوص بالا از گاز سنتز، تأثیر مستقیمی در افزایش بازده‌ی سیستم‌های انرژی دارد. هیدروژن به‌عنوان یک حامل انرژی پاک و کارآمد، کاربردهای گسترده‌ای در بخش‌های صنعتی و حمل‌ونقل دارد و استفاده از آن به‌دلیل عدم تولید گازهای گلخانه‌ای، به کاهش آثار زیست‌محیطی کمک شایانی می‌کند.[۱۰] علاوه‌بر این، هیدروژن می‌تواند نقش مهمی در ذخیره‌سازی انرژی‌های تجدیدپذیر ایفا کند و پایداری و قابلیت اطمینان سیستم‌های انرژی را افزایش دهد.

مطالعات پیشین نشان می‌دهند که گازی‌سازی زیست‌توده می‌تواند هم کیفیت سوخت را بهبود بخشد و هم آثار زیست‌محیطی را کاهش دهد. به‌عنوان مثال، وندرا[۱] و همکاران (۲۰۲۵)،[۱۱] کاهش قابل توجه آثار زیست‌محیطی و بهبود کیفیت سوخت را با گازی‌سازی زیست‌توده نشان داده‌اند، در حالی که ناندگانی و ساندن[۲] (۲۰۲۳)،[۱۲] بر اهمیت تحلیل ترمودینامیکی برای بهینه‌سازی عملکرد ترمودینامیکی تأکید داشته‌اند.. براساس مطالعات اخیر، یین[۳] و همکاران (۲۰۲۵)،[۱۳] یک سیستم ترکیبی سرمایش، گرمایش، و توان را پیشنهاد کرده‌اند، که گازی‌سازی هم‌زمان زیست‌توده، پیل‌های سوختی اکسید جامد و چرخه‌های برایتون را ادغام کرده و بازده انرژی آن تا ۲۰/۹۳٪ افزایش یافته است.

در زمینه‌ی مدل‌سازی و شبیه‌سازی گازی‌سازی، بیانسینی[۴] و همکاران (۲۰۲۳)،[۱۴] یک مدل گازساز بستر سیال برای گازی‌سازی هوایی زباله‌های شهری در اسپن پلاس[۵] توسعه داده و توانسته‌اند ارزش حرارتی پایین گاز سنتز را در بازه‌ی ۴/۲-۷/۳ (MJ/Nm^3) پیش‌بینی کنند. جادون[۶] و همکاران (۲۰۲۵)،[۱۵] نیز سه رویکرد مدل‌سازی ترمودینامیکی و سینتیکی را برای گازی‌سازی زیست‌توده‌ی چوبی مقایسه و با داده‌های تجربی اعتبارسنجی کرده‌اند، تا انتخاب مدل مناسب برای شبیه‌سازی دقیق فرآیندها را تسهیل سازند. فخیم قنبرزاده و همکاران (۲۰۱۱)،[۱۶] در پژوهشی به بررسی پتانسیل استفاده از ضایعات زیست‌توده‌ای به‌عنوان منبعی تجدیدپذیر برای تولید انرژی پرداخته و به فرآیند گازی‌سازی زیست‌توده در حضور هوا و رطوبت به‌منظور تولید گاز تمیز و قابل احتراق توجه کرده و گازساز بستر سیال به‌عنوان یکی از روش‌های کارآمد گازی‌سازی انتخاب شده است.

فرجی و سعیدی (۲۰۲۲)،[۱۷] با توسعه‌ی یک مدل سه مرحله‌ای شامل: خشک‌کردن، پیرولیز، و گازی‌سازی، شرایط بهینه برای تولید گاز سنتز غنی از هیدروژن از پوسته‌ی بادام‌زمینی را شناسایی کرده‌اند. همچنین، سوپارمین[۷] و همکاران (۲۰۲۴)،[۱۸] با انجام متا آنالیز، تأثیر پارامترهایی مانند ویژگی‌های زیست‌توده، نوع راکتور، عامل گازی‌کننده، و نسبت‌های عملیاتی بر بازده گاز سنتز را بررسی کرده و نشان داده‌اند که نتایج می‌تواند بسته به شرایط، روندهای بیشینه یا کمینه داشته باشد. صفری ثابت و همکاران (۲۰۲۰)،[۱۹] یک سیستم نوین الکترولیز بخار در دمای بالا با هسته‌ی اصلی چرخه‌ی برایتون یکپارچه با انرژی خورشیدی را برای تولید هیدروژن پیشنهاد و به‌صورت عددی شبیه‌سازی کرده‌اند. به‌منظور ارزیابی دقیق عملکرد سیستم، تحلیل‌های انرژی و اگزرژی[۸] انجام و برای افزایش بازده کلی، از چرخه‌های رانکین و رانکین آلی در کنار هسته‌ی اصلی استفاده شده است.

پژوهش حاضر با تمرکز بر استفاده از زیست‌توده‌ی اکالیپتوس برای تولید هیدروژن پاک و انرژی پایدار، مجموعه‌ای از نوآوری‌های مهم در حوزه‌ی انرژی ارائه داده است. نخست، بهره‌گیری از زیست‌توده‌ی فراوان، تجدیدپذیر و کم هزینه، مانند اکالیپتوس، جایگزینی مؤثر برای سوخت‌های فسیلی محدود و آلاینده به شمار می‌رود. دوم، طراحی یک سیستم یکپارچه‌ی مبتنی بر فناوری‌های پیشرفته، شامل راکتور گازی‌سازی، راکتور اصلاح بخار- متان، راکتور جابجایی آب- گاز، و غشای جداسازی پالادیوم، امکان تولید هیدروژن با خلوص بالا و کارایی انرژی قابل‌توجه را فراهم می‌کند. یکی از جنبه‌های نوآورانه‌ی پژوهش حاضر، ترکیب فرآیندهای ترمودینامیکی و غشایی برای افزایش درصد هیدروژن در گاز سنتز است؛ به‌طوری که هر مرحله از سیستم باعث ارتقاء سهم هیدروژن و کاهش آلاینده‌ها می‌شود. علاوه‌بر این، تحلیل دقیق اثر دمای گازی‌سازی در ترکیب گاز سنتز و عملکرد غشای پالادیوم، بهینه‌سازی شرایط عملیاتی و افزایش بهره‌وری سیستم را ممکن می‌سازد. پژوهش حاضر هم در زمینه‌ی تولید انرژی پاک و کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای مؤثر است و هم به توسعه‌ی فناوری‌های بومی، ارتقاء توانمندی‌های صنعتی داخلی و تأمین انرژی پایدار در مناطق دورافتاده کمک می‌کند. لذا، نوشتار حاضر گامی مهم در راستای دستیابی به اهداف توسعه‌ی پایدار، تولید هیدروژن پاک، و افزایش امنیت انرژی محسوب می‌شود.

۲. معرفی و مدل‌سازی سیستم

در شکل ۱، آرایش کلی سیستم انرژی پیشنهادی مشاهده می‌شود. در ابتدا، زیست‌توده‌ی اکالیپتوس به همراه بخار آب وارد راکتور گازی‌سازی شده است.

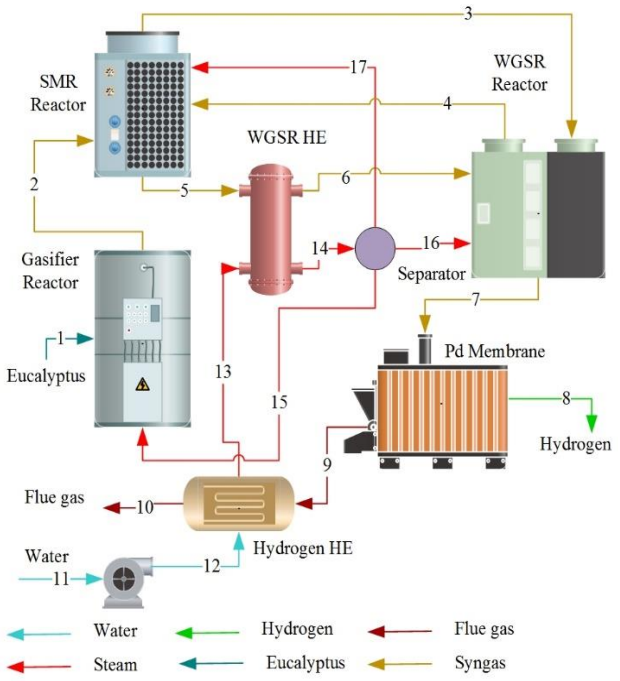


Figure 1. Schematic of the system contains the gasifier, SMR, WGSR reactors and palladium separation membrane.

شکل ۱. شماتیک سیستم ترکیبی متشکل از راکتورهای گازی‌سازی، اصلاح بخار- متان، و جابجایی آب- گاز، و غشاء جداساز پالادیوم.

[1] Wondra
[2] Nanadegani & Sunden
[3] Yin
[4] Biancini
[5] Aspen Plus
[6] Jadoon
[7] Suparmin
[8] Exergy

سپس، اکالیپتوس تحت دماهای بالا دچار تجزیه‌ی حرارتی و در نتیجه‌ی واکنش‌های گازی‌سازی، گاز سنتز تولید شده است. گاز سنتز حاصل، شامل: هیدروژن، مونواکسیدکربن، متان، دی‌اکسیدکربن، و بخار آب بوده است. در ادامه، گاز سنتز تولیدشده به راکتور اصلاح بخار- متان هدایت شده است، که در آن متان موجود به هیدروژن و دی‌اکسیدکربن تبدیل شده و در نتیجه، سهم هیدروژن در ترکیب گاز افزایش یافته است. سپس، گاز سنتز غنی‌شده از هیدروژن وارد راکتور جابجایی آب- گاز شده است؛ که در آن، واکنش میان مونواکسیدکربن و بخار آب منجر به تولید بیشتر هیدروژن و دی‌اکسیدکربن شده و درصد هیدروژن در گاز خروجی افزایش یافته است. در مرحله‌ی پایانی، گاز سنتز وارد غشاء جداساز پالادیومی شده است، که توانایی جداسازی انتخابی هیدروژن از سایر اجزاء گاز را دارد. سپس، هیدروژن خالص جداشده در یک مخزن ذخیره‌سازی جمع‌آوری شده است. به‌صورت کلی، در مرحله‌ی نخست، گازی‌سازی زیست‌توده‌ی اکالیپتوس با بخار آب منجر به تولید گاز سنتز با درصد قابل‌توجهی هیدروژن می‌شود. در مراحل بعدی، راکتور اصلاح بخار- متان و راکتور جابجایی آب- گاز با تبدیل متان و مونوکسیدکربن به هیدروژن (در اثر واکنش با بخارآب)، بدون افزودن منبع کربنی جدید، سهم مولی‌هیدروژن را به‌طور پیوسته افزایش می‌دهند.

در رابطه‌ی ۱، فرآیند گازی‌سازی زیست‌توده‌ی اکالیپتوس با عامل گازی‌سازی بخار آب ارائه شده است:[۲۰]

$$CH_{\alpha}O_{\beta}+\gamma_{H_2O}H_2O \rightarrow \delta_{CO}\ CO+\delta_{CO_2}CO_2+ \delta_{CH_4}CH_4+\delta_{H_2}H_2+\delta_{H_2O}H_2O \quad (1)$$

که در آن، $CH_{\alpha}O_{\beta}$ ترکیب شیمیایی زیست‌توده‌ی اکالیپتوس است و پارامترهای α و β نسبت‌های هیدروژن به کربن و اکسیژن به کربن را بیان می‌کنند. γ_{H2O} مول بخار آب به‌عنوان عامل گازی‌سازی و δ_i مول ترکیب‌های گاز سنتز را نشان می‌دهند، که برای پیداکردن δ_i از روش ترکیبی کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ که در جدول ۱ ارائه شده‌اند، استفاده شده است.[۲۱-۲۴]

برای یک سیستم واکنش‌پذیر شیمیایی در دما و فشار ثابت، روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس، تابعی از مقادیر مولی اجزا (ν_i) است، که در رابطه‌ی ۲ ارائه شده است. در حالت تعادل دیفرانسیل کل، G طبق رابطه‌ی ۳ باید صفر باشد. تعداد مول‌های هر گونه تابع، مجموعه‌ای از معادله‌هاست، که مستلزم آن است که تعداد کل مول‌های هر عنصر مانند رابطه‌ی ۴ ثابت باشد. $E_{in,j}$ مقدار ورودی هر جزء در مخلوط خوراک را نشان می‌دهد. تابع λ_j به گونه‌ای فرموله شده است، که وقتی تعادل عنصری برای عنصر j برقرار باشد، مقداری برابر با صفر داشته باشد. عدد m نشانگر تعداد کل عناصر مختلف موجود در همه‌ی گونه‌هاست. از آنجایی که قید تساوی باید مقداری برابر با صفر داشته باشد، مشتق کل رابطه‌ی ۴ نیز باید صفر باشد. با نوجه به آنکه، λ_j فقط به مقادیر مولی اجزا بستگی دارد، مشتق کل λ_j توسط رابطه‌ی ۵ گرفته می‌شود. مطابق با رابطه‌ی ۴، باید موازنه‌ی دقیقی به‌دست آید، به‌طوری که مشتق جزئی λ_j نسبت به ν_i برابر با $e_{i,j}$، یعنی تعداد مول‌های عنصر j در ماده‌ی i، مطابق رابطه‌ی ۶ باشد. در روش ضرایب نامعین لاگرانژ ، مشتق کل هر معادله در ضریب ξ_j ضرب می‌شود، که اغلب با مشتق کل G ترکیب می‌شود. در رابطه‌ی ۷، عبارت dG با عبارت رابطه‌ی ۳ و مقدار $d\lambda_j$ در عبارت دوم با عبارت رابطه‌ی ۵ جایگزین می‌شوند. در نتیجه، رابطه‌ی ۷ به رابطه‌ی ۸ تبدیل و رابطه‌ی ۸ به رابطه‌ی ۹ تغییر می‌یابد. همان‌طور که در رابطه‌ی ۱۰ نشان داده شده است، برای اینکه مشتق کل dG در تمام موارد صفر و ثابت باشد، عبارت داخل پرانتز برای هر جمع باید برابر با صفر باشد. با جایگزینی رابطه‌ی ۶ در رابطه‌ی ۱۰، رابطه‌ی ۱ به‌دست می‌آید.

جدول ۱. روش کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ.

Table 1. Gibbs free energy minimization approach coupled Lagrangeundetermined multipliers method.

$G=\sum_{i=1}^{k}\nu_i\mu_i$	(2)
$dG=\sum_{i=1}^{k}\mu_i d\nu_i=0$	(3)
$\left(\lambda_i=\sum_{i=1}^{k}\nu_i e_{i,j}-E_{in,j}=0\right)_{j=1..m}$	(4)
$\left(d\lambda_i=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\lambda_j}{\partial\nu_i}\right)_{\nu_i,j\neq i}d\nu_i=0\right)_{j=1..m}$	(5)
$\left(\frac{\partial\lambda_j}{\partial\nu_i}\right)_{\nu_i,j\neq i}=e_{i,j}$	(6)
$dG+\sum_{j=1}^{m}\xi_j d\lambda_j=0$	(7)
$dG=\sum_{i=1}^{k}\mu_i d\nu_i+\sum_{j=1}^{m}\xi_j\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\lambda_j}{\partial\nu_i}\right)_{\nu_i,j\neq i}d\nu_i=0$	(8)
$dG=\sum_{i=1}^{k}\left[\mu_i+\sum_{j=1}^{m}\xi_j\left(\frac{\partial\lambda_j}{\partial\nu_i}\right)_{\nu_i,j\neq i}\right]d\nu_i=0$	(9)
$\left(\mu_i+\sum_{j=1}^{m}\xi_j\left(\frac{\partial\lambda_j}{\partial\nu_i}\right)_{\nu_i,j\neq i}=0\right)_{i=1..k}$	(10)
$\left(\mu_i+\sum_{j=1}^{m}\xi_j e_{i,j}=0\right)_{i=1..k}$	(11)

زیست توده‌ی به‌کاررفته در پژوهش حاضر به عنوان خوراک، اکالیپتوس به مشخصات: ۵۲/۸۰٪ کربن، ۶/۴۰٪ هیدروژن، ۴۰/۴۰٪ اکسیژن، و ۰/۴۰٪ نیتروژن بوده است.[۲۵]

در رابطه‌ی ۱۲، واکنش اصلاح بخار- متان و در رابطه‌ی ۱۳، واکنش جابجایی آب- گاز،[۲۶] ارائه شده‌اند:

$$CH_4+H_2O \leftrightarrow 3H_2+CO \quad (12)$$

$$CO + H_2O \leftrightarrow H_2 + CO_2 \quad (13)$$

رابطه‌ی ۱۴، واکنش شکل‌گرفته در راکتور اصلاح بخار- متان را نشان می‌دهد:

$$\delta_{CO}CO + \delta_{CO_2}CO_2 + \delta_{CH_4}CH_4 + \delta_{H_2}H_2 + \left(\delta_{H_2O} + \varepsilon_{H_2O}\right)H_2O \leftrightarrow \varphi_{CO}CO + \varphi_{CO_2}CO_2 + \varphi_{H_2}H_2 + \varphi_{H_2O}H_2O \quad (14)$$

که در آن، ε_{H2O} بخار آب اضافه‌شده به واکنش است و φ_i به مول‌های اجزاء گاز سنتز در خروجی راکتور اصلاح بخار- متان اشاره دارد.

در رابطه‌ی ۱۵، واکنش شکل‌گرفته در راکتور جابجایی آب- گاز ارائه شده است:

$$\varphi_{CO}CO + \varphi_{CO_2}CO_2 + \varphi_{H_2}H_2 + \left(\varphi_{H_2O} + \kappa_{H_2O}\right)H_2O \leftrightarrow \tau_{CO_2}CO_2 + \tau_{H_2}H_2 + \tau_{H_2O}H_2O \quad (15)$$

که در آن، κ_{H2O} بخار آب اضافه‌شده به راکتور جابجایی آب- گاز ارائه شده است؛ و τ_i به مول‌های اجزاء گاز سنتز در خروجی راکتور جابجایی آب- گاز اشاره دارد.

این تذکر لازم است که تعداد مول‌های مجهول در راکتورهای اصلاح بخار- متان و جابجایی آب- گاز با استفاده از روش ترکیبی کمینه‌سازی انرژی آزاد گیبس و ضرایب نامعین لاگرانژ با استفاده ار روابط ۲ الی ۱۱ محاسبه شده‌اند.

رابطه‌ی ۱۶، شار هیدروژن (J_H) در غشاء جداساز پالادیوم را نشان می‌دهد:[۲۷]

$$J_H = \frac{Pe\left(\sqrt{P_f} - \sqrt{P_p}\right)}{x} \quad (16)$$

که در آن، Pe نفوذپذیری هیدروژن، P_f فشار سمت تغذیه، و P_p فشار در سمت نفوذ هستند. همچنین، Pe نفوذپذیری هیدروژن، مطابق رابطه‌ی ۱۷ به دست می‌آید:[۲۶]

$$Pe = Pe_0 exp\left(-\frac{E_a}{\bar{R}T}\right) \quad (17)$$

که در آن، Pe_0 بیشینه‌ی نفوذپذیری، E_a انرژی فعال‌سازی، $\bar{R}$ ثابت جهانی گازها، و T دما را نشان می‌دهند.

در جدول ۲، پارامترهای ورودی و پایه‌ی استفاده‌شده در مدل‌سازی سیستم پیشنهادی ارائه شده است.

جدول ۲. پارامترهای پایه و ورودی.[۲۱-۲۰ و ۲۵-۲۷]

Table 2. Baseline and input parameters.[18-19, 23-25]

Parameter	Value	Unit
Pressure of gasifier	500	kPa
Temperature of gasifier (Baseline)	850	°C
Steam to Eucalyptus ratio	1.5	-
Pressure of SMR	498.1	kPa
Temperature of SMR	823.2	°C
Pressure of WGSR	497.1	kPa
Temperature of WGSR	623.2	°C
Pressure of palladium membrane	496.2	kPa
Temperature of palladium membrane	623.2	°C
Exponent of palladium membrane	0.5	-
Thickness of palladium membrane	6	µm
Activation energy of palladium membrane	16700	J/mol
Pressure drops	5	%
Atmospheric pressure	101.3	kPa
Atmospheric temperature	25	°C

Eucalyptus chemical data (wt %)			
Ultimate analysis		**Proximate analysis**	
Carbon	52.80	**Combustible**	88.70
Hydrogen	6.40	**Moisture**	0.70
Oxygen	40.40	**Ash**	10.60
Nitrogen	0.40		
Sulfur	-		

۳. نتایج و بحث

پیش از بررسی اثر پارامترهای عملیاتی در خروجی‌های سیستم انرژی، راستی‌آزمایی محرک اصلی سیستم انجام شده است (شکل ۲). با دقت در شکل ۲ می‌توان دریافت که نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌سازی حاضر، همخوانی مناسبی با داده‌های تجربی گزارش‌شده در نوشتار لوها[9] و همکاران (۲۰۱۱)،[۲۱] دارد؛ که بیانگر دقت و اعتبار مدل توسعه‌یافته است.

در شکل ۳، تغییرات ترکیب گاز سنتز تولیدی از فرآیند گازی‌سازی بر حسب نسبت بخار به زیست‌توده (STBR) مشاهده می‌شود. با افزایش نسبت بخار به زیست‌توده، مشارکت بخار در واکنش‌های گازسازی افزایش یافته و در نتیجه، سهم بخار در گاز خروجی بیشتر شده است. هم‌زمان، کسر مولی مونوکسیدکربن به طور قابل‌توجهی (۳۰/۲ به ۱۲/۲ درصد) کاهش یافته است، که عمدتاً ناشی از تقویت واکنش جابجایی آب-گاز بوده است. در مقابل، متان کمترین سهم مولی را داشته و تغییرات کسر مولی متان با افزایش نسبت بخار به زیست‌توده چندان محسوس نبوده است، که نشانگر پایداری نسبی تعادل واکنش‌های مرتبط در بازه‌ی عملیاتی مذکور است. درصد تولید هیدروژن (۴۶/۹ به ۳۸/۰ درصد) کاهش و دی اکسیدکربن (۷/۶ به ۱۱/۲ درصد) افزایش یافته است. شایان ذکر است که تحلیل بر مبنای مول تر انجام شده است.

در شکل ۴، تأثیر تغییرات دمای فرآیند گازی‌سازی در ترکیب گاز تولیدی شامل هیدروژن، مونواکسیدکربن، دی‌اکسیدکربن، بخار آب، و متان مشاهده

[9] Loha

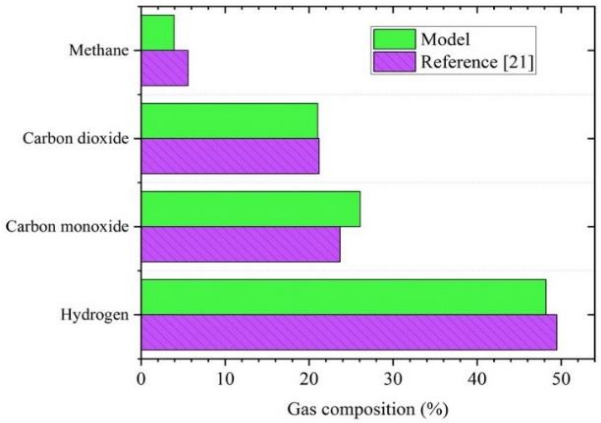


Figure 2. Validation of gases contribution in syngas production in the gasifier.

شکل ۲. راستی‌آزمایی سهم مشارکت گازها در گاز سنتز تولیدی در گازی‌ساز.

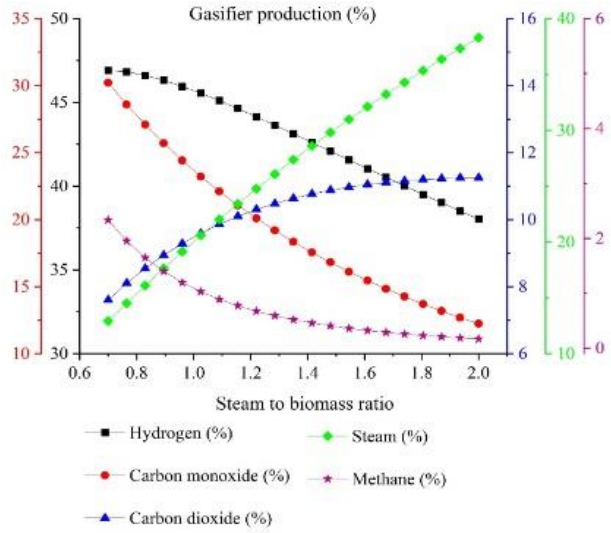


Figure 3. Variation of gasification process syngas versus steam to biomass ratio.

شکل ۳. تغییرات گاز سنتز فرآیند گازی‌سازی در اثر تغییرات بخار به زیست‌توده.

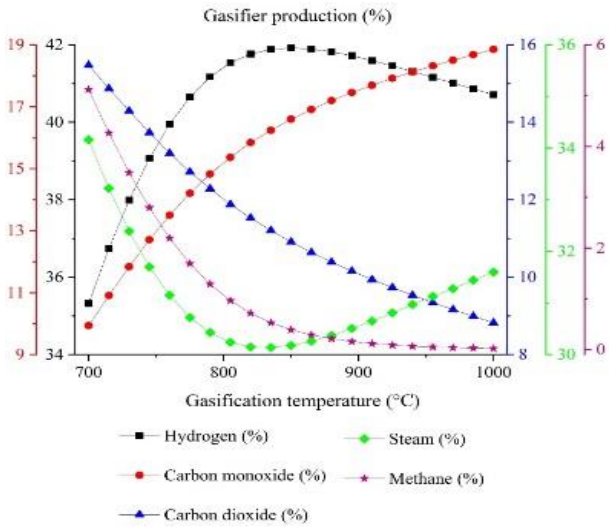


Figure 4. Variation of gasification process syngas versus temperature.

شکل ۴. تغییرات گاز سنتز فرآیند گازی‌سازی در اثر تغییرات دما.

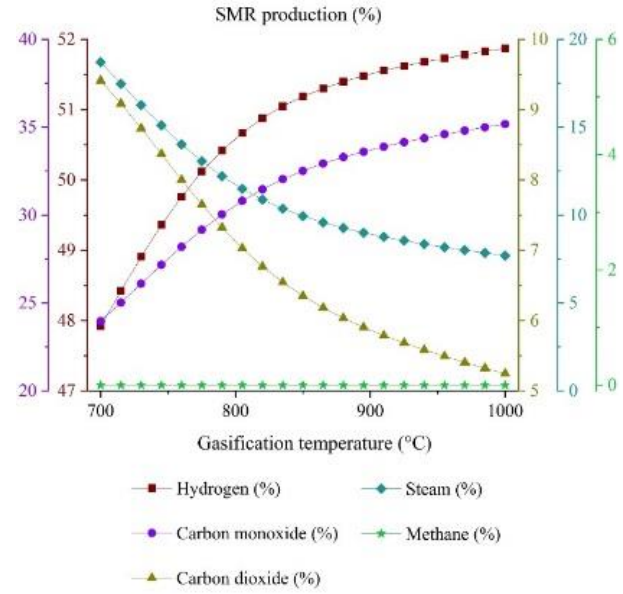


Figure 5. Variation of steam methane reforming process syngas versus temperature.

شکل ۵. تغییرات گاز سنتز فرآیند اصلاح بخار- متان در اثر تغییرات دما.

می‌شود. افزایش دمای فرآیند گازی‌سازی اثر کاهنده‌ای در تولید بخار آب و متان داشته است، به‌گونه‌ای که سهم متان از ۵/۱۲ به ۰/۰۲ درصد شده است. در حالی که سهم هیدروژن در گاز تولیدی از ۳۵/۳۲ به ۴۰/۷۱ درصد و سهم مونواکسیدکربن از ۹/۹۳ به ۱۸/۸۵ درصد افزایش یافته است. همچنین میزان دی‌اکسیدکربن از ۱۵/۷۴ به ۸/۸۲ درصد کاهش یافته است. این روند را می‌توان با واکنش بودوارد توضیح داد؛ واکنشی گرماگیر، که در دماهای بالاتر به سمت مصرف دی‌اکسیدکربن و تولید مونواکسیدکربن پیش می‌رود. روند تغییرات مشاهده‌شده با نتایج گزارش‌شده در مطالعات پیشین تطابق مناسبی دارد.[۲۸-۳۱]

پس از خروج گازها از راکتور گازی‌سازی، جریان حاصل به راکتور اصلاح بخار- متان هدایت شده است. دمای عملکرد راکتور اخیر به‌صورت تابعی از دمای راکتور گازساز تعریف شده است؛ به‌طوری که افزایش دمای گازی‌سازی مستقیماً منجر به افزایش دمای راکتور اصلاح بخار- متان شده است. تأثیر تغییرات دمایی ایجادشده در ترکیب گازهای حاصل از فرآیند اصلاح بخار- متان در شکل ۵ مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن با افزایش دما، سهم هیدروژن در گاز تولیدی از ۴۲/۹۷ به ۵۱/۸۷ درصد افزایش یافته است. هم‌زمان، میزان مشارکت مونواکسیدکربن نیز رشد قابل‌توجهی داشته و از ۲۳/۹۷ به ۳۵/۱۸ درصد رسیده است. این روند رفتاری را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ و براساس اصل لوشاتلیه تحلیل کرد. از آنجا که واکنش اصلاح بخار- متان ماهیت گرماگیر دارد، افزایش دمای واکنش موجب جابجایی تعادل به سمت تشکیل محصولات شده و در نتیجه تولید هیدروژن و مونواکسیدکربن افزایش یافته است. در مقابل، افزایش دمای راکتور سبب کاهش سهم دی‌اکسیدکربن در ترکیب گاز خروجی به میزان ۴/۱۷٪ شده است، در حالی که تغییرات مربوط به بخار آب در ترکیب گاز بسیار محدود و تقریباً ناچیز بوده است.

تغییرات ترکیب گاز در فرآیند جابجایی آب- گاز تحت تأثیر افزایش دمای راکتور در شکل ۶ بررسی شده است. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، دمای راکتور جابجایی آب- گاز نیز مشابه راکتور اصلاح بخار- متان، وابسته به دمای راکتور گازی‌سازی است؛ لذا، افزایش دمای گازی‌سازی موجب افزایش دمای

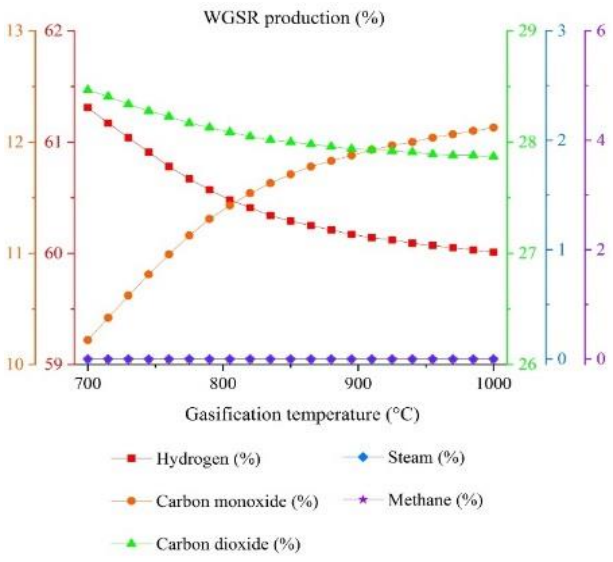


Figure 6 .Variation of water-gas shift process syngas versus temperature.

شکل ۶. تغییرات گاز سنتز فرآیند جابجایی آب- گاز در اثر تغییرات دما.

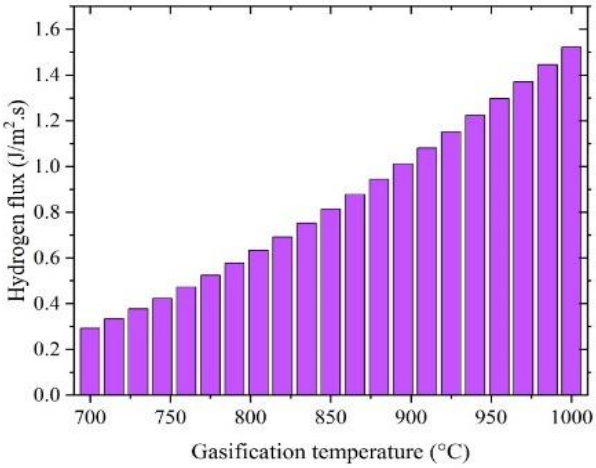


Figure 7. Variation of hydrogen flux versus temperature.

شکل ۷. تغییرات شار هیدروژن در اثر تغییرات دما.

این بخش از سیستم نیز می‌شود. بررسی نتایج نشان می‌دهد که با بالارفتن دما، میزان تبدیل به هیدروژن در گاز خروجی از ۶۱/۳۱ به ۶۰/۰۱ درصد کاهش یافته است، در حالی که سهم دی‌اکسیدکربن از ۱۰/۲۲ به ۱۲/۱۳ درصد افزایش پیدا کرده است. تغییرات درصد بخار آب در این مرحله بسیار محدود بوده و حدود ۰/۶۰٪ گزارش شده است. علت این رفتار به ماهیت گرماده واکنش جابجایی آب- گاز باز می‌گردد؛ به‌طوری که افزایش دمای واکنش باعث جابجایی تعادل به سمت کاهش تولید هیدروژن و افزایش محصولات جانبی شده است.

تأثیر افزایش دمای راکتور گازی‌سازی در شار عبوری هیدروژن از غشاء جداساز پالادیومی در شکل ۷ مشاهده می‌شود. دمای غشاء پالادیوم نیز مشابه سایر اجزاء سیستم، تابعی از دمای راکتور گازی‌سازی در نظر گرفته شده و با افزایش آن، دمای غشا نیز افزایش یافته است. نتایج بیانگر آن است که با افزایش دما، شار هیدروژن از ۰/۲۹ به ۱/۵۲ افزایش پیدا کرده است. این موضوع نشان می‌دهد که عملکرد جداسازی هیدروژن در دماهای بالاتر به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای بهبود یافته است. این افزایش شار را می‌توان با درنظرگرفتن رابطه‌ی مستقیم بین شار هیدروژن و نفوذپذیری آن توضیح داد. براساس معادله‌ی ۱۶، شار هیدروژن تابعی از نفوذپذیری بوده و مطابق معادله‌ی ۱۷، نفوذپذیری هیدروژن با افزایش دما افزایش یافته است. بنابراین، افزایش دمای سیستم منجر به بهبود نفوذپذیری و در نتیجه افزایش شار هیدروژن عبوری از غشا شده است.

این تذکر لازم است که براساس نتایج مدل‌سازی ترمودینامیکی، حدود ۸۵٪ از زیست‌توده‌ی اکالیپتوس ورودی به گاز سنتز قابل‌استفاده تبدیل شده است. بازده گاز سرد در پژوهش حاضر برابر با ۷۹/۷٪ محاسبه شده است. پارامتر مذکور براساس نسبت ارزش حرارتی گاز سنتز خروجی به ارزش حرارتی زیست‌توده‌ی ورودی و با درنظرگرفتن گازهای خروجی از گازی‌ساز محاسبه شده است، زیرا بازده گاز سرد یکی از شاخص‌های ذاتی عملکرد گازی‌ساز است و به مراحل پایین‌دستی سیستم وابسته نیست.

۴. نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در پژوهش حاضر به مطالعه‌ی امکان تولید انرژی و خالص‌سازی هیدروژن از اکالیپتوس از طریق فرآیند گازی‌سازی پرداخته شده است. استفاده از منابع تجدیدپذیر در کنار فناوری‌های پیشرفته، علاوه‌بر افزایش بازده و بهره‌وری سیستم، نقش مؤثری در کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای ایفا می‌کند و زمینه‌ی تولید هیدروژن پاک و سبز را فراهم می‌سازد. نتایج کلی حاصل از مطالعه‌ی حاضر به این صورت جمع‌بندی شده است:

- افزایش دما در راکتور جابجایی آب- گاز سبب کاهش سهم هیدروژن از ۶۱/۳۱ به ۶۰/۰۱ درصد و افزایش سهم دی‌اکسیدکربن از ۱۰/۲۲ به ۱۲/۱۳ درصد شده است.
- با بالارفتن دمای راکتور اصلاح بخار- متان، سهم دی‌اکسیدکربن در گاز خروجی این بخش حدود ۴/۱۷٪ کاهش یافته است.
- افزایش دمای راکتور گازی‌سازی موجب بهبود شار هیدروژن عبوری از غشای پالادیومی از ۰/۲۹ به ۱/۵۲ شده است.
- افزایش دمای راکتور گازی‌سازی موجب بهبود سهم هیدروژن در گاز خروجی از ۳۵/۳۲ به ۴۰/۷۱ درصد و افزایش مونواکسیدکربن از ۹/۹۳ به ۱۸/۸۵ درصد شده است.

"علائم اختصاری"

E_a	انرژی فعال‌سازی (J)
$E_{in,j}$	مقدار ورودی هر جزء در مخلوط خوراک (mol)
G	انرژی آزاد گیبس (J)
J_H	شار هیدروژن ($J/m^2.s$)
P_e	نفوذپذیری هیدروژن ($mol/m.s.Pa^{0.5}$)
P_{e0}	بیشینه‌ی نفوذپذیری هیدروژن ($mol/m.s.Pa^{0.5}$)
P_f	فشار در سمت تغذیه (Pa)
P_p	فشار در سمت نفوذ (Pa)
$\overline{R}$	ثابت جهانی گاز (kJ/kg.K)
T	دما (K)

x	فاصله (m)	λ	تابع اجزا
α	نسبت هیدروژن به کربن (mol/mol)	μ	پتانسیل شیمیایی (J/mol)
β	نسبت اکسیژن به کربن (mol/mol)	ν	مقادیر مولی اجزا (mol)
γ	مول ورودی بخار آب در راکتور گازی‌سازی (mol)	ξ	ضریب لاگرانژ (-)
δ	مول اجزاء گاز تولیدی راکتور گازی‌سازی (mol)	τ	مول اجزاء گاز تولیدی راکتور جابجایی آب- گاز (mol)
ε	مول ورودی بخار آب در راکتور اصلاح بخار- متان (mol)	ϕ	مول اجزاء گاز تولیدی راکتور اصلاح بخار- متان (mol)
κ	مول ورودی بخار آب در راکتور جابجایی آب- گاز (mol)		

References - منابع

1. Yu Z. Kamran H.W. Amin A. Ahmed B. and Peng S. 2023. Sustainable synergy via clean energy technologies and efficiency dynamics. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, *187*, pp.113744. https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113744
2. Hamidieh A. Akhgari B. (2024). Biogas Reverse Supply Chain Network Design based on Biomass Quality Levels using Robust Programming and Benders decomposition approach, *Scientia Iranica*. https://doi.org/10.24200/sci.2024.61889.7541
3. Gharibi A. Doniavi E. and Hasanzadeh R. 2024. A metaheuristic particle swarm optimization for enhancing energetic and exergetic performances of hydrogen energy production from plastic waste gasification. *Energy Conversion and Management*, *308*, pp.118392. https://doi.org/10.1016/j.enconman.2024.118392
4. Rubinsin N.J. Karim N.A. Timmiati S.N. Lim K.L. Isahak W.N.R.W. and Pudukudy M. 2024. An overview of the enhanced biomass gasification for hydrogen production. *International Journal of Hydrogen Energy,* *49*, pp.1139-1164. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2023.09.043
5. Adeniyi A. G. Onifade D. V. Ighalo J. O. (2022). Evaluating the nature of captured exhaust soot from a retort heating carbonization system, *Scientia Iranica*, 29(3), pp. 1427-1435. https://doi.org/10.24200/sci.2021.57008.5017
6. Yan B. Jia X. Li J. Li Z. Che Y. Zhou Z. Zhao J. Zhou S. and Chen G. 2024. In-situ elimination of biomass gasification tar based on the understanding of tar formation process: *A review. Journal of the Energy Institute*, *112*, pp.101477. https://doi.org/10.1016/j.joei.2023.101477
7. Ajorloo M. Ghodrat M. Scott J. and Strezov V. 2025. Evaluating the role of feedstock composition and component interactions on biomass gasification. *Fuel*, *381*, pp.133528. https://doi.org/10.1016/j.fuel.2024.133528
8. Jokar S.M. Farokhnia, A. Tavakolian M. Pejman M. Parvasi P. Javanmardi J. Zare F. Goncalves M.C. and Basile, A. 2023. The recent areas of applicability of palladium based membrane technologies for hydrogen production from methane and natural gas: A review. *International Journal of Hydrogen Energy*, *48*(16), pp.6451-6476. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2022.05.296
9. Ghasemzadeh K. Torabi T. Amiri T.Y. Fortunelli A. and Iulianelli A. 2024. Parametric and sensitive analysis of Pd-Ag membrane reactor performance in biogas reforming to generate decarbonized hydrogen by Computational Fluid Dynamic-Response Surface Methodology. *Fuel*, *365*, pp.131205. https://doi.org/10.1016/j.fuel.2024.131205
10. Nemitallah, M.A. 2023. Characteristics of hydrogen separation and methane steam reforming in a Pd-based membrane reactor of shell and tube design. *Case Studies in Thermal Engineering*, *45*, pp.102939. https://doi.org/10.1016/j.csite.2023.102939
11. Wondra, C. Hafner M. Treiber P. and Karl J. 2025. Conditioning of synthesis gases from gasification for direct use in conventional burner systems. *Thermal Science and Engineering Progress*, *60*, pp.103489. https://doi.org/10.1016/j.tsep.2025.103489
12. Nanadegani, F.S. and Sunden, B. 2023. Review of exergy and energy analysis of fuel cells. International *Journal of Hydrogen Energy*, *48*(84), pp.32875-32942. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2023.05.052
13. Yin, Z. Yang J. Feng Y. Ma Z. Wang J. and Liu Q. 2025. Thermodynamics analysis of a biomass co-gasification based combined cooling, heating and power system. *Renewable Energy*, *248*, pp.123195. https://doi.org/10.1016/j.renene.2025.123195
14. Biancini G. Moradi R. Cioccolanti L. Marchetti B. Moglie M. and Del Zotto L. 2023. A general model for air gasification of heterogenous municipal solid waste. *Energy Conversion and Management*, *278*,

pp.116749. https://doi.org/10.1016/j.enconman.2023.116749

15. Jadoon U.K. Diaz I. and Rodriguez M. 2025. Comparative analysis of aspen plus simulation strategies for woody biomass air gasification processes. *Biomass and Bioenergy*, *194*, pp.107626. https://doi.org/10.1016/j.biombioe.2025.107626
16. Fakhim-Ghanbarzadeh B. Fani M. Farhanieh B. (2011). Exergoeconomic optimization of combined heat and power system incorporating fluidized bed gasifier, *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *27.3*(2), pp. 3-13 [In Persian].
17. Faraji M. and Saidi M. 2022. Process simulation and optimization of groundnut shell biomass air gasification for hydrogen-enriched syngas production. *International Journal of Hydrogen Energy*, *47*(28), pp.13579-13591. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2022.02.105
18. Suparmin, P. Purwanti N. Nelwan L.O. and Tambunan A.H. 2024. Syngas production by biomass gasification: A meta-analysis. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, *206*, 114824. https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.114824
19. Safary Sabet S. Mostafa Namar M. Sheikholeslami M. Shafee A. (2020). Thermodynamic analysis of a high-temperature hydrogen production system, *Scientia Iranica*, *27*(4), pp. 1962-1971. https://doi.org/10.24200/sci.2019.52022.2487
20. Xiao Z. and Wu W. 2024. Environmental sustainability by an integrated system based on municipal solid waste fluidized bed gasification using energy, exergy, and environmental analyses. *Applied Thermal Engineering*, *239*, pp.122171. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2023.122171
21. Loha C. Chattopadhyay H. and Chatterjee P.K. 2011. Thermodynamic analysis of hydrogen rich synthetic gas generation from fluidized bed gasification of rice husk. *Energy*, *36*(7), pp.4063-4071. https://doi.org/10.1016/j.energy.2011.04.042
22. Shabbar S. and Janajreh I. 2013. Thermodynamic equilibrium analysis of coal gasification using Gibbs energy minimization method. *Energy conversion and management*, *65*, pp.755-763. https://doi.org/10.1016/j.enconman.2012.02.032
23. Gambarotta A. Morini M. and Zubani A. 2018. A non-stoichiometric equilibrium model for the simulation of the biomass gasification process. *Applied Energy*, *227*, pp.119-127. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.07.135
24. Kangas P. Hannula I. Koukkari P. and Hupa M. 2014. Modelling super-equilibrium in biomass gasification with the constrained Gibbs energy method. *Fuel*, *129*, pp.86-94. https://doi.org/10.1016/j.fuel.2014.03.034
25. Mojaver P. Jafarmadar S. Khalilarya S. and Chitsaz A. 2019. Study of synthesis gas composition, exergy assessment, and multi-criteria decision-making analysis of fluidized bed gasifier. *International Journal of Hydrogen Energy*, *44*(51), pp.27726-27740. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.08.240
26. Chen J. Wang X. Gai D. and Wang J. 2025. B-site semi-doped LaFeO3 perovskite oxygen carrier for biomass chemical looping steam gasification to produce hydrogen-rich syngas. *International Journal of Hydrogen Energy*, *103*, pp.446-455. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2025.01.190
27. Al-Mufachi N.A. Rees N.V. and Steinberger-Wilkens, R., 2015. Hydrogen selective membranes: A review of palladium-based dense metal membranes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, *47*, pp. 540-551. https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.03.026
28. Khattak O.A. and Zhang Q. 2025. Catalytic Gasification of Petroleum Coke with K_2CO_3: Impact of Catalyst-Carbon Contact and the Role of the Boudouard Reaction at 950° C. *European Journal of Applied Science, Engineering and Technology*, *3*(3), pp.44-50. https://doi.org/10.59324/ejaset.2025.3(3).05
29. Wu C.H. Chang C.Y. Cheng C.M. and Huang H.C. 2003. Glycolysis of waste flexible polyurethane foam. *Polymer Degradation and Stability*, *80*(1), pp.103-111. https://doi.org/10.1016/S0141-3910(02)00390-7
30. Chang S. Zhang Z. Cao L. Ma L. You S. and Li W. 2020. Co-gasification of digestate and lignite in a downdraft fixed bed gasifier: Effect of temperature. *Energy Conversion and Management*, *213*, pp..112798. https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.112798
31. Han S.W. Lee J.J. Tokmurzin D. Lee S.H. Nam J.Y. Park S.J. Ra H.W. Mun T.Y. Yoon S.J. Yoon S.M. and Moon J.H. 2022. Gasification characteristics of waste plastics (SRF) in a bubbling fluidized bed: Effects of temperature and equivalence ratio. *Energy*, *238*, pp.121944. https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121944

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu



Research Article

Novel Acoustic Absorbers Based on TPMS Structures: Implementation in Axial Fan Casings and Ducted Wind Turbines

Mostafa Mozafari[1]* and Mehran Masdari[1,2]

[1]College of Interdisciplinary Science and Technology, University of Tehran, Tehran, Iran.
[2]College of Aerospace Engineering, Coventry University, United Kingdom.
* Corresponding author:(mstfmozafari18@ut.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 5 October 2025

Revised: 18 December 2025

Accepted: 8 February 2026

Keywords:

Sound absorber,
aeroacoustics,
noise reduction,
porous media.

Abstract

Rotating systems such as axial flow fans and wind turbines play a vital role in cooling processes and clean energy generation. However, a major challenge in their operation is the noise produced by flow instabilities, particularly tip-leakage vortices. Consequently, the development of advanced noise-reduction technologies has become an important research priority. Recent studies have demonstrated that incorporating porous casings can significantly mitigate noise levels. In this study, porous structures based on Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS) were employed to evaluate their aeroacoustic performance. First, the sound absorption coefficient of these structures was analyzed, and the Gyroid with 50% porosity was identified as the optimal design. This structure was then applied to two key case studies: the casing of an axial fan and the duct surrounding a ducted wind turbine. A combined numerical and experimental analysis was conducted to investigate both aerodynamic characteristics and the mechanisms of noise generation and suppression. The results indicate that the TPMS-based casing effectively reduces the strength and size of tip-leakage vortices while attenuating turbulence intensity near the casing wall. Moreover, the optimized design suppresses both blade passing frequency (BPF) noise and turbulence-interaction noise. Quantitatively, the proposed approach achieved a 6 dB reduction in OASPL (approximately 11%) for the axial-flow fan, corresponding to a 36% decrease in accumulated acoustic energy. For the ducted wind turbine, the porous structure improved acoustic behavior, leading to an 8% reduction in overall sound pressure level (OASPL). These findings confirm that TPMS-based designs offer a promising and efficient aeroacoustic solution for noise reduction in rotating machinery.

Introduction

Noise pollution is among the most pervasive environmental problems in industrial societies. It arises from diverse sources, particularly rotating equipment such as wind turbines and industrial fans, which affect environments and human health [1–3]. Continuous exposure to such noises causes consequences beyond annoyance, including sleep disturbance, reduced performance, mental health issues, and cardiovascular risks [4–6]. Conventional porous absorbers (polymeric foams and metal foams), despite their effectiveness, suffer limitations in mechanical strength, environmental durability, and broadband performance, restricting their use under strong flows [9–11]. Triply periodic minimal surface (TPMS) structures, manufacturable via additive methods, offer high surface-to-volume ratios, tunable porosity/permeability, and favorable mechanical

To Cite this article:
Mozafari, M. and Masdari, M. 2026. Novel acoustic absorbers based on TPMS structures: implementation in axial fan casings and ducted wind turbines, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 37-51.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.67925.1754

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

properties, making them a promising alternative [12]. Studies report that TPMS can provide broadband absorption and significant frequency reductions, in some cases exceeding 20 dB [13]. In turbomachinery, primary noise sources are tip-leakage flows and associated vortices, which increase both noise level and spectral extent [14,15]. To address the limited investigation of TPMS-based porous treatments for radial noise attenuation, this study first measures experimental absorption coefficients of TPMS samples and selects an optimal geometry, then evaluates noise-reduction capacity and the interaction mechanisms between the porous structure and turbulent flow through combined numerical–experimental analyses on a fan casing and a turbine duct.

Methodology

To demonstrate the effectiveness of porous structures for noise mitigation, two key applications are investigated: an axial-flow fan and a ducted wind turbine. For the axial fan, a combined approach is adopted, comprising experimental acoustic tests and a purely aerodynamic numerical analysis. The experiments aim to quantify the real acoustic performance of porous casings in an anechoic chamber, while the numerical simulations focus on elucidating the physical noise-reduction mechanisms, such as modifications of tip-leakage vortex structures, reductions in turbulent kinetic energy, and changes in the near-wall flow field, rather than achieving strict quantitative aeroacoustic matching. In contrast, for the ducted wind turbine, practical limitations in prototype fabrication and testing motivate a fully numerical framework that integrates aerodynamic simulations with aeroacoustic post-processing, enabling a continuous assessment of noise sources and the influence of TPMS linings. In both systems, the use of advanced porous architectures is expected to improve aeroacoustic behavior and reduce overall noise levels, demonstrating an efficient, transferable strategy for airflow-noise control. For the axial-fan casing, TPMS-based liners were first designed using MATLAB and subsequently fabricated via additive manufacturing. Performance was evaluated experimentally in an acoustic chamber and numerically using XFlow. The tested fan measured 120×120×25 mm, featured seven blades, operated at 1200 rpm, and had a blade-passing frequency of 140 Hz; the hub radius, tip radius, and tip clearance were 23, 55, and 2 mm, respectively. TPMS casings were printed from PLA, selected for its printability and ability to reproduce complex geometries with high accuracy. Measurements were conducted in a 3×3×4 m anechoic chamber with a 100 Hz cut-off frequency. Sound pressure was recorded at 12 locations distributed on a sphere of 0.8 m radius around the rotor. The setup followed ISIRI 6184 standards; signals were acquired using a PRM1 microphone at 44.1 kHz and 24-bit resolution, processed in MATLAB, and corrected for background noise.

Results and Discussion

Experimental acoustic tests demonstrate that a gyroid porous casing at 50% porosity outperforms both a solid casing and the uncased condition: average Sound Pressure Level (SPL) reductions of about 3–4 dB across frequencies and an approximate 36% reduction in accumulated sound energy (ASE) were observed (Fig. 8). OASPL distributions show directional noise reductions and a mean drop of 6 dB (approximately 11%) with the porous casing, although localized higher levels appear due to counterclockwise rotor motion and interactions between separation vortices and succeeding tip vortices (Fig. 9). Results indicate the porous casing alters the near-wall flow, reduces absolute velocities, and weakens tip-leakage vortices, thereby lowering leakage momentum and producing a smoother flow field (Fig. 11). In the ducted-wind-turbine study, leading-edge and inner-surface regions near the hub were identified as dominant noise sources (Fig. 12); implementing gyroid liners over ~10% chord downstream of the leading edge and ~30% of the inner surface produced notable SPL reductions and lowered OASPL from 56.75 dB to 52.16 dB (~8% overall) (Figs. 14–15). The primary noise-mitigation mechanism is vortex fragmentation: TPMS layers break large coherent vortices into many smaller, dissipative structures, increasing viscous loss and suppressing strong tonal sources.

Conclusion

This study evaluated porous TPMS-based architectures for noise reduction in axial fans and ducted wind turbines. TPMS—particularly a gyroid at 50% porosity—provided effective sound absorption with minimal aerodynamic penalty. Experimental results for the fan showed an average OASPL reduction of about 6 dB (approximately 11%) and a 36% decrease in accumulated acoustic energy. In the ducted turbine, TPMS lining produced an overall sound-pressure-level reduction of roughly 8%. Numerical analyses indicate the dominant mitigation mechanism is vortex fragmentation and dispersion, increasing viscous dissipation and thereby weakening coherent noise sources.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

جاذب‌های آکوستیکی نوین بر پایه‌ی ساختارهای TPMS: کاربرد در پوسته‌ی فن‌های محوری و توربین‌های بادی کانالی

مصطفی مظفری*[۱] و مهران مصدری[۱و۲]

[۱] دانشکدگان علوم و فناوری‌های میان‌رشته‌ای، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

[۲] دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه کاونتری، انگلستان.

*نویسنده مسئول (mstfmozafari18@ut.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۷/۱۳

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۴/۰۹/۲۷

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۴/۱۱/۱۹

واژگان کلیدی:

جاذب صدا،

آئروآکوستیک،

کاهش نویز،

محیط متخلخل.

چکیده

سامانه‌های دوّار، نظیر فن‌های جریان محوری و توربین‌های بادی، به‌ترتیب نقش مهمی در فرآیندهای خنک‌کاری و تولید انرژی پاک ایفا می‌کنند؛ اما تولید نویز ناشی از آشفتگی‌های جریان، به‌ویژه گردابه‌های نشتی نوک، یکی از چالش‌های اصلی آن‌ها محسوب می‌شود. لذا، توسعه‌ی فناوری‌های مؤثر کاهش نویز به یک ضرورت تبدیل شده است. مطالعات اخیر نشان داده‌اند که استفاده از پوسته‌های متخلخل می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی شدت نویز را کاهش دهد. در پژوهش حاضر، ساختارهای متخلخل مبتنی بر سطوح کمینه‌ی سه‌گانه‌ی تناوبی (TPMS) به‌منظور ارزیابی عملکرد آئروآکوستیکی سامانه‌های مذکور استفاده شده است. در مرحله‌ی نخست، ضریب جذب صدای ساختارهای مختلف بررسی و ساختار ژایرود با تخلخل ۵۰٪ به‌عنوان گزینه‌ی بهینه انتخاب شده است. سپس ساختار اخیر، در دو کاربرد کلیدی، شامل: پوسته‌ی فن جریان محوری و کانال اطراف توربین بادی کانالی استفاده شده است. برای تحلیل جامع، ترکیبی از شبیه‌سازی عددی و آزمایش تجربی به‌منظور بررسی هم‌زمان ویژگی‌های آئرودینامیکی و مکانیسم‌های تولید و کاهش نویز استفاده شده است. نتایج نشان داده است که پوسته‌ی مبتنی بر TPMS موجب کاهش قابل‌توجه شدت و ابعاد گردابه‌های نشتی نوک و تعدیل سطح آشفتگی در نزدیکی دیواره‌ی محفظه می‌شود. همچنین طراحی بهینه‌ی اخیر، توانایی مهار نویز فرکانس عبور پره و نویز ناشی از برهم‌کنش آشفتگی را دارد. به‌صورت کمّی، کاهش ۶ دسی‌بل (حدود ۱۱٪) در فن جریان محوری و کاهش ۳۶ درصدی انرژی آکوستیک تجمعی مشاهده شده است، در حالی که در توربین بادی کانالی نیز کاهش ۸ درصدی سطح فشار صدای کلی به‌دست آمده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که ساختارهای مبتنی بر TPMS راهکاری مؤثر برای کاهش نویز سامانه‌های دوّار هستند.

۱. مقدمه

آلودگی صوتی به‌عنوان یکی از گسترده‌ترین معضلات زیست‌محیطی در جوامع صنعتی مدرن، تهدیدی جدی برای سلامت انسان و کیفیت زندگی محسوب می‌شود.[۱] منابع متنوع نویز، به‌ویژه صدای ناشی از تجهیزات دوّار، مانند توربین‌های بادی،[۲] و فن‌های صنعتی،[۳] روزبه‌روز محیط اطراف را تحت تأثیر قرار می‌دهند. قرارگرفتن مداوم در معرض صداهای ناخواسته‌ی اخیر، پیامدهایی فراتر از آزار شنیداری دارد و طیف وسیعی از آثار مخرب ایجاد می‌کند: از آسیب‌های مستقیم به سیستم شنوایی و اختلال در خواب تا کاهش بهره‌وری کاری و تحصیلی و بروز مشکلات جدی جسمی و روانی.[۴] مطالعات علمی، ارتباط مستقیم آلودگی صوتی را با افزایش اضطراب، استرس، اختلال‌های روانی، تأخیر در رشد شناختی کودکان، و بروز عوارض خطرناک فیزیولوژیکی، مانند افزایش ضربان قلب، فشار خون بالا، و بیماری‌های قلبی-عروقی اثبات کرده‌اند.[۵و۶] بر اساس برخی مطالعات پیشین، حدود ۱۰ تا ۲۰ درصد از بستری‌های بیمارستانی و مرگ‌ومیر ناشی از بیماری‌های قلبی و سکته، به قرارگرفتن مداوم در معرض نویز مرتبط است. این نگرانی‌ها سبب شده است نهادهای بین‌المللی برنامه‌های گسترده‌ای را برای تقویت پژوهش‌های مرتبط با کاهش نویز محیطی، به‌ویژه نویز ناشی از صنایع هوایی و انرژی، تدوین کنند. در چنین شرایطی، توسعه‌ی فناوری‌های نوین و کارآمد برای کنترل و کاهش نویز، ضرورتی انکارناپذیر برای حفاظت از سلامت انسان و محیط‌زیست به شمار می‌رود.[۷] از سوی دیگر، هر چند تولید انرژی از منابع تجدیدپذیر ضرورتی اجتناب‌ناپذیر است، اما توربین‌های بادی چه در خشکی و چه در دریا، به‌واسطه‌ی صدای تولیدی پره‌ها، اغلب موجب نارضایتی ساکنان محلی

استناد به این مقاله:

مظفری، مصطفی و مصدری ، مهران، ۱۴۰۵. جاذب‌های آکوستیکی نوین بر پایه‌ی ساختارهای TPMS: کاربرد در پوسته‌ی فن‌های محوری و توربین‌های بادی کانالی. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۳۷-۵۱. https://doi.org/10.24200/j40.2026.67925.1754

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

می‌شوند. افزون بر آن، نویز مزارع بادی فراساحلی در مراحل نصب و بهره‌برداری می‌تواند آثار منفی در حیات آبزیان، از جمله ماهی‌ها و پستانداران دریایی داشته باشد. طی دو دهه‌ی گذشته، بسیاری از کشورها و نهادهای منطقه‌ای برنامه‌های مشخصی را برای کاهش نویز ناشی از منابع مذکور تدوین کرده‌اند، که نشان‌دهنده‌ی اهمیت و جدیت این موضوع در سطح جهانی است.[۸]

به‌طور سنتی، برای کاهش نویز از مواد متخلخل جاذب صدا، مانند فوم‌های پلیمری و الیاف معدنی استفاده می‌شود؛ که انرژی امواج آکوستیکی را از طریق مکانیزم‌های اتلاف ویسکوز و حرارتی در ساختار متخلخل خود به گرما تبدیل می‌کنند و شدت صدا را کاهش می‌دهند.[۹ و ۱۰] با این حال، چنین موادی محدودیت‌های قابل‌توجهی دارند؛ از جمله ضعف در خواص مکانیکی، مقاومت پایین در برابر شرایط محیطی دشوار، مانند دما و رطوبت بالا، و همچنین امکان ایجاد آلودگی ثانویه‌ی ناشی از ریزش الیاف. محدودیت‌های اخیر، کاربرد آن‌ها را در بسیاری از حوزه‌های مهندسی، به‌ویژه در شرایط جریان هوای شدید، محدود می‌سازد.[۱۱] برای غلبه بر چالش‌های ذکرشده، نسل جدیدی از مواد مهندسی‌شده با عنوان ساختارهای مبتنی بر سطوح کمینه‌ی متناوب سه‌گانه (TPMS)[1] معرفی شده‌اند؛ که که با بهره‌گیری از فناوری ساخت افزودنی تولید می‌شوند، و به دلیل داشتن خواص مکانیکی برتر، سطح ویژه‌ی بسیار بالا، و تخلخل کاملاً کنترل‌شده، عملکردی ممتاز در جذب صدا ارائه می‌دهند. ویژگی‌هایی همچون هندسه‌ی منحصربه‌فرد، نفوذپذیری قابل تنظیم، و استحکام مکانیکی مطلوب سبب شده است که TPMS ها، جایگزینی ایده‌آل برای جاذب‌های سنتی باشند.[۱۲] به‌عنوان مثال، لین و همکاران (۲۰۲۲)،[۱۳] نشان داده‌اند که پانل‌های ساندویچی مبتنی بر TPMS می‌توانند بیش از ۲۰ دسی‌بل کاهش نویز در گستره‌ی وسیعی از فرکانس‌ها ایجاد کنند. یکی از مزایای مهم ساختارهای TPMS، قابلیت طراحی و بهینه‌سازی برای شرایط خاص است؛ به‌گونه‌ای که با تغییر پارامترهای هندسی یا استفاده از ترکیب چند نوع TPMS، می‌توان عملکرد آکوستیکی را در بازه‌ی فرکانسی وسیع بهبود داد یا جذب صدا را برای یک فرکانس هدف خاص به میزان بیشینه رساند.

کاهش نویز در توربوماشین‌ها، از جمله فن‌های جریان محوری و توربین‌های بادی کانالی، از جمله حوزه‌هایی هستند که توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است. افزایش آلودگی صوتی ناشی از تجهیزات اخیر، ضرورت مطالعه‌ی مکانیزم‌های تولید صدا و توسعه‌ی فناوری‌های نوین برای کنترل جریان و کاهش نویز را آشکار ساخته است. مهم‌ترین مکانیزم‌های تولید نویز در توربوماشین‌ها به پدیده‌های ناپایا در ناحیه‌ی لقی بین پره و پوسته مربوط می‌شود. جریان نشتی نوک پره‌ها با عبور از شکاف میان نوک پره و دیواره‌ی محفظه، منجر به تشکیل گردابه‌های نشتی نوک می‌شود؛ که در اثر اندرکنش با جریان اصلی به شدت ناپایدار می‌شوند و آشفتگی‌های شدیدی را ایجاد می‌کنند. چنین برهم‌کنش‌هایی علاوه‌بر افزایش تلفات آئرودینامیکی، به‌عنوان منبعی قوی برای نویز شعاعی عمل می‌کنند و به‌ویژه در نواحی نزدیک به نوک پره‌های روتور، جایی که گردابه‌های نوک قوی و بی‌نظمی‌های ساختاری برجسته هستند، شدت بیشتری می‌یابند. پدیده‌های اخیر نه فقط دامنه‌ی نویز را افزایش می‌دهند، بلکه طیف فرکانسی آن را نیز گسترده‌تر می‌کنند و به‌عنوان یکی از چالش‌های اصلی در کاهش نویز سامانه‌های دوّار مطرح می‌شوند.[۱۴ و ۱۵] در این زمینه، مواد متخلخل به‌عنوان ابزاری کارآمد برای کنترل غیرفعال جریان و کاهش نویز استفاده شده‌اند. مطالعات متعددی نشان داده‌اند که پوشش‌ها یا محفظه‌های متخلخل با جذب انرژی آکوستیکی، می‌توانند سطح نویز فن‌های جریان محوری را کاهش دهند. به‌عنوان نمونه، ژو و مائو[2] (۲۰۱۶)،[۱۶] با استفاده از فوم فلزی، کاهش ۵ دسی‌بل در سطح فشار صدا و افت ۲۰۰ پاسکال در فشار کل را گزارش کرده‌اند. لیو[3] و همکاران (۲۰۲۱)،[۱۴] فوم‌های فلزی متخلخل را برای فن‌های کوچک پیشنهاد کرده‌اند، که ضمن داشتن وزن سبک‌تر، در کنترل نویز نیز مؤثر بوده‌اند. همچنین، زویلانگ[4] و همکاران (۲۰۲۱)،[۱۷] نشان داده‌اند که استفاده از مجرای میکروسوراخ‌دار می‌تواند کاهش ۱۶ دسی‌بل در شدت صدا ایجاد کند، بدون آنکه عملکرد آئرودینامیکی دستگاه تحت تأثیر قرار گیرد. ساتلیف[5] و همکاران (۲۰۰۸ و ۲۰۱۳)، نیز کاهش ۴ تا ۵ دسی‌بل را با استفاده از پوشش‌های متخلخل در شرایط مختلف سرعت گزارش کرده‌اند.[۱۸ و ۱۹]

در سال‌های اخیر، ساختارهای TPMS نیز در کاربردهای آکوستیکی بسیار موفق عمل کرده‌اند. برای نمونه، ابوئدا[6] و همکاران (۲۰۱۸)،[۲۰] گزارش داده‌اند که ساختارهای TPMS قادر به ایجاد شکاف باند آکوستیکی[7] وسیع در فرکانس‌های بالای ۶۰۰۰ هرتز هستند. این مشخصه ناشی از پراکندگی چندگانه‌ی امواج صدا در سلول‌های تکرارشونده است و سبب می‌شود ساختار TPMS به‌عنوان یک فیلتر عمل کند و فرکانس‌های خاصی از نویز را کاملاً مسدود سازد. موقعیت و پهنای شکاف باند به نوع شبکه و چگالی نسبی ساختار وابسته است و امکان طراحی هدفمند برای کاهش نویز در بازه‌های مشخص فرکانسی را فراهم می‌سازد. همچنین، بوون[8] و همکاران (۲۰۲۱)،[۲۱] با بررسی کاربرد ساختارهای TPMS در لبه‌ی حمله‌ی ایرفویل، کاهش ۲ تا ۳ دسی‌بل در نویز فرکانس‌های پایین را گزارش کرده‌اند. با وجود مزایای ذکرشده، استفاده از ساختارهای TPMS برای کاهش نویز در توربوماشین‌ها هنوز در مراحل ابتدایی پژوهش قرار دارد و نیازمند بررسی‌های جامع‌تری است. با وجود نتایج مثبت باید توجه داشت که مطالعه‌ی بوون،[۲۱] مشخصاً بر اجزاء ثابت ایرفویل متمرکز بوده و به سامانه‌های دوّار (مانند فن‌ها و توربین‌های بادی) و مسائل کاربردی مرتبط با جریان نشتی نوک و ساختارهای گردابه‌ای در سامانه‌های TPMS نپرداخته است. همچنین، پژوهش‌های پیشین معمولاً از جاذب‌های الیافی و مدل‌سازی عددی با معادلات همگن‌شده‌ی محیط متخلخل بهره برده‌اند.

در مطالعه‌ی حاضر، به‌طور صریح از هندسه‌ی واقعی ساختار TPMS استفاده و جریان داخل خود محیط متخلخل، شبیه‌سازی و تحلیل شده است. همچنین، در راستای سایر کارهای پیشین نویسندگان نوشتار حاضر است، که در سال ۲۰۲۵،[۲۳] بر روی یک فن محوری، یک بررسی محاسباتی- آئرواکوستیکی ساده انجام داده‌اند، که به‌صورت محصور در تحلیل عددی- تجربی بوده و ارزیابی و تحلیل جامع قابلیت جاذب را ارائه نکرده است. این موضوع نشان‌دهنده‌ی وجود یک شکاف تحقیقاتی مهم در طراحی، ساخت، و ارزیابی یکپارچه‌ی ساختارهای TPMS در حوزه‌ی آئروآکوستیک است. بر همین اساس، پژوهش حاضر این شکاف را پُر می‌کند: نخست، با اندازه‌گیری تجربی ضریب جذب صدای نمونه‌های مبتنی بر TPMS و انتخاب ساختار بهینه؛ دوم،

[1] Triply Periodic Minimal Surface
[2] Xu & Mao
[3] Liu
[4] Czwielong
[5] Sutliff
[6] Abueidda
[7] Acoustic bandgap
[8] Bowen

با اجرای دو مطالعه‌ی کاربردی و متمایز: پوسته‌ی فن جریان محوری (آزمون‌های آکوستیک در اتاق بی‌پژواک به‌همراه تحلیل عددی آئرودینامیک برای تبیین مکانیسم‌ها)، و کانال دور توربین بادی داکت‌دار (تحلیل عددی آئرودینامیک و آئروآکوستیک). هدف اصلی پژوهش حاضر، ارزیابی دقیق ظرفیت کاهش نویز فناوری نوظهور ذکرشده و دستیابی به درکی عمیق‌تر از اندرکنش‌های پیچیده میان ساختار متخلخل و میدان جریان آشفته بوده است.

۲. ساختارهای TPMS و اصول کار

مواد متخلخل به‌طورکلی به دو دسته‌ی اصلی تقسیم می‌شوند: مواد متخلخل با حفره‌های باز و بسته[9]. در مواد متخلخل با حفره‌های باز، شبکه‌ای از کانال‌های به‌هم‌پیوسته وجود دارد که امکان نفوذ سیال خارجی به درون ساختار متخلخل را فراهم می‌کند. در مقابل، در مواد با حفره‌های بسته، منافذ کاملاً ایزوله هستند و ارتباطی با سطح خارجی ندارند، به همین دلیل هیچ سیالی قادر به ورود به ساختار متخلخل نیست. در پژوهش حاضر، از مواد متخلخل با حفره‌های باز استفاده شده است، چرا که این نوع ساختارها علاوه‌بر قابلیت کنترل خواص فیزیکی و شیمیایی، بستر مناسبی برای فرآیندهای انتقال سیال نیز فراهم می‌آورند.[۲۲ و ۲۳] با الهام از معماری‌های متخلخل موجود در طبیعت، از جمله ساختار مخملی جغد انبار و صخره‌ها، تلاش‌های گسترده‌ای برای طراحی و تولید ساختارهای مصنوعی انجام شده است.[۲۴] در این میان، ساختارهای TPMS طی سال‌های اخیر به‌عنوان یک راهکار نوین مطرح شده‌اند؛ که شبکه‌ای از منافذ به‌هم‌پیوسته و ویژگی‌های هندسی دارند و به‌صورت ریاضی قابل تنظیم هستند. ساختارهای TPMS در واقع نوعی سلول‌های متناوب با حفره‌های منظم‌اند، که به دلیل داشتن خواص مکانیکی و آکوستیکی برتر، گزینه‌ای مناسب برای جایگزینی سازه‌های متراکم و حجیم به شمار می‌آیند.[۲۲ و ۲۳]

۲. ۱. خواص آکوستیکی و سازوکارهای کاهش نویز

در سال‌های اخیر، توجه بسیاری از پژوهشگران به بررسی خواص آکوستیکی ساختارهای سلولی بر پایه‌ی سطوح کمینه‌ی متناوب سه‌گانه جلب شده است؛ که به‌صورت ریاضی تعریف و در سه جهت متعامد تکرار می‌شوند و ویژگی‌هایی مانند انحنای میانگین صفر و کمینه‌ی مساحت سطح دارند. ساختارهای سلولی مبتنی بر سطوح ذکرشده، نه فقط از نظر مکانیکی (با ویژگی‌هایی همچون سختی و استحکام بالا، جذب انرژی بهینه، رسانایی مناسب و نفوذپذیری بالا، بسیار کارآمد هستند)، بلکه از دیدگاه آکوستیکی نیز توانایی چشمگیری در کاهش ارتعاش‌ها، جذب صدا، و کنترل نویز دارند. همین ویژگی‌های چندمنظوره‌ی ذکرشده سبب شده‌اند که ساختارهای TPMS در حوزه‌های گوناگون موردتوجه قرار گیرند. یکی از ویژگی‌های مهم آن‌ها، قابلیت تنظیم پاسخ آکوستیکی‌شان با تغییر پارامترهای هندسی است؛ به گونه‌ای که می‌توان بازه‌ی فرکانسی و پهنای باند جذب را متناسب با نیاز طراحی کنترل کرد. این مزیت باعث برتری چشمگیر آن‌ها نسبت به جاذب‌های آکوستیکی سنتی می‌شود. ساختارهای TPMS به دلیل نسبت سطح به حجم بالا، تخلخل کنترل‌شده، و سطوح پیوسته و صاف، به‌عنوان نسل تازه‌ای از مواد برای کنترل نویز مطرح هستند. فناوری‌های نوین ساخت، به‌ویژه چاپ سه‌بُعدی، امکان تولید دقیق ساختارهای پیچیده‌ی مذکور را فراهم کرده و بررسی‌ها نشان داده‌اند که خواص آکوستیکی ساختارهای TPMS به‌شدت به هندسه، نوع شبکه، میزان تخلخل، و ضخامت بستگی دارد. به‌ویژه در بازه‌ی فرکانسی میانی و بالا، ساختارهای TPMS، توانایی جذب بسیار بالایی از خود نشان داده‌اند.[۲۲ و ۲۳]

کاهش نویز در ساختارهای متخلخل پیچیده‌ی TPMS از طریق چندین مکانیسم فیزیکی هم‌زمان رخ می‌دهد؛ که مهم‌ترین آن‌ها عبارت‌اند از: اتلاف لزجتی[10]، زمانی که امواج صدا در کانال‌های باریک و به‌هم‌پیوسته حرکت می‌کنند و اصطکاک بین مولکول‌های هوا و دیواره‌ها، انرژی آکوستیکی را به گرما تبدیل می‌کند. اتلاف حرارتی[11]، که در اثر فشردگی و انبساط متناوب هوا و تبادل گرما با دیواره‌ها رخ می‌دهد و بخشی از انرژی آکوستیکی را مستهلک می‌سازد. و درنهایت، پراکندگی و بازتاب چندگانه[12]، که در اثر هندسه‌ی پیچیده‌ی ساختار رخ می‌دهد و مسیر حرکت موج را طولانی‌تر می‌سازد و فرصت بیشتری برای عملکرد سازوکارهای اتلاف ایجاد می‌کند.[۲۵ و ۲۶] ترکیب پدیده‌های اخیر، ساختارهای مبتنی بر سطوح کمینه‌ی متناوب را به گزینه‌ای کارآمد برای جذب صدا و کاهش نویز تبدیل کرده است.

۲. ۲. اصول و طراحی جاذب

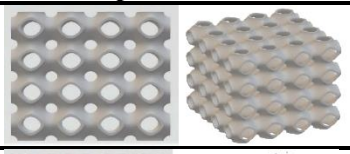
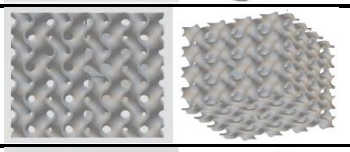
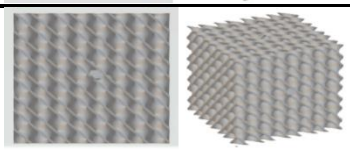
در بخش کنونی، ابتدا اصول و سپس طراحی جاذب بر اساس ساختارهای TPMS بیان شده است. ساختارهای TPMS را می‌توان به‌صورت یک ایزوسطح در نظر گرفت، که در هر سه جهت اصلی فضا به شکل تناوبی تکرار می‌شوند. سطوح مذکور به‌عنوان سطوح حداقلی شناخته می‌شوند و با استفاده از معادله‌های جبری تعریف می‌شوند. معادله‌های مرتبط را می‌توان به‌گونه‌ی ساده‌سازی کرد؛ که در آن، C یک ثابت مشخص است. $f(x,y,z)=C$ همچنین با تغییر پارامترهای تابع، امکان کنترل آسان بر محدوده‌ی توزیع و تناوب سطوح حداقلی فراهم می‌شود.[۳] از میان ساختارهای اصلی TPMS می‌توان به پریمی‌تیو[13] (P)، دایموند[14] (D)، و ژایروید[15] (G) اشاره کرد، که معادله‌های ریاضی و هندسه‌ی سلول واحد آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

مطابق با جدول ۱، در ساختارهای TPMS دو پارامتر اساسی ω و C وجود دارد، که پارامتر C به‌عنوان isovalue شناخته می‌شود و ω پارامتر مؤثر هندسی است و اندازه‌ی سلول واحد را تنظیم می‌کند. ω اگر در هر سه جهت یکسان باشد، ساختار TPMS به‌صورت یکنواخت است؛ بنابراین، برای تولید سلول اعوجاج‌شده[16] می‌توان مقدار پارامتر ω را دست‌کاری کرد. از طرفی، C آثار زیادی در مشخصه‌های یک ناحیه‌ی متخلخل دارد. مقدار C استفاده‌شده در معادله‌ها برای تولید ساختارهای TPMS به‌شدت به اندازه‌ی روزنه[17] و تخلخل[18] ساختار، تأثیر می‌گذارد. در نتیجه، انتخاب C مناسب برای ایجاد ساختارهای TPMS کارآمد با ویژگی‌های موردنظر بسیار مهم است. مطابق جدول ۲، روابطی برای عبارت‌های کسر حجمی و اندازه‌ی روزنه بر اساس پارامتر C با استفاده از اجراهای عددی استخراج شده است. تخلخل، نسبت حجم متخلخل به حجم کل را بیان و همچنین، کسر حجمی جامد ساختار را مشخص می‌کند. اگر مقدار C=۰ باشد، حجم ناحیه‌ی متخلخل و جامد، یکسان است. اندازه‌ی روزنه به‌عنوان قطر بزرگ‌ترین کره‌ای که می‌تواند در فضای خالی

[9] the open and closed-pore porous materials
[10] Viscous Dissipation
[11] Thermal Conduction
[12] Multiple scattering & tortuosity
[13] Primitive
[14] Diamond
[15] Gyroid
[16] Distorted Cell
[17] Hole Size
[18] Porosity

جدول ۱. فرمول‌بندی ریاضی و جزئیات میکروسکوپی برای انواع مختلف ساختارهای TPMS.

Table 1. Mathematical formulation and microscopic detail for various types of TPMS structures.

TPMS Structure	Mathematical expression	Microscopic detail
Primitive (P)	$f(x,y,z)=\cos(\omega_x x)+\cos(\omega_y y)+\cos(\omega_z z)=C$	
Diamond (D)	$f(x,y,z)=\cos(\omega_x x)\cos(\omega_y y)\cos(\omega_z z)$ $-\sin(\omega_x x)\sin(\omega_y y)\sin(\omega_z z)=C$	
Gyroid (G)	$f(x,y,z)=\sin(\omega_x x)\cos(\omega_y y)+\sin(\omega_z z)\cos(\omega_x x)$ $+\sin(\omega_y y)\cos(\omega_z z)=C$	

جدول ۲. روابط تخلخل و ضرایب استخراج‌شده‌ی اندازه‌ی روزنه برای انواع مختلف ساختارهای TPMS.

Table 2. Porosity relations and extracted pore size coefficientsfor different TPMS structures.

Structure	Range of C Variations	Derived Porosity Relation	Extracted Pore Size Coefficients
Primitive	$-3<C<3$	$P_{net-P}=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}C$	$a=0.8473$ $b=-0.1631$ $c=-0.0015$ $d=-0.0103$
Diamond	$-1.42<C<1.42$	$P_{net-D}=\frac{1}{2}-\frac{35}{100}C$	$a=0.3982$ $b=-0.1795$ $c=0.0010$ $d=-0.0448$
Gyroid	$-1.5<C<1.5$	$P_{net-G}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}C$	$a=0.4281$ $b=-0.1598$ $c=-2.37\times10^{-4}$ $d=-0.0432$

سلول واحد قرار گیرد، تعریف می‌شود. برای محاسبه‌ی قطر بزرگ‌ترین کره، ابتدا گره‌هایی در اطراف فضای خالی سلول واحد قرار می‌گیرد، سپس توسط گره‌های مذکور، مکان مرکزهای بزرگ‌ترین کره‌ها تعیین و قطر بزرگ‌ترین کره به‌عنوان کمینه‌ی فاصله بین گره‌ی فضای خالی و سطح سلول تعریف می‌شود. از طرفی، اندازه‌ی روزنه، وابستگی خطی به اندازه‌ی سلول واحد ساختار دارد؛ بنابراین، با تغییر سلول واحد ساختار، اندازه‌ی روزنه‌ها تغییر می‌کند. در ادامه، به‌ترتیب روابط تخلخل و اندازه‌ی روزنه (مطابق جدول ۲) برای حالت اخیر شبکه‌ای ساختارهای ذکرشده به‌صورت رابطه‌ی خطی مرتبه‌ی اول (معادله‌ی ۱) و معادله‌ی درجه‌ی سه (معادله‌ی ۲) تخمین زده شده است، که منحنی داده‌های واقعی و برازش آن‌ها در شکل ۱ مشاهده می‌شود. شایان ذکر است که استخراج روابط و منحنی‌های مذکور، حاصل کار پژوهشگران حاضر است.

$$P_{net}=\frac{\kappa-C}{2\kappa} \quad (1)$$

$$HoleSize_{net}=a+bC+cC^2+dC^3 \quad (2)$$

که در آن‌ها، مقدار κ برای ساختارهای P، G، و D به‌ترتیب برابر با ۳، ۱/۵، و ۱/۴۲ است. مطابق با نتایج، پر واضح است که پارامتر C تأثیر حیاتی در کمیت‌های تخلخل و اندازه‌ی روزنه دارد؛ بنابراین، این امکان وجود ندارد که بتوان در یک تخلخل ثابت، اندازه‌های مختلف روزنه را بررسی کرد. از آنجایی که اندازه‌ی سلول، مقیاسی از اندازه‌ی سلول واحد ساختار است، احتمال می‌رود که با تغییر اندازه‌ی سلول واحد، بتوان اندازه‌ی مختلف روزنه را در تخلخل ثابت بررسی کرد.

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، نتایج مربوط به تغییرات تخلخل در ساختارهای ژایروید و دایموند تطابق بسیار خوب و برازش خطی مرتبه‌ی اول برای آن‌ها دقت قابل‌قبولی داشته است. با این حال، در ساختار پریمی‌تیو در محدوده‌های بالاتر از ۷۵٪ و پایین‌تر از ۲۵٪ اختلاف‌هایی ظاهر می‌شود که به همین دلیل، بازه‌های مذکور از تحلیل کنار گذاشته شده‌اند. از سوی دیگر، منحنی‌های مربوط به اندازه‌ی روزنه‌ها نشان می‌دهند که استفاده از یک چندجمله‌ای مرتبه‌ی سوم، توصیف مناسب‌تری از تغییرات اندازه‌ی روزنه‌ها ارائه می‌دهد. پس از بررسی روابط میان تخلخل، اندازه‌ی روزنه‌ها و پارامتر C، برای طراحی جاذب‌های آکوستیکی مبتنی بر ساختارهای TPMS، یک کد متلب[19] در مختصات دکارتی و استوانه‌ای توسعه داده شده است. کد اخیر، قابلیت تولید هندسه‌های متنوع موردنیاز در پژوهش را فراهم می‌کند و امکان ایجاد جاذب‌های مختلف با درصدهای تخلخل، ابعاد سلول واحد، و انواع ساختارهای متخلخل متفاوت را مهیا می‌سازد. در پایان بخش حاضر، در شکل ۲، نمونه‌هایی از جاذب‌های آکوستیکی متخلخل مبتنی بر TPMS،که توسط کد متلب تولید شده‌اند، مشاهده می‌شوند؛ که بیانگر تنوع در پیکربندی‌ها و درصدهای تخلخل استفاده‌شده هستند.

[19] MATLAB

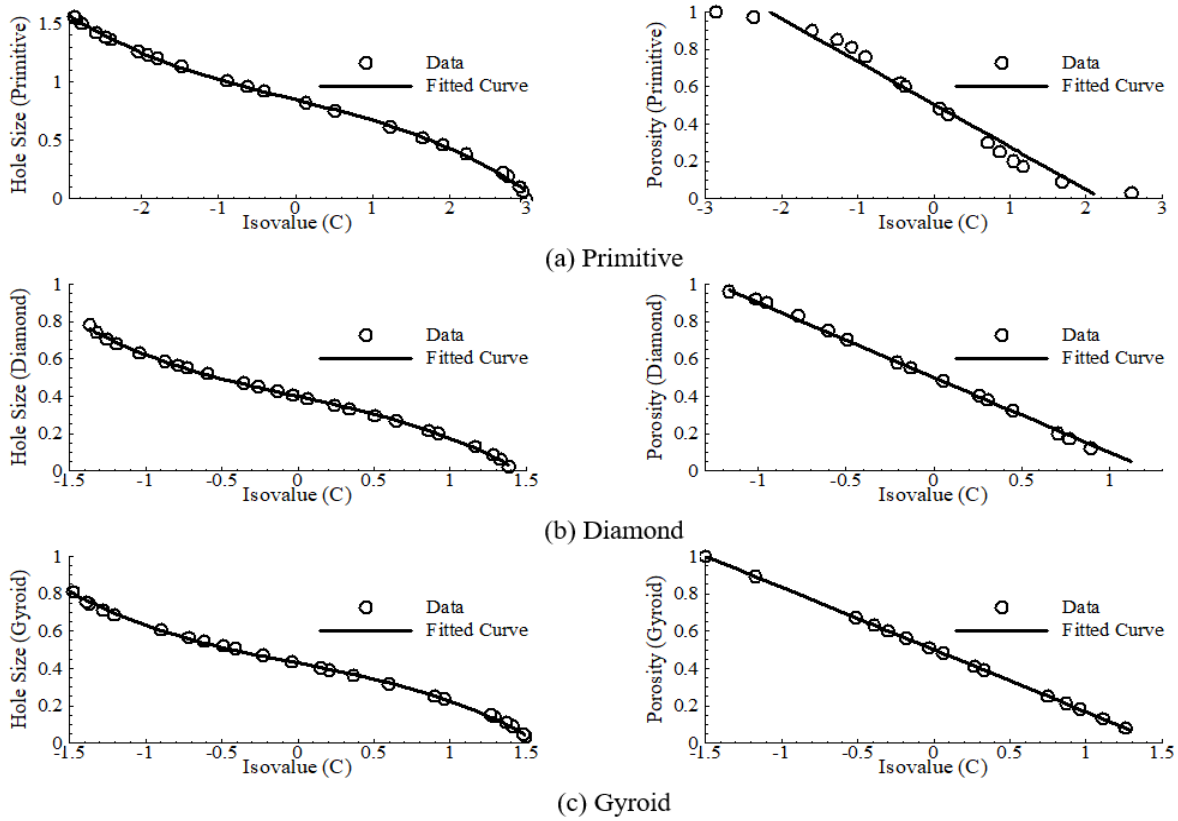


Figure 1. Porosity and pore size distribution and fitting curves for different types of TPMS structures.

شکل ۱. منحنی‌های توزیع و برازش تخلخل و اندازه‌ی روزنه برای انواع مختلف ساختارهای TPMS.

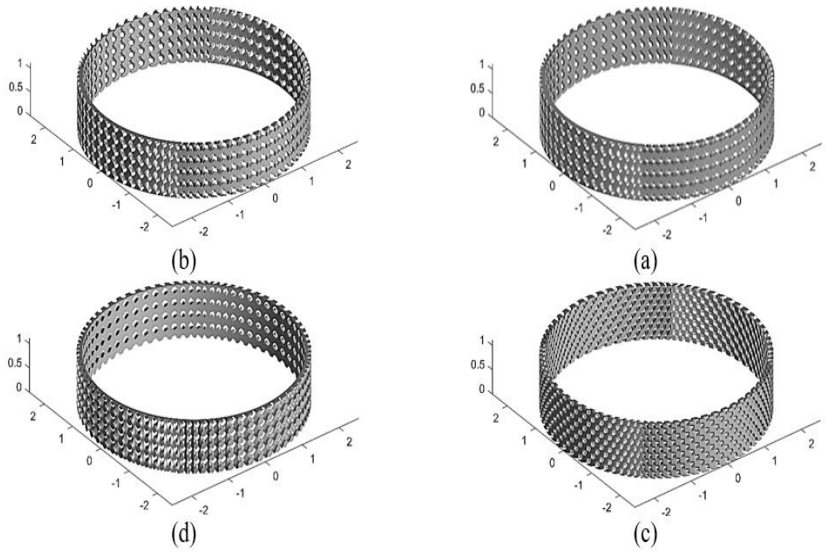


Figure 2. Various TPMS-based porous casings showcased: (a) Type G with 50% porosity, (b) Type G with 35% porosity, (c) Type P with 50% porosity, and (d) Type D with 50% porosity.

شکل ۲. نمایش انواع جاذب‌های متخلخل مبتنی بر TPMS: (الف) نوع ژایروید با ۳۵٪ تخلخل، (ب) نوع ژایروید با ۵۰٪ تخلخل، (ج) نوع دایموند با ۵۰٪ تخلخل، و (د) نوع پریمی‌تیو با ۵۰٪ تخلخل.

۲. ۳. اندازه‌گیری ضریب جذب صدا و بررسی اثر پارامترهای طراحی در آن

در بخش کنونی، تحلیلی روشن و ساده از جذب صدا در ساختارهای TPMS ارائه شده است. ضریب جذب صدا (α) ، میزان انرژی آکوستیکی ورودی را که به‌جای بازتاب، توسط یک ماده جذب می‌شود، توصیف می‌کند؛ به‌طوری‌که مقدار ۰ نشانگر بازتاب کامل و مقدار ۱ بیانگر جذب کامل است. عملکرد ساختارهای TPMS عمدتاً تحت تأثیر دو عامل اصلی قرار دارد: نوع ساختار و میزان تخلخل. تفاوت در نوع ساختار، باعث تغییراتی در سطح ویژه، نحوه‌ی اتصال حفره‌ها، و پیچیدگی مسیر عبور صدا می‌شود. میزان تخلخل، هم مقاومت آکوستیکی و هم مکانیزم اتلاف انرژی آکوستیکی در بستر متخلخل را کنترل می‌کند. بعد از تولید نمونه‌ها توسط کد متلب، سپس آن‌ها با استفاده از فناوری چاپ سه‌بُعدی تولید شده‌اند. پس از چاپ، نمونه‌ها در محلول استات‌اتیل قرار

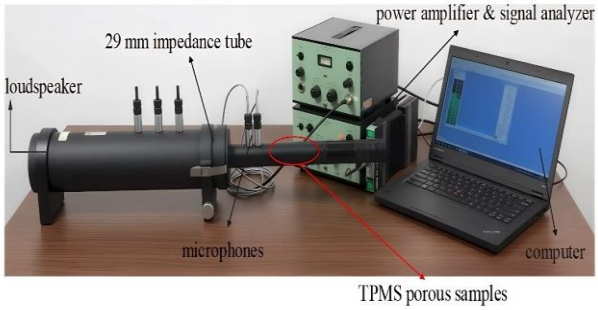


Figure 3. Impedance tube setup for testing sound absorption properties.

شکل ۳. چیدمان لوله‌ی امپدانس برای آزمایش اندازه‌گیری ضریب جذب صدا.

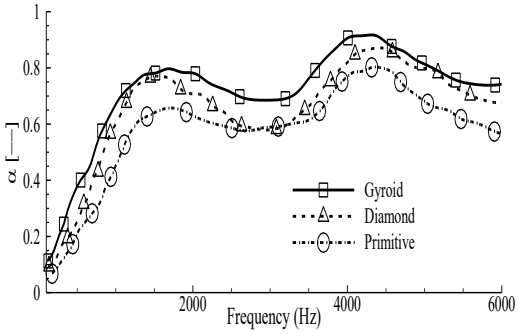


Figure 4. Impact of TPMS Structure Type on Sound Absorption.

شکل ۴. تأثیر نوع ساختار TPMS در ضریب جذب صدا.

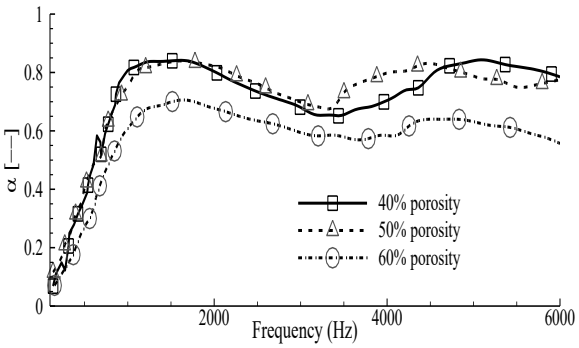


Figure 5. Influence of Porosity on Sound Absorption for Gyroid.

شکل ۵. تأثیر درصد تخلخل در ضریب جذب صدا برای ساختار ژایروید.

گرفته‌اند تا سطح آن‌ها صاف و یکنواخت شود. سامانه‌ی آزمایشگاهی اندازه‌گیری ضریب جذب (مطابق شکل ۳)، شامل یک لوله‌ی امپدانس با قطر ۲۹ میلی‌متر، بلندگو، تقویت‌کننده‌ی توان، میکروفون‌ها، و تحلیل‌گر سیگنال است. اندازه‌گیری‌ها بر اساس روش تابع انتقال دوکاناله و طبق استاندارد ۲-ISO ۱۰۵۳۴ انجام شده‌اند. آزمون‌ها در بازه‌ی فرکانسی ۱۰۰ تا ۶۰۰۰ هرتز و بر روی نمونه‌های استوانه‌ای با ضخامت ۳۰ میلی‌متر و قطر ۲۹ میلی‌متر صورت گرفته‌اند.

بر اساس تحلیل دقیق داده‌ها، پیکربندی‌های بهینه برای کاربردهای مختلف شناسایی شده‌اند؛ به‌گونه‌ای که فقط بیشینه‌ی ضریب جذب در نظر گرفته نشده است، بلکه گستره‌ی فرکانسی عملکرد نیز لحاظ شده است، چرا که هر کاربرد به ویژگی‌های آکوستیکی متفاوتی نیاز دارد. تأثیر نوع ساختار TPMS در شکل ۴ و تأثیر تخلخل در شکل ۵ مشاهده می‌شوند.

در میان تمام حالت‌ها، ساختار ژیروید با تخلخل ۵۰٪ بهترین عملکرد کلی را نشان داده است. پیکربندی مذکور توانسته است جذب پهن باند را با میانگین ضریب ۰/۷۶۱و مقادیر اوج تا ۰/۹۳۸ در نزدیکی ۴۰۰۰ هرتز به دست آورد. عملکرد برتر اخیر، به سطح ویژه‌ی بالا و اتصال کامل منافذ ژایروید نسبت داده می‌شود، که باعث افزایش اتلاف لزجتی و حرارتی می‌شود. تخلخل ۵۰٪ ضمن ایجاد تطابق امپدانسی مؤثر با هوا، سطح کافی برای اتلاف انرژی فراهم می‌سازد و این ویژگی موجب بیشینه‌سازی جذب در گستره‌ی وسیعی از فرکانس‌ها می‌شود. درنهایت، بر اساس نتایج اخیر، ساختار TPMS از نوع ژایرود با تخلخل ۵۰٪ به عنوان طراحی بهینه‌شده‌ی جاذب برای کاربردهای موردی در پژوهش حاضر استفاده شده است.

۳. فناوری‌های آئروآکوستیکی اقتباس‌شده

برای تثبیت این نکته که ساختارهای متخلخل می‌توانند در کاهش نویز نقش مؤثری ایفا کنند، در بخش حاضر، دو کاربرد مهم بررسی شده‌اند: فن جریان محوری و توربین باد کانالی. در مورد نخست (فن جریان محوری)، آزمون‌های آکوستیکی تجربی در اتاق بی‌پژواک انجام شده‌اند، تا عملکرد واقعی پوسته‌های متخلخل اندازه‌گیری شود؛ هم‌زمان نیز یک تحلیل عددی فقط آئرودینامیک اجرا شده است، که هدف آن تبیین سازوکارهای فیزیکی کاهش نویز (مانند تغییر ساختار گردابه‌های نوک، کاهش انرژی جنبشی آشفتگی، و تغییر میدان جریان نزدیک دیواره) و نه تطبیق کمّی- آکوستیکی دقیق با نتایج تجربی بوده است. در مورد دوم (توربین بادی کانالی)، به‌دلایل محدودیت‌های ساخت نمونه و امکانات تجربی، تحلیل عددی کامل شامل حل آئرودینامیک و پردازش آئروآکوستیک صورت پذیرفته است، تا منشأ تغییرات نویز و تأثیر پوشش TPMS به‌صورت عددی و پیوسته بررسی شوند. در هر دو سامانه، با بهره‌گیری از ساختارهای متخلخل نوین، انتظار می‌رود که رفتار آئروآکوستیکی بهبود یابد و نیز سطح نویز کم شود. هدف این بوده است که با رویکرد مذکور نشان داده شود که استفاده از فناوری‌های اقتباس‌شده می‌تواند راهکاری کارآمد برای کنترل و کاهش نویز در سامانه‌های مختلف جریان هوا باشد.

۱.۳. پوسته‌ی متخلخل اطراف فن جریان محوری

در بخش حاضر هدف آن است که پوسته‌ی اطراف فن محوری با استفاده از یک لایه‌ی متخلخل مبتنی بر ساختارهای TPMS اصلاح شود. ابتدا پوسته‌های مختلف با کمک کد متلب طراحی و سپس با فناوری پرینت سه‌بُعدی ساخته شده‌اند. ارزیابی‌ها هم به‌صورت تجربی در اتاق آکوستیک و هم به‌صورت شبیه‌سازی عددی در نرم‌افزار XFlow انجام شده است. در آزمایش تجربی آکوستیک، از یک فن جریان‌محوری با ابعاد ۱۲۰×۱۲۰×۲۵ میلی‌متر و دارای ۷ پره استفاده شده است، که با سرعت دورانی ۱۲۰۰rpm کار می‌کند و فرکانس گذر پره‌های آن ۱۴۰ هرتز است (شکل ۷). شعاع هاب، شعاع نوک پره، و فاصله‌ی نوک پره (لقی نوک)[20] به‌ترتیب ۲۳، ۵۵، و ۲ میلی‌متر بوده است. فن مطالعه‌شده، که برای خنک‌سازی رایانه به‌کار رفته است، پوسته‌ی پلاستیکی داشته است. به‌منظور چاپ سه‌بُعدی پوسته‌هایTPMS، از پلی‌لاکتیک اسید (PLA) استفاده شده است؛ که با چگالی ۱۲۵۰kg/m³ و مدول یانگ متوسط ۳/۲۲۵ GPa، علاوه‌بر سازگاری بالا با فرآیند پرینت

[20] Tip Clearance

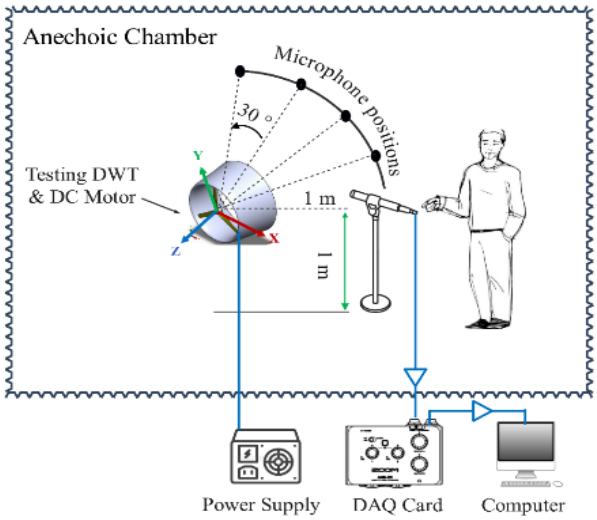


Figure 6. Schematic representation of experimental setup and microphone array.

شکل ۶. نمایش شماتیک چیدمان آزمایش و آرایه‌ی میکروفون.

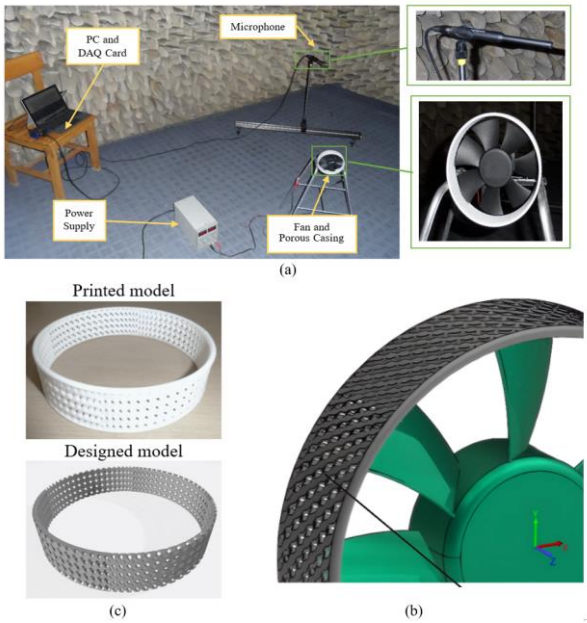


Figure 7. A schematic of the experimental setup for measuring axial flow fan noise using a single microphone: (a) Overall view of the acoustic chamber apparatus, (b) the casings under investigation and (c) Fan casing geometry.

شکل ۷. شماتیکی از چیدمان آزمایش برای اندازه‌گیری نویز فن جریان محوری با استفاده از یک میکروفون: (الف) نمای کلی اتاق آکوستیک، (ب) فن استفاده‌شده، و (ج) هندسه‌ی پوسته‌ی فن.

سه‌بُعدی، امکان دستیابی به دقت هندسی بالا در ساختارهای پیچیده TPMS را فراهم ساخته و بنابراین، انتخابی ایده‌آل برای پژوهش حاضر بوده است. کلیه‌ی اندازه‌گیری‌ها در یک اتاق بی‌پژواک با ابعاد ۳×۳×۴ متر و فرکانس قطع ۱۰۰ هرتز انجام شده است. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، اندازه‌گیری صدا با قراردادن دستی یک میکروفون در ۱۲ نقطه‌ی مختلف روی سطح یک کره، به شعاع ۰/۸ متر از مرکز روتور و با فواصل زاویه‌ای ۴۵ درجه صورت گرفته است. چیدمان آزمایش و اجزاء آن در شکل ۷ به صورت شماتیک نشان داده شده است. در حین آزمایش اصلی، منبع تغذیه و رایانه در خارج از

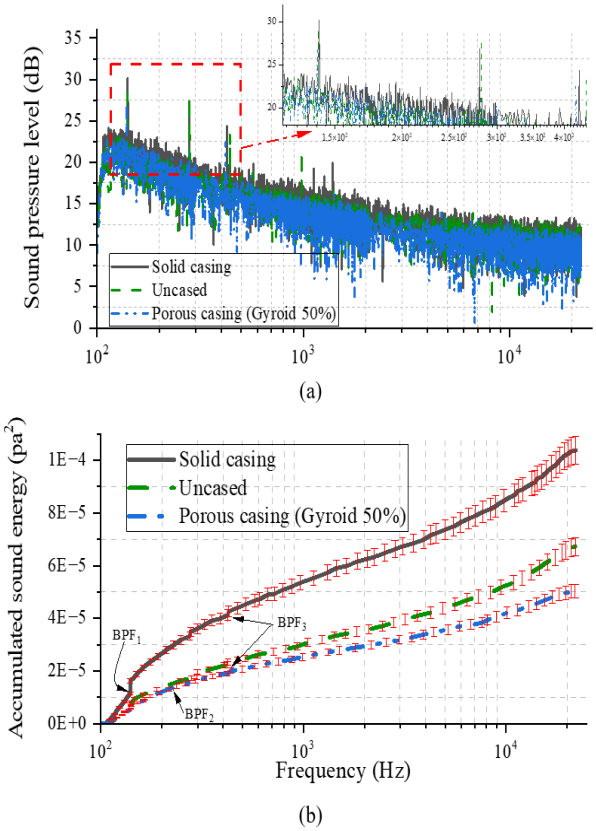


Figure 8. Comparative analysis of sound pressure level and accumulated sound energy spectra for fan with solid casing, uncased, and Gyroid porous casing under identical operating.

شکل ۸. تحلیل مقایسه‌ای تراز فشار صدا و طیف انرژی آکوستیک تجمعی برای فن با پوشش صلب، بدون پوشش، و پوشش متخلخل ژایرویدی تحت شرایط عملیاتی یکسان.

اتاق آکوستیک قرار داده شده‌اند. میکروفون در فاصله‌ی استانداردی از سطوح جاذب دیواره‌ی اتاق قرار گرفته است، تا اثر بازتاب‌ها به میزان کمینه برسد. کل فرآیند مطابق با استاندارد ملی ایران: ISIRI ۶۱۸۴ «آکوستیک– تعیین سطح توان صدای نویز» اجرا شده است. برای اندازه‌گیری از میکروفون PreSonus® PRM1 با بازه‌ی فرکانسی ۲۰ هرتز تا ۲۰ کیلوهرتز و حساسیت ۱۴ mV/Pa استفاده شده است. داده‌های نویز با نرخ نمونه‌برداری ۴۴/۱ kHz و دقت ۲۴ بیت توسط کارت صدای Zoom AMS-2 جمع‌آوری شده است. هر بار برداشت داده به مدت ۲۰ ثانیه انجام شده است. سیگنال‌های ضبط‌شده در نرم‌افزار متلب پردازش و طیف متوسط صدا به‌صورت سطح فشار صدا بر حسب دسیبل ارائه شده است. همچنین نویز پس‌زمینه نیز اندازه‌گیری شده است، که شامل صداهای محیطی موجود در زمان خاموش‌بودن فن، مانند نویز اپراتور، جابجایی تجهیزات، و صدای پس‌زمینه‌ی اتاق بوده است.

در ادامه، نتایج حاصل از آزمون آکوستیک تجربی ارائه شده است. در شکل ۸، تحلیل مقایسه‌ای از: (الف) سطح فشار صدا (SPL) و (ب) طیف تجمعی انرژی آکوستیکی (ASE) برای یک فن جریان محوری با سه نوع پیکربندی پوسته مشاهده می‌شود: پوسته‌ی صلب، بدون پوسته، و پوسته‌ی متخلخل (ژایروید با ۵۰٪ تخلخل). نتایج نشان می‌دهند که پوسته‌ی متخلخل در هر دو شاخص SPLو ASE عملکرد بهتری نسبت به پوسته‌ی صلب داشته است. حالت بدون پوسته نیز کاهش نویز متوسطی ایجاد کرده و اگرچه نسبت به پوسته‌ی

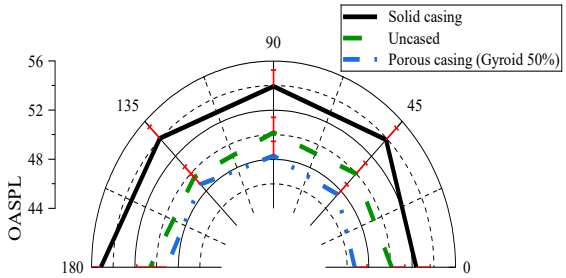


Figure 9. OASPL distribution curve for fan with solid casing, uncased, and Gyroid porous casing under identical operating conditions.

شکل ۹. منحنی توزیع تراز فشار صدای کلی برای فن با: پوشش توپر، بدون پوشش، و پوشش متخلخل ژیروئیدی تحت شرایط عملیاتی یکسان.

صلب بهتر بوده است، اما همچنان اثربخشی آن کمتر از پوسته‌ی متخلخل بوده است.

به‌طورکلی، استفاده از پوسته‌ی متخلخل کاهش چشمگیری در نویز فن به همراه دارد؛ چنانکه در شکل ۸- الف مشاهده می‌شود، SPL در اغلب فرکانس‌ها بین ۳ تا ۴ دسی‌بل کاهش یافته است. همچنین در شکل ۸- ب، سطح زیر منحنی نشان می‌دهد که پوسته‌ی متخلخل حدود ۳۶٪ از انرژی آکوستیک تجمعی را کاهش داده است. نمودار SPL کاهش محسوس در سه فرکانس گذر پره‌ی (BPF) غالب اول و نمودار ASE نیز کاهش چشمگیر انرژی آکوستیکی در مقادیر فرکانسی اخیر را برجسته ساخته‌اند. اگرچه عملکرد جذب صدای پوسته‌ی متخلخل در فرکانس‌های گذر پره تضعیف شده است، اما همچنان کاهش نویز کلی، بهبود یافته است.

در شکل ۹، توزیع سطح فشار صدا کلی (OASPL) برای سه پیکربندی پوسته مشاهده می‌شود. پوسته‌ی متخلخل سبب کاهش نویز در تمامی جهات شعاعی فن و به‌طور میانگین باعث افت OASPL به میزان ۶ دسی‌بل (معادل ۱۱٪) شده است. با این حال، در برخی نقاط سمت چپ فن، مقادیر نویز بالاتری مشاهده می‌شود، که به احتمال زیاد ناشی از چرخش پادساعتگرد فن و برهم‌کنش بین گردابه‌ی جدایش و گردابه‌ی نوک پره‌ی بعدی است.

در بخش پیشین، رفتار آئروآکوستیکی فن‌های جریان محوری با پوسته‌های متخلخل مبتنی بر TPMS بر اساس داده‌های تجربی بررسی و اثربخشی ساختارهای TPMS در کاهش نویز نشان داده شده است. در بخش کنونی، به بررسی عوامل بنیادی مؤثر در کاهش نویز ذکرشده به‌صورت عددی پرداخته شده است. برای درک بهتر مکانیزم‌ها، چندین ویژگی آئرودینامیکی جریان تحلیل شده است. در پژوهش حاضر، از چارچوب محاسباتی مبتنی بر روش بولتزمن شبکه‌ای[21] (LBM) در نرم‌افزار XFlow استفاده شده است؛ که همراه با شبکه‌ی کارتیزینی چندسطحی و تشدید تطبیقی[22]، توانمندی بالایی برای حل گذرای جریان‌های آئرودینامیکی و استخراج سیگنال‌های آکوستیکی، به‌ویژه زمانی که هندسه‌های پیچیده (مانند TPMS) صریحاً در دامنه قرار گیرند، دارند. جزئیات دامنه‌ی محاسباتی، شرایط مرزی، هندسه‌ی فن، و موقعیت‌گذاری آن در شکل ۱۰ مشاهده می‌شوند. برای مدل‌سازی جریان سیال از مدل WALE استفاده شده است، زیرا که دقت بالایی در شبیه‌سازی جریان‌های آشفته به‌ویژه در نواحی نزدیک دیواره دارد و نسبت به بسیاری از

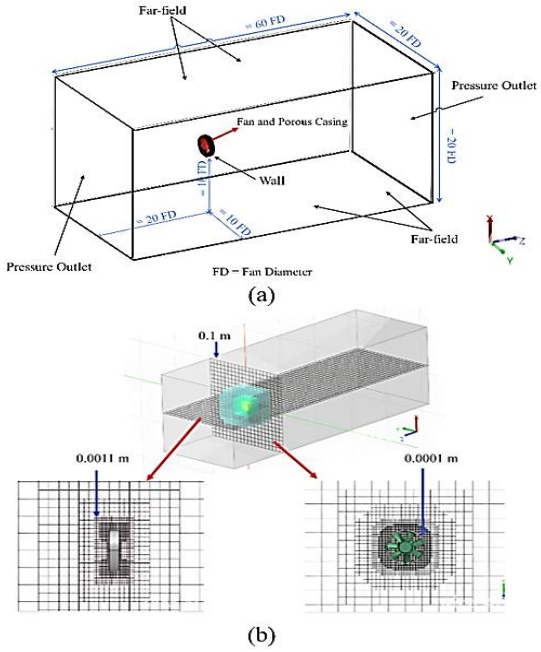


Figure 10. Simulation setting: computational domain and boundary conditions, and (b) discrete schematic diagram of domain.

شکل ۱۰. تنظیم‌های شبیه‌سازی عددی: (الف) میدان محاسباتی و شرایط مرزی، و (ب) شبکه‌ی استفاده‌شده.

مدل‌های زیرشبکه‌ای دیگر، توانایی بهتری در بازنمایی ساختارهای گردابه‌ای کوچک‌مقیاس و توزیع صحیح ورتیسیته از خود نشان می‌دهد. دامنه‌ی محاسباتی به‌صورت یک جعبه‌ی مستطیلی با ابعاد ۷/۲ متر (طول) × ۲/۴ متر (عرض) × ۲/۴ متر (ارتفاع) تعریف شده است. فن در مرکز صفحه‌ی x-y و در فاصله‌ی ۲/۴ متری از دیواره‌ی سمت چپ قرار داده شده است. برای شبیه‌سازی دوران فن، از روش چارچوب مرجع دلخواه (ARF) به جای استفاده از هندسه‌ی متحرک واقعی استفاده شده است. انتخاب ARF، هزینه‌ی محاسباتی را کاهش می‌دهد و برای بازتولید طیف باندپهن و میدان میانگین جریان مناسب است. در کل، روش انتخابی (WALE + ARF + LBM در Xflow) تعادل مناسبی بین دقت فیزیکی موردنیاز برای آشکارسازی مکانیزم‌های آئرودینامیکی/ آئروآکوستیکی، و هزینه‌ی محاسباتی فراهم می‌سازد. سرعت چرخش فن روی ۱۲۰۰ rpm تنظیم شده است. برای پایداری عددی، عدد کورانت برابر ۱ در نظر گرفته شده و برای مدل‌سازی دیواره‌ها از روش تابع دیواره‌ی تقویت‌شده غیرتعادلی استفاده شده است. هوای آزاد به‌عنوان سیال کاری انتخاب و شرایط مرزی به‌دقت تعریف شده است. مرزهای ورودی و خروجی به‌صورت فشار خروجی با مقدار صفر پاسکال (شرایط محیطی) تعریف و دیواره‌های جانبی دامنه‌ی محاسبات به صورت شرایط دوردست اعمال شده‌اند. همچنین سطوح فن و محفظه به صورت دیواره با شرط عدم لغزش مدل شده‌اند، تا برهم‌کنش واقعی جریان با سطح به‌درستی لحاظ شود. در این شبیه‌سازی، مقدار مقیاس حل‌شده‌ی شبکه برای دامنه مساوی ۰/۱ متر و برای فن و محفظه برابر با ۰/۰۰۰۱ متر تعیین شده است.

در شکل ۱۱- الف، جریان خطوط اطراف فن و نزدیک پوسته برای پیکربندی‌های پوسته‌ی صلب، پوسته‌ی متخلخل تخلخل ۵۰٪ مقایسه شده است. حضور پوسته‌ی متخلخل، تأثیر قابل‌توجهی در جریان خطوط، سرعت مطلق جریان،

[21] Lattice Boltzmann Method

[22] Adaptive refinement

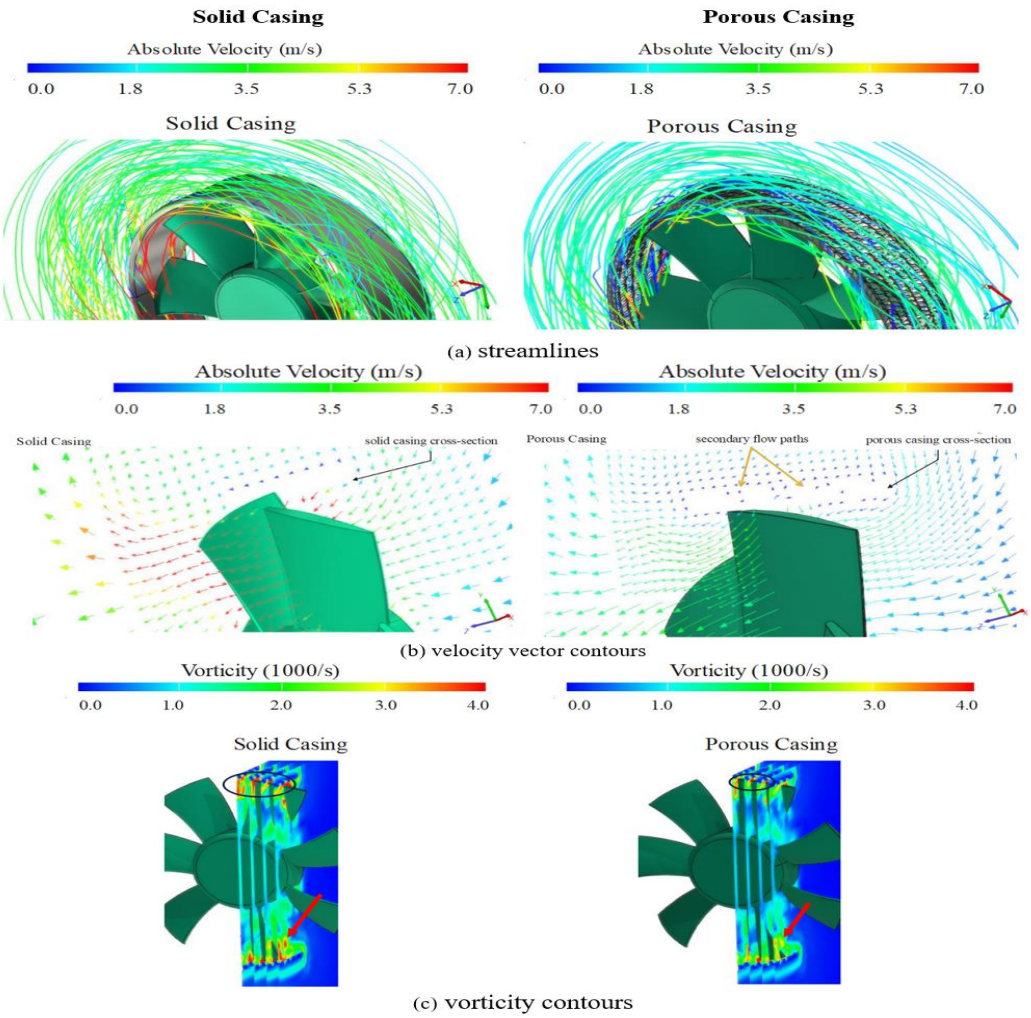


Figure 11. Comparison of aerodynamic characteristic contours for solid and porous casings: (a) streamlines contour, (b) velocity vectors contour, and (c) vorticity contour.

شکل ۱۱. مقایسه‌ی کانتوری مشخصه‌های آئرودینامیکی برای دو پوسته‌ی صلب و متخلخل: (الف) کانتور خطوط جریان، (ب) کانتور بردارهای سرعت، و (ج) کانتور گردابه.

و تشکیل و رفتار گردابه‌های نشتی نوک پره در فن‌های کوچک دارد. همان‌طور که در ساختار جریان خطوط مشاهده می‌شود، پوسته‌ی متخلخل به‌طور مؤثری گردابه‌های نوک را تضعیف کرده و جریان را منظم‌تر و کم‌اغتشاش‌تر از حالت پوسته‌ی صلب نشان داده است. تغییر رنگ از قرمز تیره به آبی روشن در میدان جریان نیز نشان‌دهنده‌ی کاهش سرعت مطلق است. علاوه‌بر این، در شکل ۱۱- ب مشاهده می‌شود که جهت جریان از راستای چرخش فاصله گرفته است؛ تغییری که انتظار می‌رود شدت گردابه‌های نوک پره را کاهش دهد و بازده فن را بهبود بخشد. نمایش کانتور بردارها بیانگر آن است که پوسته‌ی متخلخل تأثیر محسوسی در بردارهای سرعت نزدیک نوک پره‌ها دارد و توزیع یکنواخت‌تری از سرعت روی سطح پره ایجاد می‌کند. ورود پوسته‌ی متخلخل به سیستم، دینامیک جریان نشتی نوک را با ایجاد مسیرهای جریان ثانویه در منافذ ریز پوسته تغییر می‌دهد. این تغییر منجر به توزیع کنترل‌شده‌تر گردابه‌ها در ناحیه‌ی نوک می‌شود و پایداری جریان را افزایش می‌دهد. این بهبود در پایداری جریان، نوسان‌ها را کاهش می‌دهد و اغتشاش‌ها را کم می‌کند. بردارهای سرعت در نزدیکی مرز سیال– متخلخل، نشانگر کاهش تدریجی سرعت محوری در گذر جریان از ناحیه‌ی متخلخل هستند. هر چند سرعت در مرز به صفر نمی‌رسد، اما در مقدار نسبتاً ثابتی پایدار می‌شود، که این خود نشان‌دهنده‌ی تغییر اساسی ویژگی‌های جریان در اثر حضور پوسته‌ی متخلخل است. در شکل ۱۱- ج، نیز کانتور گردابه‌ای برای پیکربندی‌های پوسته‌ی صلب و متخلخل تحت شرایط یکسان (rpm ثابت) مشاهده می‌شود. مقایسه‌ی کانتورها آشکار می‌سازد که استفاده از پوسته‌ی متخلخل منجر به کاهش مومنتوم جریان نشتی نوک پره در برهم‌کنش با جریان اصلی می‌شود. پوسته‌ی متخلخل به‌طور مؤثر شدت گردابه‌ی نوک پره را کاهش می‌دهد (دایره‌های سیاه). این کاهش عمدتاً ناشی از تضعیف اختلاف فشار بین سطح مکش و فشار پره است، که به نوبه‌ی خود تشکیل گردابه در نوک پره را محدود می‌سازد. تحلیل ساختار جریان نشان می‌دهد که با افزودن پوسته‌ی متخلخل، جریان منظم‌تر می‌شود و شدت گردابه‌ها در ناحیه‌ی نوک پره کاهش می‌یابد. بنابراین، حضور پوسته‌ی متخلخل موجب کاهش ناپایداری جریان و تضعیف منابع نویز اطراف فن می‌شود، که این امر مزیت قابل‌توجهی در جلوگیری از نوسان‌های ناخواسته و ارتقاء پایداری عملکرد به شمار می‌رود.

۳. ۲. اصلاح آکوستیکی توربین بادی کانالی

در بخش حاضر، اصلاح آکوستیکی داکت توربین باد کانالی با استفاده از ساختارهای متخلخل مبتنی بر سطوح کمینه‌ی متناوب سه‌گانه بررسی شده است. بدین منظور، ابتدا یک شبیه‌سازی آئروآکوستیکی با استفاده از روش

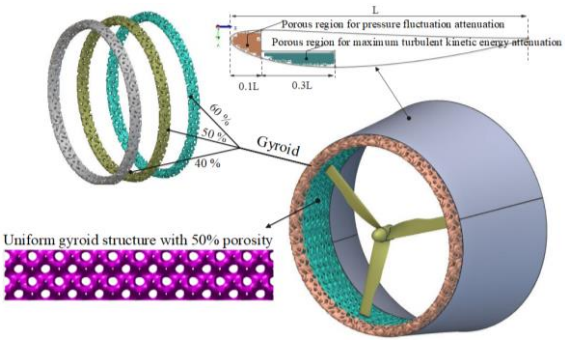


Figure 13. Design and schematic of duct acoustic treatment using a gyroid structure.

شکل ۱۳. طراحی و شماتیک اصلاح آکوستیکی داکت با استفاده از ساختار ژایرود.

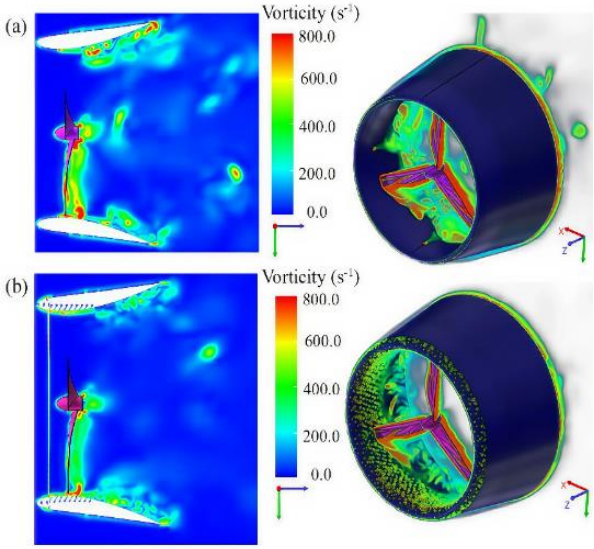


Figure 14. Comparison of vorticity contours for: (a) rigid duct and (b) TPMS-based duct.

شکل ۱۴. مقایسه‌ی کانتورهای گردابه برای: (الف) داکت صلب و (ب) داکت مبتنی‌بر ساختار TPMS.

به‌شمار می‌رود. بر اساس نتایج ذکرشده، حدود ۱۰٪ از طول وتر داکت در ناحیه‌ی پایین‌دست لبه‌ی حمله به‌عنوان ناحیه‌ی مناسب برای اعمال اصلاح آکوستیکی انتخاب شده است، تا نوسان‌های فشار کاهش یابند، و حدود ۳۰٪ از سطح داخلی داکت، برای جذب نویز ناشی از آشفتگی در نظر گرفته شده است.

مطابق با بخش ۳-۲، ساختار ژیروید (با تخلخل ۵۰٪) به‌عنوان مرجع برای اصلاح آکوستیکی انتخاب شده است؛ که به دلیل ایجاد تعادل مطلوب میان استحکام مکانیکی، همسانگردی، و نفوذپذیری آکوستیکی بوده است. ساختار ژیروید می‌تواند جذب صدا را بهبود بخشد. انتخاب تخلخل ۵۰٪ نیز یک راهکار عملی محسوب می‌شود، زیرا ضمن فراهم‌کردن نفوذپذیری کافی برای میرایی صدا، سختی لازم برای ادغام در داکت را نیز حفظ می‌کند. در نهایت، بر اساس ملاحظات آکوستیکی و بررسی‌های انجام‌شده، ناحیه‌ی متخلخل مناسب توسط کد مرتبط تولید و بخش لبه‌ی حمله و سطح داخلی داکت با ساختار ژیروید یکنواخت مطابق با شکل ۱۳ پوشش داده شده است.

در ادامه، نتایج آکوستیک و آئرودینامیک حاصل از شبیه‌سازی عددی ارائه شده است. در شکل ۱۴، سطح فشار صدا بر حسب فرکانس بین داکت صلب و داکت

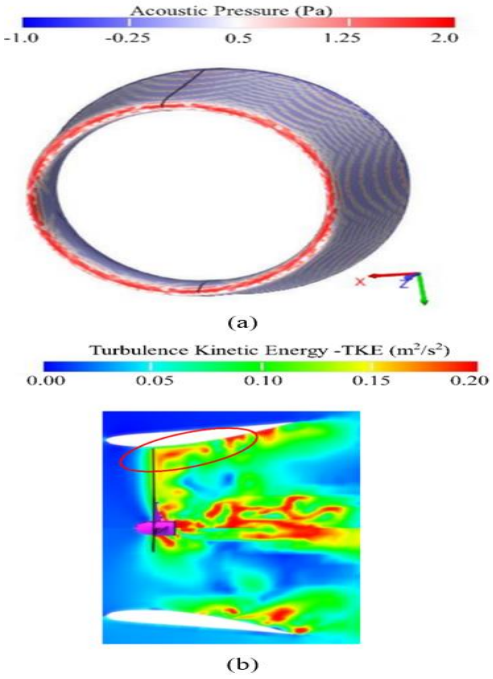


Figure 12. Noisy regions on the duct inner surface: (a) acoustic pressure contour and (b) turbulent kinetic energy contour.

شکل۱۲. نواحی پرنویز در سطح داخلی داکت: (الف) کانتور فشار آکوستیک و (ب) کانتور انرژی جنبشی آشفتگی.

لتیس بولتزمن در نرم‌افزار XFlow انجام شده است، تا نواحی پُر نویز در سطح داخلی داکت شناسایی شوند. توربین بادی استفاده‌شده از نوع DonQi® با پره‌های خطی‌شده بوده است. شایان ذکر است که در بخش کنونی از ذکر جزئیات طراحی توربین باد و ستاپ عددی اضافی صرف‌نظر شده است. شرایط مرزی شامل ورودی سرعت و خروجی فشار برای شبیه‌سازی جریان آزاد در نظر گرفته شده است. سرعت جریان آزاد برابر با ۵ متر بر ثانیه انتخاب شده است، که معادل با عدد رینولدز R_e=۳/۴×۱۰^5 و بر اساس وتر داکت و سرعت زاویه‌ای کار روتور، ۳۹/۸۴ رادیان بر ثانیه بوده است.

نتایج ارائه‌شده در شکل ۱۲ نشان می‌دهند که دو ناحیه از داکت، بیشترین پتانسیل تولید نویز را داشته‌اند: لبه‌ی حمله و سطح داخلی اطراف توربین. در شکل ۱۲- الف، کانتورهای فشار آکوستیکی مشاهده می‌شوند؛ که مطابق آن، لبه‌ی حمله به‌عنوان یک ناحیه‌ی بحرانی نوسان‌های فشار عمل می‌کند. این پدیده می‌تواند ناشی از انحنای زیاد و نسبت ضخامت بالای داکت باشد، که تشکیل گردابه‌ها را در ناحیه‌ی مذکور تشدید می‌کند. گردابه‌های شکل‌گرفته وارد جریان شتاب‌گرفته‌ی اصلی می‌شوند و نوسان‌های فشار را تقویت می‌کنند. همچنین، جدایش جریان در لبه‌ی حمله می‌تواند منجر به رشد ناپایداری‌ها و افزایش فشار نوسانی شود. در شکل ۱۲- ب، توزیع انرژی جنبشی آشفتگی (TKE) مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، سطح داخلی داکت به‌ویژه در اطراف توربین و هاب، بالاترین مقادیر TKE را نشان می‌دهد (نواحی مشخص‌شده با بیضی‌های قرمز). این رفتار به‌شدت تحت تأثیر چرخش پره‌ها قرار دارد. هاب و به‌ویژه فاصله‌ی نوک پره تا دیواره‌ی داکت، به‌عنوان نواحی اوج آشفتگی شناسایی شده‌اند؛ که دلیل اصلی آن، اختلاف فشار بین سطوح مکش و فشار پره است، که جریان نشتی نوک پره را ایجاد می‌کند. این جریان هنگام عبور از فاصله‌ی نوک پره با جریان اصلی، برهم‌کنش دارد و یک گردابه‌ی قوی در نوک پره ایجاد می‌کند، که یکی از منابع اصلی TKE در ناحیه‌ی مذکور

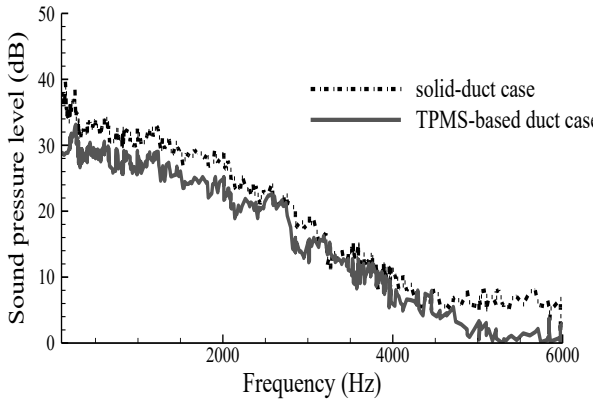


Figure 15. Comparison of sound pressure level as a function of frequency between the solid duct and the TPMS-based duct.

شکل۱۵. مقایسه‌ی سطح فشار صدا بر حسب فرکانس بین داکت صلب و داکت مبتنی بر ساختار TPMS.

مبتنی بر ساختار TPMS مقایسه شده است؛ که مطابق آن، در بیشتر بازه‌های فرکانسی، داکت TPMS منجر به کاهش قابل‌توجه سطح فشار صدا نسبت به داکت صلب شده است. در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین، اختلاف کمتر بوده است؛ اما با افزایش فرکانس تا حدود ۴۰۰۰ هرتز، افت محسوس‌تری مشاهده می‌شود. رفتار اخیر، نشان‌دهنده‌ی نقش مؤثر ساختار متخلخل TPMS در تضعیف انتشار موج‌های صداست. به‌طور کمّی، مقدار OASPL برای داکت صلب ۵۶/۷۵ دسی‌بل و برای داکت TPMS برابر ۵۲/۱۶ دسی‌بل گزارش شده است، که بیانگر کاهش کلی ۸ درصدی در سطح فشار صداست. این نتایج نشان می‌دهد که طراحی مبتنی بر TPMS می‌تواند به‌عنوان یک فناوری آئروآکوستیکی کارآمد برای کاهش نویز در سامانه‌های جریان محوری و داکت‌شده استفاده شود.

در بخش حاضر سعی بر آن بوده است که علت کاهش نویز یا به‌عبارتی، مکانیزم‌های کاهش نویز ناشی از لایه‌های متخلخل مبتنی بر TPMS بررسی شود. برای این منظور، کانتور گردابه‌ها تحلیل شده‌اند. همان‌طور که اشاره شد، ناحیه فاصله‌ی نوک پره می‌تواند به‌عنوان یک منبع اضافی نویز عمل کند، زیرا نوسان‌های سرعت آشفته در فاصله‌ی مذکور افزایش می‌یابند (رجوع شود به شکل ۱۲). نوسان‌های مذکور معمولاً ناشی از برهم‌کنش بین گردابه‌های نوک پره و لایه‌ی مرزی آشفته‌ای است که روی سطح داخلی داکت توسعه می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، در حالت داکت صلب، گردابه‌های شدید عمدتاً در نزدیکی لبه‌های حمله، ناحیه‌ی فاصله‌ی نوک پره و اطراف هاب متمرکز هستند؛ همان نواحی‌ای که پیش‌تر به‌عنوان منابع قوی نویز شناسایی شده بودند. این تمرکز نشان‌دهنده وجود گردابه‌های بزرگ، منسجم، و پرانرژی است، که می‌توانند به‌عنوان منابع آکوستیکی قوی، به‌ویژه برای نویزهای تونال عمل کنند. نمای سه‌بُعدی نیز همین ساختارهای گردابه‌ای متمرکز را نشان می‌دهد. اما در حالت داکت مبتنی بر TPMS، گرچه گردابه همچنان وجود دارد، توزیع فضایی آن به‌وضوح متفاوت است: به جای چند ناحیه‌ی بسیار شدید و متمرکز، گردابه‌ها به صورت نواحی کوچک‌تر و پراکنده‌تر در امتداد و داخل لایه‌ی متخلخل و سطح داخلی داکت دیده می‌شوند. به بیان دیگر، ساختار TPMS به نظر می‌رسد که گردابه‌های بزرگ را به گردابه‌های کوچک‌تر با قدرت کمتر و متعدد تجزیه می‌کند. این انتقال به مقیاس‌های کوچک‌تر گردابه معمولاً منجر به افزایش اتلاف ویسکوزی در مقیاس‌های کوچک می‌شود و در نتیجه، از ایجاد منابع آکوستیکی قوی و منسجم جلوگیری می‌کند. به طور خلاصه، این نتایج نشان می‌دهند که اعمال یک لایه‌ی TPMS روی لبه‌ی حمله و سطح داخلی داکت باعث می‌شود جریان به جای تشکیل گردابه‌های بزرگ و متمرکز (که منابع اصلی نوسان‌های فشار و نویز هستند)، به حالتی با گردابه‌های کوچک‌تر و پراکنده‌تر تغییر یابد. یعنی، ساختارهای TPMS انرژی آشفته را پخش و خرد می‌کنند و از تشکیل گردابه‌های بزرگ و منسجم که منشأ نویز قوی هستند، جلوگیری می‌کنند. مکانیزم‌های اخیر می‌توانند دلایل فیزیکی اصلی کاهش نویز ناشی از استفاده از TPMS در داکت باشند.

۴. نتیجه‌گیری و اهم موضوعات

در پژوهش حاضر، نقش ساختارهای متخلخل مبتنی بر سطوح کمینه‌ی تناوبی سه‌گانه (TPMS) در کاهش نویز فن‌های جریان محوری و توربین‌های بادی کانالی بررسی شده است. یکی از دستاوردهای کلیدی پژوهش کنونی، تأیید توانایی ساختارهای TPMS در جذب صداست. برخلاف جاذب‌های سنتی، ساختارهای TPMS علاوه‌بر کاهش نویز، کمترین تأثیر منفی را در عملکرد آئرودینامیکی سیستم‌ها بر جای گذاشته‌اند. نوآوری دیگر پژوهش کنونی، پیاده‌سازی عملی ساختارهای TPMS در دو کاربرد صنعتی واقعی (فن جریان محوری و توربین بادی کانالی) بوده است، که تاکنون کمتر به آن توجه شده است. نتایج عددی و تجربی نشان داده‌اند که استفاده از پوسته‌های متخلخل، به‌ویژه ساختار ژایرود با تخلخل ۵۰٪، منجر به کاهش قابل‌توجهی در شدت نویز می‌شود. به‌طور مشخص، در فن جریان محوری کاهش سطح فشار کلی صدا تا حدود ۶ دسی‌بل (معادل ۱۱٪) و کاهش انرژی آکوستیکی تجمعی تا ۳۶٪ حاصل شده است. همچنین در توربین بادی کانالی، ساختار TPMS موجب کاهش ۸ درصدی سطح فشار صدای کلی شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان داده است که TPMS می‌تواند با تضعیف گردابه‌های نشتی نوک و کاهش آشفتگی نزدیک دیواره، به‌عنوان یک فناوری آئروآکوستیکی نوظهور، عملکردی مؤثر و پایدار داشته باشد.

References - منابع

1. World Health Organization, 2011. Burden of disease from environmental noise: quantification of healthy life years lost in Europe. *World Health Organization*. DOI: https://www.who.int/publications/i/item/9789241569472

2. Mozafari, M., Sadeghimalekabadi, M., Fardi, A., Bruecker, C. and Masdari, M., 2024. Aeroacoustic investigation of a ducted wind turbine employing bio-inspired airfoil profiles. *Physics of Fluids*, *36* (4). DOI: https://doi.org/10.1063/5.0204050

3. Mozafari, M., Masdari, M., Zhang, Q. and Tahani, M., 2025. Aeroacoustic impact of triply periodic minimal surface porous casings on axial flow fans. *Physics of Fluids*, *37* (1). DOI: https://doi.org/10.1063/5.0248030

4. Gedik Toker, Ö., Tas Elibol, N., Kuru, E., Görmezoğlu, Z., Görener, A. and Toker, K., 2025. Industrial noise: impacts on workers' health and performance below permissible limits. *BMC Public Health*, *25* (1), pp.1–10. DOI: https://doi.org/10.1186/s12889-025-22732-1

5. Basner, M., 2014. Auditory and non-auditory effects of noise on health. *The Lancet*, *383* (9925), pp.1325–1332. DOI: https://doi.org/10.1016/S0140-6736(13)61613-X

6. Belojevic, G. and Evans, G. W., 2012. Traffic noise and blood pressure in low-socioeconomic status, African-American urban schoolchildren. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *132* (3), pp.1403–1406. DOI: https://doi.org/10.1121/1.4739449

7. Rhodes, D., Weston, E. and Jones, K., 2013. ERCD report 1209 proposed methodology for estimating the cost of sleep disturbance from aircraft noise. Environmental Research and Consultancy Department Civil Aviation Authority.

8. Pedersen, E. and Persson Waye, K., 2004. Perception and annoyance due to wind turbine noise—a dose–response relationship. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *116* (6), pp.3460–3470. DOI: https://doi.org/10.1121/1.1815091

9. Dong, B., Xie, D., He, F. and Huang, L., 2021. Noise attenuation and performance study of a small-sized contra-rotating fan with microperforated casing treatments. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *147*, pp.107086. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107086

10. Xu, C. and Mao, Y., 2016. Passive control of centrifugal fan noise by employing open-cell metal foam. *Applied Acoustics*, *103*, pp.10–19. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.10.006

11. Yang, M. and Sheng, P., 2017. Sound absorption structures: from porous media to acoustic metamaterials. *Annual Review of Materials Research*, *47* (1), pp.83–114. DOI: https://doi.org/10.1146/annurev-matsci-070616-124032

12. Maskery, I., Aboulkhair, N. T., Aremu, A., Tuck, C. and Ashcroft, I., 2017. Compressive failure modes and energy absorption in additively manufactured double gyroid lattices. *Additive Manufacturing*, *16*, pp.24–29. DOI: https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.04.003

13. Lin, C., Wen, G., Yin, H., Wang, Z.-P., Liu, J. and Xie, Y. M., 2022. Revealing the sound insulation capacities of TPMS sandwich panels. *Journal of Sound and Vibration*, *540*, pp.117303. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.117303

14. Liu, N., Jiang, C., Huang, L. and Wang, C., 2021. Effect of porous casing on small axial-flow fan noise. *Applied Acoustics*, *175*, pp.107808. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107808

15. Sadeghi Malekabadi, M. and Davari, A. R., 2024. Experimental acoustic study of small horizontal axis wind turbines based on computational fluid dynamics and artificial intelligence approaches. *Sharif Journal of Mechanical Engineering*, *40* (2), pp.52–63 [In Persian]. DOI: https://doi.org/10.24200/j40.2024.64121.1704

16. Xu, C. and Mao, Y., 2016. Experimental investigation of metal foam for controlling centrifugal fan noise. *Applied Acoustics*, *104*, pp.182–192. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2015.11.014

17. Czwielong, F., Floss, S., Kaltenbacher, M. and Becker, S., 2021. Influence of a micro-perforated duct absorber on sound emission and performance of axial fans. *Applied Acoustics*, *174*, pp.107746. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2020.107746

18. Sutliff, D. and Jones, M., 2008. Foam-metal liner attenuation of low-speed fan noise. *In 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, p.2897. DOI: https://doi.org/10.2514/6.2008-2897

19. Sutliff, D. L., Jones, M. G. and Hartley, T. C., 2013. High-speed turbofan noise reduction using foam-metal liner over-the-rotor. *Journal of Aircraft*, *50* (5), pp.1491–1503. DOI: https://doi.org/10.2514/1.C032021

20. Abueidda, D. W., Jasiuk, I. and Sobh, N. A., 2018. Acoustic band gaps and elastic stiffness of PMMA cellular solids based on triply periodic minimal surfaces. *Materials & Design*, *145*, pp.20–27. DOI: https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.02.032

21. Bowen, L., Celik, A., Azarpeyvand, M. and da Silva, C. R., 2021. Porous geometry effects on the generation of turbulence interaction noise. *In AIAA Aviation 2021 Forum*, p.2193. DOI: https://doi.org/10.2514/6.2021-2193

22. Dewangan, R. and Kumar, N., 2023. Triply periodic minimal surface (TPMS) metamaterial exhibiting simultaneously superior acoustic and mechanical energy absorption performance. *In ISME International Conference on Advances in Mechanical Engineering*, Springer, pp.85–97. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-97-3651-5_8

23. Mozafari, M., Masdari, M. and Tahani, M., 2025. Triply periodic minimal surfaces casing treatment on an axial flow fan: a computational aeroacoustic study. *Physics of Fluids*, *37* (9). DOI: https://doi.org/10.1063/5.0285377

24. Mozafari, M. and Masdari, M., 2023. Owl aeroacoustics: analysis of a silent flight. *Sharif Journal of Mechanical Engineering*, *39* (1), pp.99–118 [In Persian]. DOI: https://doi.org/10.24200/j40.2022.60494.1643

25. Failla, G., Marzani, A., Palermo, A., Russillo, A. F. and Colquitt, D., 2024. Current developments in elastic and acoustic metamaterials science. *Philosophical Transactions of the Royal Society* A, *382* (2278), pp.20230369. DOI: https://doi.org/10.1098/rsta.2023.0369

26. Li, X., 2024. 3D-printed lattice structures for sound absorption: current progress, mechanisms and models, structural-property relationships, and future outlook. *Advanced Science*, *11* (4), pp.2305232. DOI: https://doi.org/10.1002/advs.202305232

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu

Research Article

Enhanced Interfacial Fracture Prediction in Electronic Solder Joints Considering T-Stress under Mixed-Mode I/II Loading

Zahra Khaji [1], Mahdi Fakoor [2*], Saeid Shakhesi [3] and Saeid Sarkeil[3]

[1]Space Science and Technology Institute, Amirkabir University, Tehran, Iran.
[2]College of Interdisciplinary Science and Technology, University of Tehran, Tehran, Iran.
[3]Iranian Space Research Center, Tehran, Iran.
* Corresponding author:(mfakoor@ut.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 7 December 2025

Revised: 31 August 2026

Accepted: 6 September 2026

Keywords:

Electronic board,
interfacial fracture,
T-stress term,
strain energy release rate.

Abstract

Interfacial cracking between solder joints and printed circuit boards (PCBs) can compromise the mechanical reliability of electronic assemblies subjected to severe vibration. This study develops an interfacial fracture criterion for predicting crack initiation under mixed-mode I/II loading. The formulation is based on the maximum strain energy release rate criterion and incorporates the T-stress as the non-singular term of the near-tip stress field. The PCB is modeled as an orthotropic material using the reinforced isotropic solid concept, while the solder is treated as isotropic. The resulting formulation accounts for the influence of material anisotropy and T-stress on mixed-mode interfacial fracture. The predicted fracture limit curves are compared with available experimental data for validation. The results show that inclusion of the T-stress improves agreement between the theoretical fracture limit curves and experimental observations, demonstrating its importance in predicting interfacial fracture under mixed-mode loading.

Introduction

The design and precision manufacturing of space systems are critically important due to their extremely high costs. Electronic boxes constitute the primary components of these systems [1]. Accurate modeling, analysis, and detailed investigation of electronic boxes represent a core requirement in the aerospace domain. Solder joints frequently fail due to cracking within the solder or along the interface with the circuit board under thermal and mechanical loading encountered during assembly, testing, or service [2-3].

Fracture mechanics assessment of an interfacial crack between two dissimilar materials is essential for evaluating the integrity of adhesive bonds, composites, and similar structures [4]. The elastic solution for the stress field around an interfacial crack tip has been derived, with stress intensity factor definitions discussed by Williams [7], Erdogan [5], and Rice and Sih [8]. These solutions reveal oscillatory stress variations and crack surface overlap near the tip.

Various theoretical criteria for mixed-mode I/II fracture in composites have been proposed in the literature, based on energy or stress concepts. Among stress-based criteria, the maximum principal stress criterion [11“has been proposed” or "is widely used.". Regarding energy-based approaches, the maximum strain energy release rate [12] and minimum strain energy density [13] criteria have been proposed for composites.

The literature review indicates a clear need for developing mathematical tools to assess and predict interfacial fracture. This study investigates interfacial fracture between solder joints and electronic boards. The maximum strain energy release rate criterion is extended to include the out-of-plane stress component for improved fracture prediction under in-

To Cite this article:
Khaji, Z., Fakoor, M., Shakhesi, S. and Sarkeil, S. 2026. Enhanced interfacial fracture prediction in electronic solder joints considering t-stress under mixed-mode I/II loading, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 53-63.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.68157.1757

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

plane loading. The electronic board is modeled as an orthotropic material using a reinforced isotropic solid model. To validate the proposed criterion, the resulting fracture limit curve is compared with experimental data.

Methodology

Experimental observations indicate that a crack with any arbitrary orientation relative to the fibers in orthotropic materials tends to rotate toward the fiber direction and subsequently propagates through the isotropic matrix phase of the composite [18]. Accordingly, in the fracture process of orthotropic materials, it is assumed that the crack resides within the isotropic matrix, which is reinforced by fibers. Based on this experimental evidence, the reinforced isotropic solid model is introduced. From the derived relations, reinforcement coefficients relating the normal and shear elastic moduli are obtained.

Fracture in solder joints predominantly occurs near the electronic board, although crack initiation adjacent to electronic components has also been reported in experimental studies [21]. This fracture typically initiates from the outer edges of the joint.

In this section, fracture and interfacial crack growth between orthotropic and isotropic materials under mixed-mode I/II loading are investigated. The crack length is denoted by *a*. Loading is considered as a combination of shear and tensile loads. The stress field around the tip of an interfacial crack in an isotropic material under mixed-mode I/II loading is presented, including the T-stress term. It is important to note that the T-stress term differs for the two dissimilar materials [19].

The development and derivation of the maximum strain energy release rate criterion begin with presenting the mathematical relations governing stresses in the orthotropic material. The tangential stress in the orthotropic material is expressed through the concept of the reinforced isotropic solid.

Finally, the magnitude and direction of the T-stress term in both isotropic and orthotropic materials are examined. Subsequently, the maximum strain energy release rate criterion is extended to incorporate the T-stress parameter. The first step in this development is to derive the stress fields of the orthotropic material while accounting for the T-stress term. In this manner, the stress field in the orthotropic material is expressed via the reinforced isotropic solid model.

Results and Discussion

In this section, the maximum strain energy release rate criterion is validated for predicting interfacial fracture onset in laminated composites under in-plane loading. Theoretical fracture limit curves obtained from this criterion are compared with experimental data to evaluate prediction accuracy. The experimental results are derived from interfacial fracture tests on unidirectional glass/epoxy composites, as reported in reference [26]. In these tests, critical stress intensity factors for pure mode I (K_{Ic}) and pure mode II (K_{IIc}) were determined.

Fig (4) demonstrates that incorporating the T-stress term shifts the theoretical fracture limit curve toward convergence with experimental data. This finding confirms that the T-stress is a crucial parameter for predicting interfacial fracture onset. The improvement in prediction accuracy highlights the importance of including higher-order terms in the stress field expansion near the crack tip, particularly for materials with significant anisotropy.

For further validation of the proposed mixed-mode fracture criterion, the fracture limit curve based on the maximum strain energy release rate criterion is derived for an IM7/977-2 composite laminate with a [0, 45] layup orientation, as shown in Fig (5). The good agreement between the fracture limit curve and experimental data indicates that this criterion, through proper modeling of material anisotropy, accurately predicts interfacial fracture behavior in composite materials. This consistency across different material systems and layup configurations confirms the robustness and general applicability of the proposed criterion for practical engineering applications.

Conclusion

This paper investigates interfacial fracture between components of a satellite electronic board. The reinforced isotropic solid model is used to model the orthotropic material, accounting for stress fields in both fibers and matrix. The T-stress term is included in the normal and shear stress equations around the crack tip for improved accuracy. By developing the stress field for an interfacial crack between orthotropic and isotropic materials under mixed-mode I/II loading, the maximum strain energy release rate criterion is proposed. For validation, fracture limit curves based on this criterion are compared with experimental results. The comparison confirms that the proposed criterion provides sufficient accuracy for predicting interfacial crack growth onset between isotropic and orthotropic materials.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

بهبود پیش بینی شکست سطحی در اتصال‌های لحیم بورد الکترونیک با درنظرگرفتن نقش ترم تنش T تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II

زهرا خاجی[۱]، مهدی فکور[*۲]، سعید شاخصی[۳] و سعید سرخیل [۳]

[۱] پژوهشکده‌ی علوم و فناوری هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

[۲] دانشکده‌ی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

[۳] پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (mfakoor@ut.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۹/۱۶

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۶/۰۹

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵ /۰۶/۱۵

واژگان کلیدی:

بورد الکترونیکی،

شکست سطحی،

ترم تنش T،

بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی.

چکیده

در طراحی اجزاء سامانه‌های فضایی، جلوگیری از ترک‌خوردگی تحت ارتعاش‌های شدید تصادفی از پارامترهای کلیدی طراحی به‌شمار می‌رود. ترک‌ها معمولاً در سطح بین اتصال‌های لحیم و بورد الکترونیک ایجاد می‌شوند؛ لذا، توسعه‌ی ابزارهای ریاضی برای پیش‌بینی شکست اهمیت ویژه‌ای دارد. در پژوهش حاضر، معیاری جهت پیش‌بینی شکست سطحی بین بورد الکترونیک و لحیم تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II ارائه شده است؛ که بر مبنای مفهوم بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی و با درنظرگرفتن ترم تنش T تدوین شده است. بورد الکترونیک و اتصال‌های لحیم به‌ترتیب به‌عنوان مواد اورتوتروپیک و ایزوتروپیک مدل‌سازی شده‌اند، که ماده‌ی اورتوتروپیک از طریق مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده شبیه‌سازی می‌شود. نتایج نشان داده‌اند که ترم تنش T نقش مهمی در پیش‌بینی مسیر و رفتار رشد ترک در ناحیه‌ی اتصال دارد. به‌کارگیری دقیق‌تر ترم تنش T در تحلیل مود ترکیبی، پیش‌بینی شکست نهایی بورد را به‌طور محسوسی بهبود می‌بخشد. در پایان، دقت معیار پیشنهادی با مقایسه با داده‌های تجربی موجود اعتبارسنجی شده است.

۱. مقدمه

امروزه مسئله‌ی طراحی و ساخت دقیق سامانه‌های فضایی به‌علت هزینه‌های بسیار بالا اهمیت ویژه‌ای دارد. بخش اصلی سیستم‌های فضایی، جعبه‌های الکترونیک هستند. مدل‌سازی، تحلیل، و بررسی دقیق جعبه‌های الکترونیک، یکی از نیازهای اصلی در حوزه‌ی فضایی به‌شمار می‌رود. اجزاء الکترونیک در یک عملیات فضایی تحت ارتعاش‌های تصادفی شدیدی قرار دارند. طراحی اجزا به گونه‌ای که از آسیب پیشرونده و رشد ترک جلوگیری شود، اهمیت ویژه‌ای دارد.

اتصال‌های لحیم‌کاری به‌عنوان اتصال‌های الکتریکی و مکانیکی بین تراشه‌های مدار مجتمع (IC)[۱] و بوردهای مدار چاپی در دستگاه‌های الکترونیکی عمل می‌کنند. خرابی دستگاه‌های مذکور اغلب به‌دلیل ترک‌خوردگی در لحیم‌کاری یا ترک سطحی بین لحیم و بورد الکترونیک تحت شرایط مختلف بارگذاری حرارتی و مکانیکی در هنگام مونتاژ، آزمایش یا سرویس است.

اتصال‌های لحیم‌کاری، اجزاء حیاتی بوردهای مدار چاپی در سیستم‌های الکترونیکی متحرک، مانند ماهواره‌ها و صنایع خودروسازی هستند، که در برابر ارتعاش‌های تصادفی آسیب‌پذیرند. بوردهای مدار چاپی در سیستم‌های متحرک، مانند صنایع خودروسازی، هواپیما، ماهواره، و سیستم‌های ارتباطی در صنایع برق و الکترونیک کاربرد دارند. بارگذاری حرارتی و ارتعاشی، مهم‌ترین پارامترهایی هستند که می‌توانند عمر طولانی بوردهای مذکور را تحت تأثیر قرار دهند. اتصال‌های لحیم‌کاری نقاط اتصال بین قطعات الکترونیکی و بورد مدار چاپی هستند و ارتعاش‌ها در نقاط اتصال تأثیر ویژه‌ای می‌گذارد. به‌خصوص هنگامی که بورد الکترونیک مدار چاپی در یک سیستم متحرک، مانند هواپیما یا ماهواره قرار می‌گیرد، تأثیر پارامترهایی مانند لرزش باید در اتصال‌های لحیم‌کاری در نظر گرفته شود.[۱] بوردهای الکترونیک ممکن است تحت تأثیر بارگذاری‌های شدید دچار خرابی‌های مکانیکی در اتصال‌های بین قطعات و بورد مدار چاپی شوند.[۲]

[1] Integrated Circuit

استناد به این مقاله:

خاجی، زهرا، فکور، مهدی، شاخصی، سعید و سرخیل، سعید، ۱۴۰۵. بهبود پیش بینی شکست سطحی در اتصال‌های لحیم بورد الکترونیک با درنظرگرفتن نقش ترم تنش T تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۵۳-۶۳. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68157.1757

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

یک بورد الکترونیک، پشتیبانی مکانیکی و اتصال الکتریکی را برای قطعات مختلف الکترونیکی مونتاژشده روی آن فراهم می‌کند. بورد الکترونیک معمولاً یک کامپوزیت پلیمری چندلایه‌ی متشکل از یک ماتریس رزین اپوکسی با بسته‌های بافته‌شده از الیاف شیشه است. مشابه سایر کامپوزیت‌های چندلایه، خواص مکانیکی بورد الکترونیک بسیار ناهمسانگرد است. سختی درون صفحه و استحکام کششی بوردهای الکترونیک بسیار بزرگ‌تر از سختی و استحکام کششی خارج از صفحه است. به‌عبارت دیگر، بوردها در جهت الیاف بسیار قوی‌تر از جهت عرضی (عمود بر بورد الکترونیک) هستند. شواهد حاکی از آن است که استحکام کششی عرضی معمولاً نزدیک به مقاومت رزین اپوکسی است، که الیاف شیشه را پیوند می‌دهد.[۳]

اغلب ترک در داخل لحیم یا در سطح مشترک با یکی از مواد ایجاد می‌شود. پس از آن تغییر مسیر می‌دهد و با احتمال انحراف بیشتر به اجزاء کامپوزیت سازه به سمت سطح مشترک با یکی از مواد پیوندی حرکت می‌کند و در نتیجه یکپارچگی سازه را به خطر می‌اندازد. بنابراین، توانایی پیش‌بینی مسیر انتشار ترک بسیار مهم می‌شود.

معمولاً شروع رشد ترک از تجزیه‌وتحلیل تنش بر مبنای محاسبه‌ی چگالی انرژی قابل پیش‌بینی است.[۴] همچنین، بخش‌های انبساط[۲] و اعوجاج[۳] برای بررسی شروع رشد ترک در معیارهایی برای محاسبه‌ی تشکیل حفره یا تسلیم برشی به‌کار برده می‌شود، در حالی که مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM)[۴] به بررسی انتشار ترک می پردازد.[۵] در سازه‌هایی با بارگذاری پیچیده، مودهای تنش موردنیاز برای تحلیل مکانیک شکست الاستیک خطی تحلیلی وجود ندارند و باید از شبیه‌سازی اجزاء محدود (FEM)[۵] استفاده شود.[۶]

ارزیابی مکانیک شکست یک ترک سطحی بین دو ماده‌ی غیرمشابه در ارزیابی یکپارچگی اتصال‌های چسب، مواد کامپوزیت و غیره مهم است. با استخراج حل الاستیک میدان تنش اطراف نوک ترک سطحی، تعریف ضرایب شدت تنش توسط ویلیامز[۶]،[۷] اردوغان[۷]،[۵] و رایس[۸] و سیه[۹]،[۸] بحث شده‌اند. در حل‌های اخیر، تغییرات میدان تنش و هم‌پوشانی سطوح ترک در مجاورت نوک ترک ظاهر شده است.

در دهه‌های اخیر، بررسی مسئله‌ی واماندگی اتصال‌های لحیم در پکیج‌های الکترونیک موضوع جدی در صنعت ساخت بوردهای الکترونیک بوده است.[۹] مشاهده‌های تجربی حاکی از آن است که چقرمگی شکست در ترک سطح بین دو ماده، کاملاً به مقدار نسبی ضرایب شدت تنش مود I و II وابسته است.[۱۰]

در بخش کنونی، معیارهای تئوری مود ترکیبی I/II مواد کامپوزیتی بررسی شده‌اند. معیارهای تئوری بر مبنای مفهوم انرژی و یا تنش ارائه شده‌اند. برای معیارهای بر مبنای تنش تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II در مواد کامپوزیت می‌توان به معیار بیشینه‌ی تنش اصلی،[۱۱] اشاره کرد. در معیارهای برمبنای انرژی نیز معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی،[۱۲] و کمینه‌ی چگالی انرژی کرنشی،[۱۳] برای مواد کامپوزیتی ارائه شده‌اند.

در ترک‌های سطحی، تمرکز تنش بالایی در نوک ترک یا عیب وجود دارد.

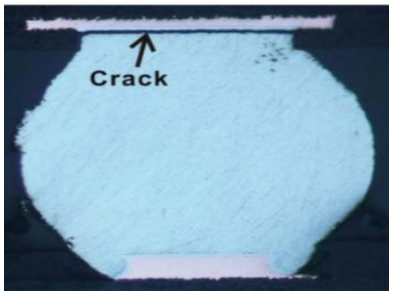


Figure 1. Crack in the interface of solders and electronics components.[15]

شکل ۱. ترک در سطح مشترک بین لحیم و اجزاء الکترونیکی.[۱۵]

تنش‌ها در میدان نوک ترک به صورت ترکیبی از نرخ آزادسازی انرژی کرنشی در وضعیت کششی (G_I) و نرخ آزادسازی انرژی کرنشی در وضعیت برشی (G_{II}) مشخص می‌شود. جدایش سطحی زمانی رخ می‌دهد که بیشینه‌ی مقدار G_I و G_{II} از مقاومت بحرانی شکست در مودهای I و II (G_{IC} و G_{IIC}) بیشتر باشد. در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II نیز شکست زمانی رخ می‌دهد که بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی مود ترکیبی ($G_{I/II}$) به مقدار بحرانی بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی ($G_{I/IIC}$) برسد.[۱۴] در شکل ۱، نمایی از رشد ترک در اتصال بین بورد الکترونیک و لحیم مشاهده می‌شود.

پژوهش‌های اخیر در مورد رشد ترک‌های سطحی بین دو ماده، تأثیر قابل‌توجه ترم تنش T در رفتار ترک و توزیع تنش را نشان می‌دهند.[۱۶ و ۱۷] یک روش رایج برای محاسبه‌ی تنش T در مسائل ترک سطحی مربوط به مواد اورتوتروپیک، بسط سری ویلیامز توسعه‌یافته است، که معادله‌های ریاضی تنش را به‌صورت مجموعه‌ای از توابع بیان می‌کند و وابستگی به جهت مواد کامپوزیت را در نظر می‌گیرد. ترم تنش T به‌عنوان مؤلفه‌ی تنش غیرمنفرد با تجزیه‌وتحلیل عبارت‌های ریاضی در بسط سری تعیین می‌شود.

با مرور پژوهش‌هایی که تاکنون در حوزه‌ی شکست‌های سطحی انجام شده است، می‌توان دریافت که نیاز به توسعه‌ی ابزار ریاضیاتی برای بررسی و برآورد شکست در شکست‌های سطحی، یکی از ضرورت‌های مهم تلقی می‌شود. در پژوهش حاضر، به بررسی و ارزیابی شکست سطحی بین اتصال‌های لحیم و بورد الکترونیک پرداخته شده است. به‌منظور بررسی رخداد شکست سطحی باید از یک معیار شکست معتبر بهره برد. به این ترتیب، معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی برای بررسی شکست سطحی اتصال‌های لحیم و بورد الکترونیک تحت بارگذاری داخل صفحه ارائه شده است. به‌منظور مدل‌سازی بورد الکترونیک به‌عنوان ماده‌ی اورتوتروپیک از مدل ماده‌ی جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده استفاده می‌شود. در معادله‌های معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی علاوه‌بر میدان‌های تنش برشی و عمودی، مؤلفه‌ی تنش T نیز به‌منظور پیش‌بینی دقیق‌تر شکست در نظر گرفته شده است. با درنظرگرفتن تنش T در معادله‌ها، معیار ارائه‌شده‌ی رفتار شکست با دقت بهتری پیش‌بینی می‌شود. همچنین، برای ارزیابی معیار ارائه‌شده به مقایسه‌ی منحنی حد شکست ارائه‌شده با نتایج تجربی پرداخته شده است.

---

[2] Dilatational
[3] Distortional
[4] Linear Elastic Fracture Mechanics
[5] Finite Elment Method
[6] Williams
[7] Erdogan
[8] Rice
[9] Sih

۲. مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده

مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده براساس مشاهده‌های تجربی شکست مواد اورتوتروپیک است. مشاهده‌های تجربی نشان می‌دهند که یک ترک با هر جهت دلخواه به الیاف در مواد اورتوتروپیک در امتداد الیاف می‌چرخد و در بخش ماتریس همسانگرد مواد کامپوزیتی منتشر می‌شود.[۱۸] بنابراین، در فرایند شکست در مواد اورتوتروپیک فرض می‌شود که ترک در ماتریس ایزوتروپیک قرار دارد، که با الیاف تقویت می‌شوند.

براساس مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده، الیاف، تنش‌های اعمالی بر روی ماده‌ی ایزوتروپیک را با ضرایب تقویت‌کنندگی ξ_i کاهش می‌دهند. روابط ریاضیاتی ضرایب تقویت‌کننده به‌صورت رابطه‌ی ۱ بیان می‌شود:

$$\sigma_{11}^{iso}=\frac{\sigma_{11}^{orth}}{\xi_1},\sigma_{22}^{iso}=\frac{\sigma_{22}^{orth}}{\xi_2},\sigma_{12}^{iso}=\frac{\sigma_{12}^{orth}}{\xi_3} \quad (1)$$

که در آن، σ_{ij}^{orth} و σ_{ij}^{iso} به ترتیب میدان تنش ماده‌ی اورتوتروپیک و میدان تنش بخش ایزوتروپیک ماتریس هستند. معادله‌ی ۱ نشان می‌دهد که می‌توان به جای میدان تنش اورتوتروپیک، میدان تنش ایزوتروپیک کاهش‌یافته با ضریب ξ_i را در نظر گرفت. می‌توان اثبات کرد که برای ارضاء معادله‌های سازگاری برای ماتریس ایزوتروپیک، لازم است روابط ۲ الی ۴ برقرار باشد:[۱۹]

$$\xi_1=\frac{E_{xx}}{E_{yy}} \quad (2)$$

$$\xi_2=1 \quad (3)$$

$$\xi_3=G_{12}(1-V_f)(1+\frac{E_{11}(1+v_{21})}{E_{22}(1+v_{12})}) \quad (4)$$

که در آن‌ها، E_{11}، E_{22}، و G_{12} به ترتیب مدول الاستیک در راستا، عمود بر الیاف، و برشی هستند. همچنین، V_f مربوط به حجم الیاف می‌شود.[۲۰]

۳. بررسی مسئله‌ی شکست سطحی

شکست در اتصال‌های لحیم عمدتاً در مجاورت بورد الکترونیکی رخ می‌دهد، اگرچه شروع شکست در نزدیکی قطعات الکترونیکی براساس مطالعات آزمایشگاهی دانشجو و همکاران (۲۰۱۸)،[۲۱] گزارش شده است. شکست اخیر معمولاً از لبه‌های بیرونی اتصال شروع می‌شود. با توجه به ماهیت ایزوتروپیک ماده‌ی لحیم، انتشار ترک سطحی در اتصال‌های لحیم در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

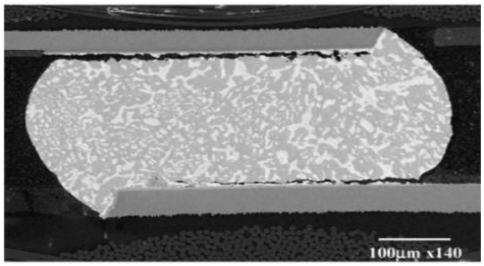


Figure 2. Illustration of interfacial crack propagation between the PCB board and solder joints.[23]

شکل ۲. نمایش انتشار ترک سطحی بین بورد و اتصال‌های لحیم.[۲۲]

در بخش کنونی، انتشار ترک سطحی بین یک بورد الکترونیکی اورتوتروپیک و اتصال‌های لحیم ایزوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II مدل‌سازی شده است. سه مسیر انتشار بالقوه وجود دارد: الف) به زیرلایه‌ی اورتوتروپیک (بورد الکترونیکی)، ب) به ماده‌ی ایزوتروپیک (لحیم)، و ج) در امتداد سطح مشترک. محتمل‌ترین مسیر در امتداد سطح مشترک دو ماده رخ می‌دهد، زیرا استحکام پیوند آن در مقایسه با مواد همگن، مشخصاً پایین‌تر است. هنگامی که استحکام پیوند سطح مشترک قابل‌توجه است و تنش‌های برشی غالب هستند، ترک ممکن است به سمت هر یک از مواد مجاور بچرخد. پژوهش حاضر بر انتشار ترک در سطح مشترک دو ماده به‌عنوان یک مود شکست رایج در سیستم‌های دو ماده‌ای تمرکز دارد (شکل ۲).

پژوهش‌های گسترده‌ای در حوزه‌ی میدان‌های تنش و جابجایی نوک ترک برای ترک‌های سطحی تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II برای پیش‌بینی رفتار رشد ترک انجام شده است.[۱۲] مطابق شکل ۲، ترک در سطح مشترک دو ماده‌ی ایزوتروپیک (لحیم) و اورتوتروپیک (بورد الکترونیکی) قرار دارد.

در بخش حاضر، ابتدا معادله‌های ریاضی حاکم بر معیار شکست بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی برای ترک‌های سطحی بین مواد اورتوتروپیک غیرمشابه استخراج شده است. برای مورد خاص، بررسی مدل ترک سطحی بین لحیم و بورد الکترونیک سیستم به‌صورت ایزوتروپیک- اورتوتروپیک صورت گرفته و ضریب تقویت‌کنندگی برای لحیم برابر با $\xi_i=1$ تعیین شده است. معادله‌های معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی متعاقباً برای استخراج منحنی‌های حد شکست حل شده‌اند.

۴. میدان تنش برای ترک‌های سطحی بین دو ماده‌ی اورتوتروپیک بر مبنای مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده

کیان و سان[۱۰] (۱۹۹۸)، توانسته‌اند ترک سطحی بین دو ماده‌ی اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II را مدل کنند. آن‌ها حل تحلیلی برای نرخ آزادسازی انرژی کرنشی در مودهای I و II را بر حسب ضرایب شدت تنش و خواص دو ماده‌ی اورتوتروپیک ارائه کرده‌اند.[۲۳]

در بخش حاضر، بررسی شکست و رشد ترک سطحی بین دو ماده‌ی اورتوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II انجام شده است (شکل ۳). طول ترک l بوده است. بارگذاری به‌صورت ترکیب بارگذاری برشی و کششی در نظر گرفته شده است. همچنین، میدان تنش اطراف نوک ترک سطحی ماده‌ی ایزوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II با درنظرگرفتن ترم تنش T

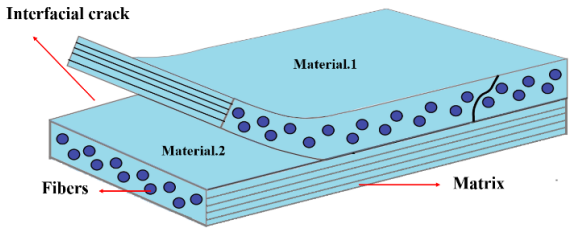


Figure 3. Interfacial surface crack between two dissimilar orthotropic materials subjected to mixed-mode I/II loading.[24]

شکل ۳. ترک سطحی بین دو ماده‌ی اورتوتروپیک غیرمشابه تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II.[۲۴]

[10] Qian & Sun

ارائه شده است (معادلات ۵ الی ۷). نکته‌ی مهم اینجاست که ترم تنش $T_{(i)}$ برای دو ماده، متفاوت از یکدیگر است.[۱۹]

$$\sigma_{xx_{(i)}}^{Iso}=\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{11}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{11}(r,\theta)+T_{(i)} \quad (5)$$

$$\sigma_{yy_{(i)}}^{Iso}=\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{22}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{22}(r,\theta) \quad (6)$$

$$\sigma_{xy_{(i)}}^{Iso}=\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{12}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{12}(r,\theta) \quad (7)$$

که در آن‌ها، ضرایب f_{ij} و g_{ij} مطابق معادله‌های ۸ الی ۱۳ ارائه شده‌اند:[۲۵]

$$f_{11_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}3\cos(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})-\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\+2\varepsilon_i\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (8)$$
$$-\frac{1}{S}\cos(-\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

$$f_{22_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}\cos(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})+\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\-2\varepsilon_i\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (9)$$
$$+\frac{1}{S}\cos(-\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

$$f_{12_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}\sin(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})+\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\+2\varepsilon_i\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (10)$$
$$+\frac{1}{S}\sin(-\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

$$g_{11_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}-3\sin(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})-\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\-2\varepsilon_i\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (11)$$
$$-\frac{1}{S}\sin(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

$$g_{22_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}-\sin(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})+\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\+2\varepsilon_i\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (12)$$
$$+\frac{1}{S}\sin(\frac{\theta}{2}-\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

$$g_{12_{(i)}}(r,\theta)=S\begin{Bmatrix}\cos(\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})-\sin\theta.\sin(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\\+2\varepsilon_i\sin\theta.\cos(\frac{3\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})\end{Bmatrix} \quad (13)$$
$$+\frac{1}{S}\cos(-\frac{\theta}{2}+\varepsilon_i\ln\frac{r}{l})$$

حال برمبنای روابط مدل جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده، میدان تنش در مواد اورتوتروپیک به صورت روابط ۱۴ الی ۱۶ است:

$$\sigma_{xx_{(i)}}^{Orth}=\frac{1}{\xi_1}[\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{11_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{11_{(i)}}(r,\theta)+T] \quad (14)$$

$$\sigma_{yy_{(i)}}^{Orth}=\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{22_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{22_{(i)}}(r,\theta) \quad (15)$$

$$\sigma_{xy_{(i)}}^{Orth}=\frac{1}{\xi_3}[\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{12_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{12_{(i)}}(r,\theta)] \quad (16)$$

در معادله‌های میدان تنش اورتوتروپیک، ضرایب S ، Q ، و ε تعریف و به صورت روابط ۱۷ الی ۱۹ استخراج می‌شوند:

$$S=e^{-\varepsilon(\pi-\theta)} \quad (17)$$

$$Q=2\sqrt{2}\cosh(\pi\varepsilon) \quad (18)$$

$$\varepsilon=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (19)$$

در معادله‌ی ۱۹، پارامتر β با استفاده از رابطه‌ی ۲۰ به‌دست می‌آید:

$$\beta=[(\frac{S_{12_{(2)}}}{L_{22_{(2)}}})^2-(\frac{S_{12_{(1)}}}{L_{22_{(1)}}})^2].\frac{\mathrm{sgn}[(\frac{S_{12_{(2)}}}{L^*_{22_{(2)}}})^2-(\frac{S_{12_{(1)}}}{L^*_{22_{(1)}}})^2]}{\sqrt{D_{11}D_{22}-D_{12}}} \quad (20)$$

که در آن، پارامتر β به ضرایب D_{11} ، D_{22} ، D_{12} ، L_{11}، و L_{22} وابسته است؛ و به‌صورت روابط ۲۱ الی ۲۳ استخراج می‌شوند:

$$D_{11}=\sum_{i=1}^{2}\frac{L_{11_{(i)}}\sin^2\theta_i+L_{22_{(i)}}\cos^2\theta_i}{L_{11_{(i)}}L_{22_{(i)}}} \quad (21)$$

$$D_{22}=\sum_{i=1}^{2}\frac{L_{11_{(i)}}\cos^2\theta_i+L_{22_{(i)}}\sin^2\theta_i}{L_{11_{(i)}}L_{22_{(i)}}} \quad (22)$$

$$D_{12}=\sum_{i=1}^{2}\frac{\cos\theta_i\sin\theta_i(L_{11_{(i)}}-L_{22_{(i)}})}{L_{11_{(i)}}L_{22_{(i)}}} \quad (23)$$

که در آن‌ها، ضرایب θ_i زاویه‌ی بین ترک و الیاف در هر ماده‌ی اورتوتروپیک است. ضرایب $L_{11_{(i)}}$ و $L_{22_{(i)}}$ برای مواد یک و دو نیز به صورت روابط ۲۴ و ۲۵ تعریف می‌شوند:

$$L_{11_{(i)}}=(C_{12_{(i)}}+\sqrt{C_{11_{(i)}}C_{22_{(i)}}})S_{21_{(i)}} \quad (24)$$

$$L_{22_{(i)}}=\sqrt{\frac{C_{22_{(i)}}}{C_{11_{(i)}}}}L_{11_{(i)}} \quad (25)$$

پارامترهای $S_{21_{(i)}}$ و $S_{12_{(i)}}$ نیز به‌صورت روابط ۲۶ و ۲۷ تعریف می‌شوند:

$$S_{21_{(i)}}=[\frac{C_{66_{(i)}}(\sqrt{C_{11_{(i)}}C_{22_{(i)}}}-C_{12_{(i)}})}{C_{22_{(i)}}(C_{12_{(i)}}+2C_{66_{(i)}}+\sqrt{C_{11_{(i)}}C_{22_{(i)}}})}]^{1/2} \quad (26)$$

$$S_{12_{(i)}}=-\sqrt{\frac{C_{22_{(i)}}}{C_{11_{(i)}}}}S_{21_{(i)}} \quad (27)$$

۵. توسعه‌ی معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی

توسعه و استخراج بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی با ارائه‌ی روابط ریاضی مربوط به تنش در ماده‌ی اورتوتروپیک آغاز می‌شود. تنش مماسی در ماده‌ی اورتوتروپیک از طریق مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده با استفاده از معادله‌ی ۱ به‌صورت روابط ۲۸ و ۲۹ بیان می‌شود:

$$\sigma_{\theta\theta_{(i)}}^{orth}=\sin^2\theta.\sigma_{xx_{(i)}}^{orth}+\cos^2\theta.\sigma_{yy_{(i)}}^{orth}-2\cos\theta\sin\theta.\sigma_{xy_{(i)}}^{orth}$$
$$=\frac{\sin^2\theta}{\xi_{1_{(i)}}}.\sigma_{xx_{(i)}}^{Iso}+\cos^2\theta.\sigma_{yy_{(i)}}^{Iso}-\frac{2\cos\theta\sin\theta}{\xi_{3_{(i)}}}.\sigma_{xy_{(i)}}^{Iso} \quad (28)$$

$$\sigma_{r\theta_{(i)}}^{orth}=(\sigma_{xx_{(i)}}^{orth}-\sigma_{yy_{(i)}}^{orth})\cos\theta\sin\theta+\sigma_{xy_{(i)}}^{orth}.(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$$
$$=(\frac{\sigma_{xx_{(i)}}^{Iso}}{\xi_{1_{(i)}}}-\sigma_{yy_{(i)}}^{Iso})\cos\theta\sin\theta+\frac{\sigma_{xy_{(i)}}^{Iso}}{\xi_{3_{(i)}}}.(\cos^2\theta-\sin^2\theta) \quad (29)$$

در نتیجه، روابط ریاضی معیار شکست بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی

بر حسب میدان تنش استخراج می‌شود. با پیروی از فرمول‌بندی در نوشتار خاجی و فکور (۲۰۲۳)،[۲۰] رابطه‌ی بین بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی و میدان تنش اورتوتروپیک به‌صورت رابطه‌ی ۳۰ است:

$$G_{(i)}^{orth}=2\pi r.(\frac{\sigma_{r\theta_{(i)}}^{2}}{E_{I_{(i)}}}+\frac{\sigma_{\theta\theta_{(i)}}^{2}}{E_{II_{(i)}}})^{orth} \quad (30)$$

رابطه‌ی اخیر منجر به معادله‌های ۳۱ الی ۳۴ برای معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی می‌شود:

$$G_{(i)}^{orth}=K_I^2.A_1(\theta)+K_{II}^2.A_2(\theta)+2K_IK_{II}.A_3(\theta) \quad (31)$$

$$A_1(\theta)=\frac{2\pi}{Q}.(\frac{f_{12_{(i)}}^{2}}{E_{I_{(i)}}}+\frac{f_{11_{(i)}}^{2}}{E_{II_{(i)}}}) \quad (32)$$

$$A_2(\theta)=\frac{2\pi}{Q}.(\frac{g_{12_{(i)}}^{2}}{E_{I_{(i)}}}+\frac{g_{11_{(i)}}^{2}}{E_{II_{(i)}}}) \quad (33)$$

$$A_3(\theta)=\frac{2\pi}{Q}.(\frac{g_{12_{(i)}}.f_{12_{(i)}}}{E_{I_{(i)}}}+\frac{g_{11_{(i)}}.f_{11_{(i)}}}{E_{II_{(i)}}}) \quad (34)$$

مفهوم معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی بیان می‌کند که ترک در جهتی شروع به رشد می‌کند که نرخ آزادسازی انرژی کرنشی به بیشینه‌ی مقدار خود برسد. بر مبنای معیار اخیر، ترک لحظه‌ای شروع به رشد می‌کند، که نرخ آزادسازی انرژی کرنشی به مقدار بحرانی خود برسد. با استفاده از مفاهیم ذکرشده، دو رابطه‌ی ۳۵ و ۳۶ برای پیش‌بینی جهت و لحظه‌ی شروع رشد ترک استخراج شده‌اند:

$$G_{C(i)}^{orth}=K_I^2.A_1(\theta)+K_{II}^2.A_2(\theta)+2K_IK_{II}.A_3(\theta) \quad (35)$$

$$\frac{\partial G(\theta)_{(i)}^{Orth}}{\partial\theta}=0\ \&\ \frac{\partial^2 G(\theta)_{(i)}^{Orth}}{\partial\theta^2}<0 \quad (36)$$

با حل هم‌زمان دو معادله‌ی اخیر، می‌توان منحنی حد شکست یا منحنی تغییرات K_{II} را بر حسب K_I ترسیم و رفتار شکست را برآورد کرد.

۶. توسعه‌ی معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی با درنظرگرفتن ترم تنش T

ترم تنش T، اهمیت ویژه‌ای در زمینه‌ی مکانیک شکست الاستیک خطی به‌عنوان ترم دوم عبارت تنش و همچنین ترم غیرمنفرد در بسط سری ویلیامز میدان تنش نوک ترک دارد. عبارت مذکور که با تنش T ثابت مشخص می‌شود، نشان‌دهنده‌ی تنش یکنواختی است که به موازات صفحه‌ی ترک عمل می‌کند.[۲۴] تنش T یک ترم مرتبه‌ی اول مهم برای تعیین کمیت قید نوک ترک ارائه می‌دهد؛ که اغلب به‌عنوان سه محوری‌بودن حالت تنش توصیف می‌شود، و به‌طورقابل‌توجهی در توسعه‌ی ناحیه‌ی پلاستیک و چقرمگی شکست تأثیر می‌گذارد.

در مواد ایزوتروپیک، وقتی قطعه‌ی ترک‌دار تحت بارگذاری مود I خالص قرار می‌گیرد، ترک در راستای مسیر اولیه‌ی خود رشد می‌کند و تنش T، تأثیری در رشد ترک ندارد. با عبور از شرایط مود I خالص و ظهور مود II، ترک می‌چرخد و تنش T، در راستای ترک چرخیده، مؤلفه پیدا می‌کند.[۲۰]

در مواد اورتوتروپیک، در وضعیتی که ترک در راستای الیاف قرار دارد، تنش T، مؤلفه‌ای در راستای ترک تحت شرایط بارگذاری مود ترکیبی I/II ندارد؛ و به این ترتیب، تنش T، در فرآیند رشد ترک تأثیرگذار نیست. در وضعیتی که ترک زاویه‌ی دلخواهی نسبت به الیاف دارد، تحت شرایط مود ترکیبی ترک می‌چرخد و در راستای الیاف منتشر می‌شود. به این ترتیب، ترک در راستای الیاف، مؤلفه دارد و تنش T، در رشد ترک مؤثر است. زمانی که جهت انتشار ترک در راستای عمود بر الیاف است، تنش T، بیشترین تأثیر را در رشد ترک دارد. تنش ترم T به هندسه، طول ترک (نسبت طول ترک به عرض قطعه)، و شرایط بارگذاری وابسته است.[۲۰]

مقدار تنش T منفی در مواد ایزوتروپیک و اورتوتروپیک، قید بالاتر را افزایش می‌دهد و می‌تواند چقرمگی اندازه‌گیری‌شده را کاهش دهد؛ در حالی که مقدار تنش T مثبت، قید را کاهش می‌دهد و اغلب منجر به افزایش مقادیر چقرمگی می‌شود.[۲۶] مقادیر مثبت تنش T سبب کاهش ضریب شدت تنش مود II (چقرمگی شکست مود II) و مقادیر منفی آن سبب افزایش چقرمگی شکست مود II می‌شود. به‌علاوه، تنش T در چقرمگی شکست مود I خالص تأثیری ندارد. به این ترتیب، در وضعیت مود ترکیبی I/II به میزان ظهور مود II، مقادیر مثبت ترم تنش T می‌تواند باعث کاهش ضرایب شدت تنش و مقادیر منفی آن باعث افزایش ضرایب شدت تنش شود.

تاکنون مطالعات گسترده‌ای درباره‌ی تأثیر ترم تنش T در قطعات مختلف آزمون انجام شده است. تأثیر ترم تنش T در قطعات خمش نیم دایره‌ای (SCB)[۱۱]، نمونه‌ی مثلثی لبه‌ی ترک‌دار (ECT)[۱۲]، نمونه‌ی خمشی دیسک لبه‌ی ترک‌دار (ENDB)[۱۳]، نمونه‌ی دیسک لبه‌ی ترک‌دار تحت فشار (ENDC)[۱۴]، نمونه‌ی خمش چهار نقطه‌ای (FPB)[۱۵]، نمونه‌ی حلقوی تحت فشار قطری (DCR)[۱۶]، و نمونه‌ی تیر خمیشی کوتاه (SBB)[۱۷] در پژوهش‌های مختلف بررسی شده،[۲۷-۳۰] و نتایج آن‌ها نشان داده است که پارامتر ترم تنش T وابسته به هندسه و نوع بارگذاری است و تأثیری تعیین‌کننده در مقدار چقرمگی شکست اندازه‌گیری‌شده در نمونه‌های مختلف دارد. به‌گونه‌ای که برای یک ماده‌ی ثابت (مانند PMMA)، استفاده از نمونه‌های با ترم تنش T مثبت (مانند نمونه‌های SBB، SCB، و ECT) باعث کاهش محسوس چقرمگی شکست در مودهای ترکیبی I/II و به‌ویژه مود II خالص می‌شود (به‌طوری‌که در نمونه‌ی SBB، نسبت چقرمگی شکست مود II به مود I به حدود ۰/۵ کاهش یافته است). در مقابل، نمونه‌هایی با ترم تنش T منفی (مانند نمونه‌های ENDB، Ring، و ENDC) با ایجاد یک میدان فشاری در جلوی نوک ترک، باعث افزایش چشمگیر چقرمگی شکست می‌شوند (به‌طوری که در نمونه‌ی ENDB، نسبت چقرمگی شکست مود II به مود I به حدود ۱/۸ رسیده است). نمونه‌هایی با ترم تنش T نزدیک به صفر (مانند

[11] Semi-circular bend
[12] Edge cracked triangular
[13] Edge-notched disc bend
[14] Edge notch disc compression
[15] Four-point bend
[16] Diametrally compressed ring
[17] Short bend beam

FPB) نیز رفتاری میانی داشته و نتایج آن‌ها به پیش‌بینی ملاک کلاسیک MTS نزدیک‌تر شده است.

در بخش حاضر، تأثیر ترم تنش T در وضعیتی که مود تنش خارج از صفحه، یعنی مود III (پارگی) ظاهر شود، بررسی شده است. در مود III خالص، ترم تنش T منفی باعث افزایش چشمگیر چقرمگی شکست مود III می‌شود؛ به‌طوری‌که نمونه‌ی فشاری قطری با دو برش لبه‌ای (DNDC)[18] با منفی‌ترین تنش T ، بیشترین چقرمگی شکست مود III را نشان می‌دهد. در مقابل، نمونه‌ی ENDB با تنش T منفی‌تر در مود III، کمترین چقرمگی شکست مود III را دارد، که نشان می‌دهد هر چه تنش ترم T در مود III منفی‌تر باشد، چقرمگی شکست مود III بیشتر می‌شود. به‌طورکلی، رابطه‌ی مستقیم و مثبتی بین مقدار مطلق تنش ترم T منفی و چقرمگی شکست مود III وجود دارد؛ به‌عبارت دیگر، هر چه تنش ترم T منفی‌تر باشد، چقرمگی شکست مود III افزایش می‌یابد و بالعکس.[۳۱]

در نتیجه، پارامتر تنش T برای توضیح رفتار شکست وابسته به هندسه و برای کاربردهای مکانیک شکست اساسی است؛[۳۲] و تجزیه‌وتحلیل آن برای انتقال داده‌های چقرمگی در مقیاس آزمایشگاهی به ارزیابی سازه‌های ترک‌خورده در مقیاس بزرگ ضروری است.[۲۰]

در حوزه‌ی تأثیر ترم تنش T در زاویه‌ی شروع رشد ترک، پژوهش‌ها حاکی از آن هستند در وضعیتی که ترک عمود بر الیاف قرار دارد، تنش T تأثیر قابل‌توجهی در زاویه‌ی شروع رشد ترک دارد. در مود I خالص، تنش T تأثیری در زاویه‌ی شروع رشد ترک ندارد. با ظهور مود II و عبور از مود I خالص (مود ترکیبی I/II)، تنش T مؤلفه‌ای در راستای ترک دارد و در زاویه‌ی شروع رشد ترک تأثیرگذار است.[۲۰]

حال در بخش کنونی به توسعه‌ی معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی با درنظرگرفتن پارامتر تنش T پرداخته شده است. گام نخست، در توسعه‌ی معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی، استخراج میدان‌های تنش ماده‌ی اورتوتروپیک با درنظرگرفتن ترم تنش T است. به این ترتیب، میدان تنش در ماده‌ی اورتوتروپیک از طریق مفهوم جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده با استفاده از معادله‌ی ۱ در مختصات xy به صورت روابط ۳۷ الی ۳۹ بیان می‌شود:

$$\sigma_{xx_{(i)}}^{Orth}=\frac{1}{\xi_1}[\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{11_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{11_{(i)}}(r,\theta)+T] \quad (37)$$

$$\sigma_{yy_{(i)}}^{Orth}=\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{22_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{22_{(i)}}(r,\theta) \quad (38)$$

$$\sigma_{xy_{(i)}}^{Orth}=\frac{1}{\xi_3}[\frac{K_I}{Q\sqrt{r}}.f_{12_{(i)}}(r,\theta)+\frac{K_{II}}{Q\sqrt{r}}.g_{12_{(i)}}(r,\theta)] \quad (39)$$

میدان تنش ماده‌ی اورتوتروپیک در مختصات $r\theta$ به صورت روابط ۴۰ و ۴۱ است:

$$\sigma_{\theta\theta_{(i)}}^{orth}=\sin^2\theta.\sigma_{xx_{(i)}}^{orth}+\cos^2\theta.\sigma_{yy_{(i)}}^{orth}-2\cos\theta\sin\theta.\sigma_{xy_{(i)}}^{orth}$$
$$=\frac{\sin^2\theta}{\xi_{1_{(i)}}}.\sigma_{xx_{(i)}}^{Iso}+\cos^2\theta.\sigma_{yy_{(i)}}^{Iso}-\frac{2\cos\theta\sin\theta}{\xi_{3_{(i)}}}.\sigma_{xy_{(i)}}^{Iso} \quad (40)$$

$$\sigma_{r\theta_{(i)}}^{orth}=(\sigma_{xx_{(i)}}^{orth}-\sigma_{yy_{(i)}}^{orth})\cos\theta\sin\theta+\sigma_{xy_{(i)}}^{orth}.(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$$
$$=(\frac{\sigma_{xx_{(i)}}^{Iso}}{\xi_{1_{(i)}}}-\sigma_{yy_{(i)}}^{Iso})\cos\theta\sin\theta+\frac{\sigma_{xy_{(i)}}^{Iso}}{\xi_{3_{(i)}}}.(\cos^2\theta-\sin^2\theta) \quad (41)$$

در نتیجه، روابط ریاضی معیار شکست بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی بر حسب میدان تنش استخراج می‌شود. با پیروی از فرمول‌بندی در نوشتار خاجی و فکور (۲۰۲۳)،[۲۰] رابطه‌ی بین بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی و میدان تنش اورتوتروپیک به صورت رابطه‌ی ۴۲ است:

$$G_{(i)}^{orth}=2\pi r.(\frac{\sigma_{r\theta_{(i)}}^2}{E_{I_{(i)}}}+\frac{\sigma_{\theta\theta_{(i)}}^2}{E_{II_{(i)}}})^{orth} \quad (42)$$

عبارت تنش T تأثیر عمیقی در رفتار شکست مواد اورتوتروپیک دارد. پارامتر B (واحد آن $MPa\sqrt{m}$ است)، برای نرمال‌سازی عبارت تنش T به صورت رابطه‌ی ۴۳ تعریف می‌شود[۲۰]:

$$T=\frac{B}{\sqrt{2\pi r}} \quad (43)$$

رابطه‌ی اخیر منجر به معادله‌های ۴۴ الی ۵۰ برای معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی می‌شود:

$$G_C^{orth}(\theta)=\frac{1}{E_I}(\mathrm{K}_I^2\,D_1(\theta)+\mathrm{K}_{II}^2\,D_2(\theta)$$
$$+K_IK_{II}D_3(\theta)+D_4(\theta)K_I+D_5(\theta)K_{II}+D_6(\theta)) \quad (44)$$

$$D_1(\theta)=(\frac{A_1^2(\theta)}{\alpha_1^2(\varphi)}+\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{A_3^2(\theta)}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (45)$$

$$D_2(\theta)=(\frac{A_2^2(\theta)}{\alpha_1^2(\varphi)}+\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{A_4^2(\theta)}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (46)$$

$$D_3(\theta)=(2\frac{A_1(\theta)A_2(\theta)}{\alpha_1^2(\varphi)}+2\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{A_3(\theta)A_4(\theta)}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (47)$$

$$D_4(\theta)=(2\frac{A_1(\theta)B\sin^2\theta}{\alpha_1^2(\varphi)}-2\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{A_3(\theta)B\sin\theta\cos\theta}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (48)$$

$$D_5(\theta)=(2\frac{A_2(\theta)B\sin^2\theta}{\alpha_1^2(\varphi)}-2\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{A_4(\theta)B\sin\theta\cos\theta}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (49)$$

$$D_6(\theta)=(\frac{B^2\sin^4\theta}{\alpha_1^2(\varphi)}+\sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}}\frac{B^2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\alpha_3^2(\varphi)}) \quad (50)$$

که ضرایب A_i در آن‌ها، به صورت روابط ۵۱ الی ۵۴ هستند:

$$A_1(\theta)=\cos\frac{\theta}{2}(1+\cos\theta) \quad (51)$$

$$A_2(\theta)=-3\sin\theta\cos\frac{\theta}{2} \quad (52)$$

$$A_3(\theta)=\sin\theta\cos\frac{\theta}{2} \quad (53)$$

$$A_4(\theta)=(3\cos\theta-1)\cos\frac{\theta}{2} \quad (54)$$

[18] Double-notch diametral compression

جدول ۱. خواص مکانیکی لایه‌ی تک‌جهته‌ی UE400REM/ET443 [۳۳].

Table 1. Mechanical properties of the UE400REM/ET443 unidirectional lamina.[33]

$E_{11}(GPa)$	$E_{22}(GPa)$	$G_{12}(GPa)$	ν_{12}	ν_{21}	V_f
43/94	16/71	6/57	0/3	0/095	**58/16**

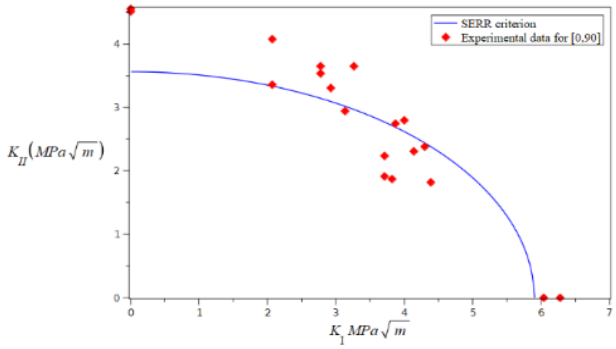


Figure 4. Comparison of the predicted interfacial fracture limit curve with experimental data,[33] for [0, 90] composite laminates.

شکل ۴. مقایسه‌ی منحنی حد شکست سطحی پیش‌بینی‌شده با داده‌های تجربی در نوشتار مارات مندرز و همکارش (۲۰۱۰)،[۳۳] برای صفحات کامپوزیتی [۰، ۹۰].

۷. اعتبارسنجی معیار شکست سطحی بر مبنای بیشینه‌ی نرخ آزادسازی بیشینه‌ی انرژی کرنشی

در بخش حاضر، معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی برای پیش‌بینی شروع شکست سطحی در کامپوزیت‌های چندلایه تحت بارگذاری درون‌صفحه‌ای اعتبارسنجی شده و منحنی‌های حد شکست تئوری به‌دست‌آمده از آن با داده‌های تجربی مقایسه شده است، تا دقت پیش‌بینی‌ها ارزیابی شود. نتایج تجربی از آزمایش‌های شکست سطحی مطابق نوشتار مارات مندرز[۱۹] و همکارش (۲۰۱۰)،[۳۳] برای کامپوزیت‌های الیاف شیشه/ اپوکسی تک‌جهته[۲۰] به‌دست آمده است. خواص مکانیکی لایه‌ی تک‌جهت در جدول ۱ ارائه شده است:

در مطالعه‌ی تجربی حاضر از روش‌های استاندارد تیر دو طرفه (DCB)[۲۱]، تیر با خمیدگی انتها (ENF)[۲۲] و خم مود ترکیبی (MMB)[۲۳] برای توصیف شکست بین سطحی در لمینت‌های متعامد [۰،۹۰] تحت شرایط بارگذاری مود I خالص، مود II خالص، و مود ترکیبی I/II استفاده شده است. در آزمون‌های انجام‌شده، ضرایب شدت تنش بحرانی در مود I خالص (K_{Ic}) و مود II خالص (K_{IIc}) تعیین شده‌اند. منحنی حد شکست تئوری برای ماده‌ی مذکور با استفاده از حل هم‌زمان معادله‌های ۳۵ و ۳۶ با هدف بررسی تغییرات K_{IIc} در برابر تغییرات K_{Ic} برای ترک خوردگی سطحی استخراج و با داده‌های شکست تجربی از مارات مندرز[۲۴] و همکارش (۲۰۱۰)،[۳۳] اعتبارسنجی شده است.

در شکل ۴، تطابق نزدیکی بین نتایج تئوری منحنی‌های حد شکست سطحی و نتایج تجربی مشاهده می‌شود و معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی پیشنهادی را برای پیش‌بینی شروع شکست سطحی تأیید می‌کند. همچنین شکل مذکور نشان می‌دهد که درنظرگرفتن ترم تنش T سبب می‌شود منحنی

[19] Marat-Mendes
[20] UE400REM/ET443
[21] Double Cantilever Beam

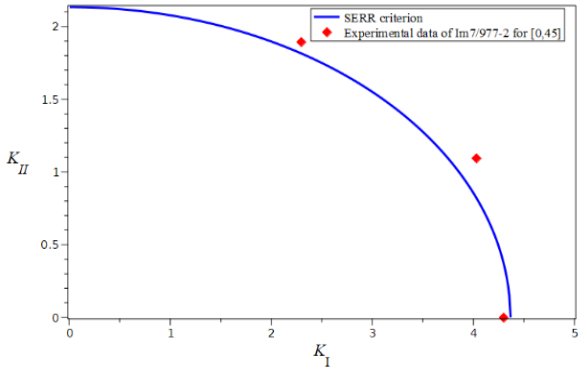


Figure 5. Comparison of the predicted surface fracture limit curve with experimental data [34] for [0, 45] composite laminates.

شکل ۵. مقایسه‌ی منحنی حد شکست سطحی پیش‌بینی‌شده با داده‌های تجربی ریاموندو[۱] و همکاران (۲۰۲۱)،[۳۴] برای صفحات کامپوزیت [۰، ۴۵].

حد شکست تئوری به سمت همگرایی با داده‌های تجربی سوق داده شود. این یافته تأیید می‌کند که محاسبات مربوط به تنش T برای پیش‌بینی شروع شکست سطحی پارامتر بسیار مهمی قلمداد می‌شود.

به‌منظور اعتبارسنجی قوی‌تر معیار شکست مود ترکیبی ارائه‌شده، منحنی حد شکست بر مبنای معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی برای ماده‌ی ۲-Im ۷/۹۷۷ در وضعیت [۰، ۴۵] صفحات کامپوزیت مطابق شکل ۵ استخراج شده است. نزدیکی خوب و قابل‌قبول بین منحنی حد شکست و داده‌های تجربی حاکی از آن است که معیار اخیر با مدل‌سازی درست رفتار ناهمسانگرد ماده، به‌درستی رفتار شکست سطحی در مواد کامپوزیت را پیش‌بینی می‌کند.

۸. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، به بررسی فرآیند شکست سطحی بین اجزاء بورد الکترونیک ماهواره پرداخته شده است. مدل جامد ایزوتروپیک تقویت‌شده به‌عنوان یک مدل توسعه‌یافته برای مدل‌سازی ماده‌ی اورتوتروپیک با درنظرگرفتن آثار میدان تنش الیاف و ماتریس استفاده شده است. به‌منظور بررسی دستیابی به پیش‌بینی دقیق‌تر ریاضیاتی ترک، ترم تنش T در معادله‌های میدان تنش عمودی و برشی اطراف نوک ترک در نظر گرفته شده است. با توسعه‌ی میدان تنش برای ترک سطحی بین مواد اورتوتروپیک و ایزوتروپیک تحت بارگذاری مود ترکیبی I/II، معیار شکست بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی ارائه شده است. به‌منظور راستی‌آزمایی و ارزیابی معادله‌های استخراج‌شده‌ی معیار بیشینه‌ی نرخ آزادسازی انرژی کرنشی، منحنی‌های حد شکست بر مبنای معیار اخیر با نتایج آزمایش‌های تجربی از مرجع مقایسه شده است. مقایسه‌ی منحنی حد شکست با نتایج تجربی حاکی از آن است که معیار ارائه‌شده، اعتبار کافی برای پیش‌بینی شروع رشد ترک سطحی بین مواد ایزوتروپیک و اورتوتروپیک را دارد.

تقدیر و تشکر

پژوهش حاضر با حمایت مادی و معنوی پژوهشگاه فضایی ایران انجام شده است. بدین وسیله نویسندگان مراتب تقدیر و تشکر خود را اعلام می‌کنند.

[22] End-Notched Flexure
[23] Mixed-Mode Bending
[24] Marat-Mendes

References – منابع

1. Liang, D., Wu, Q., Ghaderi, D. and Guerrero, J.M., 2020. Analysis of multilayered power module packaging behavior under random vibrations. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, *10*(10), pp.1700-1707. https://doi.org/10.1109/TCPMT.2020.2995735
2. Wu, M.L. and Lan, J.S., 2017. Investigation and prediction of solder joint failure analysis for ball grid array package subject to mechanical bending environment. *Soldering & Surface Mount Technology*, *29*(2), pp.75-84. https://doi.org/10.1108/SSMT-06-2016-0012
3. Akbari, S., Lövberg, A., Tegehall, P.E., Brinkfeldt, K. and Andersson, D., 2019. Effect of PCB cracks on thermal cycling reliability of passive microelectronic components with single-grained solder joints. *Microelectronics Reliability*, *93*, pp.61-71. https://doi.org/10.1016/j.microrel.2019.01.006
4. Heidari-Rarani, M. and Shokrieh, M.M., 2013. Effect of curved crack front on strain energy release rate of unidirectional DCB. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *29*(2), pp.81-86.[In persion].
5. Erdogan, F. and Sih, G.C., 1963. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of basic engineering*, *85*(4), pp.519-525. https://doi.org/10.1115/1.3656897
6. Yousefzadeh, S. and Doustdar, M.M., 2017. Experimental investigation of fatigue life in cracked aluminum plates repaired by composite patches. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *33*(2), pp.123-132. [In persion].
7. Williams, M.L., 1957. On the stress distribution at the base of a stationary crack. https://doi.org/10.1115/1.4011454
8. Rice, J.R. and Sih, G.C., 1965. Plane problems of cracks in dissimilar media. *Journal of Applied Mechanics*, *32*(2), pp.418-423. https://doi.org/10.1115/1.3625816
9. Pongvittayapanu, K., Srisrual, A. and Fakpan, K., 2022. Effect of thermal cycling and vibration on cracking in Sn-3.0 Ag-0.5 Cu solder bump. *Materials Today: Proceedings*, *52*, pp.2372-2376. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.10.222
10. Jensen, H.M., 1990. Mixed mode interface fracture criteria. *Acta metallurgica et materialia*, *38*(12), pp.2637-2644. https://doi.org/10.1016/0956-7151(90)90276-M
11. Talabi, R.B., S. Shahsavar, and M. Fakoor, 2024. Extended maximum principal stress (EMPS) criterion for fracture assessment of orthotropic materials with cracks along and across to the fibers. *Archive of Applied Mechanics,* pp. 1-20. https://doi.org/10.1007/s00419.24.02699.y
12. Khaji, Z. and M. Fakoor, 2022. Enhancing the ability of strain energy release rate criterion for fracture assessment of orthotropic materials under mixed-mode I/II loading considering the effect of crack tip damage zone. *Steel and Composite Structures, An International Journal*, *44*(6), pp. 817-828 https://doi.org/10.12989/scs.2022.44.6.803
13. Ebrahimi, M.T., Z. Khaji, and M. Fakoor, 2025. On mixed-mode fracture of brittle orthotropic solids: A novel micromechanical damage model. *Engineering Fracture Mechanics*, *313*, pp. 110628. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2024.110628
14. Yeung, D.T., Lam, D.C. and Yuen, M.M., 2000. Specimen design for mixed mode interfacial fracture properties measurement in electronic packages. *J. Electron. Packag.*, *122*(1), pp.67-72. https://doi.org/10.1115/1.483137
15. Li, W. and Sun, X., 2017, August. An analysis case on the failure of BGA solder joints. In *2017 18th International Conference on Electronic Packaging Technology (ICEPT)* (pp. 731-734). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICEPT.2017.8046553
16. Natarajan, S., Song, C. and Belouettar, S., 2014. Numerical evaluation of stress intensity factors and T-stress for interfacial cracks and cracks terminating at the interface without asymptotic enrichment. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, *279*, pp.86-112. https://doi.org/10.1016/j.cma.2014.06.024
17. Andrade, H.D.C., Trevelyan, J. and Leonel, E.D., 2023. Direct evaluation of stress intensity factors and T-stress for bimaterial interface cracks using the extended isogeometric boundary element method. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, *127*, p.104091. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2023.104091
18. Khaji, Z., Fakoor, M., Farid, H.M. and Alderliesten, R., 2022. Applying the new experimental midpoint concept on strain energy density for fracture assessment of composite materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, *121*, pp.103522. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103522
19. Ryoji, Y. and Jin-Quan, X., 1992. Stress based criterion for an interface crack kinking out of the interface in dissimilar materials. *Engineering Fracture Mechanics*, *41*(5), pp.635-644. https://doi.org/10.1016/0013-7944(92)90150-D

20. Khaji, Z. and Fakoor, M., 2023. Fracture study of wood considering the effect of T-stress term based on matrix reinforcement coefficients model. *Archive of Applied Mechanics*, *93*(5), pp.1963-1983. https://doi.org/10.1007/s00419-023-02366-8

21. Daneshjoo, Z., Shokrieh, M.M., Fakoor, M. and Alderliesten, R.C., 2018. A new mixed mode I/II failure criterion for laminated composites considering fracture process zone. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, *98*, pp.48-58. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2018.09.004

22. Lall, P., Islam, M.N., Singh, N., Suhling, J.C. and Darveaux, R., 2004. Model for BGA and CSP reliability in automotive underhood applications. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, *27*(3), pp.585-593. https://doi.org/10.1109/TCAPT.2004.831824

23. Qian, W. and Sun, C.T., 1998. Methods for calculating stress intensity factors for interfacial cracks between two orthotropic solids. *International Journal of Solids and Structures*, *35*(25), pp.3317-3330. https://doi.org/10.1016/S0020-7683(97)00181-9

24. Khaji, Z. and Fakoor, M., 2024. Assessing interfacial fracture in orthotropic materials: Implementing the RIS concept with considering the T-stress term under mixed-mode I/II. *Steel and Composite Structures*, *50*(2), pp.237. https://doi.org/10.12989/scs.2024.50.2.237

25. Ravichandran, M. and Ramesh, K., 2005. Evaluation of stress field parameters for an interface crack in a bimaterial by digital photoelasticity. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, *40*(4), pp.327-344. https://doi.org/10.1243/030932405X16034

26. Ahmadpour Kasgari S., Aliha, M. R. M., Sajadi S. J., Sadowski T. & Berto F., 2024. Progress in Friction Stir Welding of Polymer and Aluminum Alloys. *Mechanics of Composite Materials*, *59* (6), pp.1083-1100. https://doi.org/10.1007/s11029-023-10158-y

27. Aliha, M. R. M., Hosseinpour, G. R., & Ayatollahi, M. R., 2013. Application of cracked triangular specimen subjected to three-point bending for investigating fracture behavior of rock materials. *Rock mechanics and rock engineering*. *46*(5), pp.1023-1034. https://doi.org/10.1007/s00603-012-0325-z

28. Bahmani, A., Aliha, M. R. M., Sarbijan, M. J., & Mousavi, S. S., 2020. An extended edge-notched disc bend (ENDB) specimen for mixed-mode I+ II fracture assessments. *International Journal of Solids and Structures*, *193*, pp.239-250. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.02.017

29. Shahryari, N., Keymanesh, M. R., & Aliha, M. R. M., 2021. Specimen type effect on measured low-temperature fracture toughness of asphalt concrete. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. *44*(2), pp.551-567. http://doi.org/10.1111/ffe.13379

30. Aliha, M. R. M., & Ayatollahi, M. R., 2010. Geometry effects on fracture behaviour of polymethyl methacrylate. *Materials Science and Engineering: A*, *527*(3), pp.526-530. https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.08.055

31. Mousavi, A., Aliha, M. R. M., Khoramishad, H., & Karimi, H. R., 2025. The effect of non-singular term (T-stress) on mode I/III cracking parameters of brittle materials, numerical and experimental study using different beam and disc shape specimens made of marble rock. *Forces in Mechanics*, *18*, pp.100303. https://doi.org/10.1016/j.finmec.2024.100303

32. Bidadi, J., Aliha, M. R. M., & Akbardoost, J., 2022. Development of maximum tangential strain (MTSN) criterion for prediction of mixed-mode I/III brittle fracture. *International Journal of Solids and Structures*, *256*, pp.111979. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2022.111979

33. Marat-Mendes, R.M. and Freitas, M.M., 2010. Failure criteria for mixed mode delamination in glass fibre epoxy composites. *Composite Structures*, *92*(9), pp.2292-2298. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.07.017

34. Raimondo, A., Urcelay Oca, I. and Bisagni, C, 2021. Influence of interface ply orientation on delamination growth in composite laminates. *Composite Structures*, *55*(27), pp.3955-3972. https://doi.org/10.1177/00219983211031636

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu

Localization of a Mobile Robot by Fusing Encoder and Digital Compass Data Using Extended and Unscented Kalman Filters

Samane Maleki and Seyed Mohammad Bozorg*

Department of Dynamics and Control, Faculty of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
* Corresponding author:(bozorg@yazd.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 2 August 2025

Revised: 26 May 2026

Accepted: 10 June 2026

Keywords:

Mobile Robot,
Localization,
Sensor Fusion,
Extended Kalman Filter,
Unscented Kalman Filter.

Abstract

This study investigates the Extended Kalman Filter (EKF) and Unscented Kalman Filter (UKF) for fusing wheel encoder and digital compass measurements in a differential-drive mobile robot. A nonlinear kinematic model predicts position and heading from encoder data, while compass measurements correct the estimated heading. The algorithms are implemented in MATLAB using Arduino-acquired data. A camera-based tracking system provides the reference position for two predefined trajectories. For Path 1, the overall position root-mean-square error (RMSE) decreases from 1.2016 m for encoder-only localization to 1.1453 m with EKF and 1.1007 m with UKF, corresponding to reductions of 4.69% and 8.40%. For Path 2, RMSE decreases from 0.9184 m to 0.8367 m and 0.8099 m, corresponding to reductions of 8.89% and 11.81%. UKF additionally reduces RMSE relative to EKF by 3.90% and 3.20% for the two paths. Although UKF provides the lowest error, its improvement over EKF is limited under the investigated conditions. The results indicate that encoder-compass fusion improves localization accuracy and that UKF can provide a modest advantage over EKF.

Introduction

Accurate localization is essential for autonomous mobile robots because navigation and control depend on reliable estimates of position and orientation. Single-sensor methods suffer from measurement noise, hardware limitations, and cumulative errors; therefore, sensor fusion is widely used to combine complementary measurements [1]–[3]. Previous studies have fused encoders with other sensors [5]–[23], although some approaches several additional sensors or complex computation.

This study presents a compact encoder-compass fusion method using EKF and UKF for an indoor differential-drive robot. Encoder measurements provide motion information, while the digital compass provides an independent heading measurement. The estimated trajectories are compared with a camera-based reference system. Data acquisition is performed using an Arduino board, and the filtering is implemented in MATLAB.

Methodology

Robot Modeling and Sensor Fusion

The experimental robot has two independently driven front wheels and a passive rear caster. Each driving wheel has an incremental encoder, and a compass is mounted near the robot center. The wheelbase is 0.56 m and the wheel radius is 0.053 m. A kinematic model is considered sufficient for the low-speed indoor experiments; wheel slip and unmodeled effects are represented through process uncertainty.

Encoder measurements are used to calculate linear and angular velocity, and the forward kinematic model updates position and heading. The robot state consists of the X and Y positions and the heading angle. The model and tracking-error definitions are given in Eqs. (1)–(10), with the experimental configuration shown in Figs. 1–3 [12].

Extended Kalman Filter

The EKF combines encoder-based prediction with compass-based heading correction. The nonlinear process and measurement models are presented in Eqs. (11)–(14), and the required Jacobian matrices are given in Eqs. (15) and (16). Prediction and measurement-update operations follow Eqs. (17)–(21).

To Cite this article:
Maleki, S. and Bozorg, S.M. 2026. Localization of a mobile robot by fusing encoder and digital compass data using extended and unscented kalman filters, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 65-77.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.68104.1755

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

The measurement-noise covariance R is determined from the characteristics of the CMPS14 compass. Its angular resolution is 0.1°, corresponding to approximately 0.00175 rad. The process-noise covariance Q is estimated experimentally from variations in encoder-derived velocities. The sampling interval is 0.164 s, and the resulting covariance values remain constant during the tests. The initial state covariance is selected as a diagonal matrix representing initial uncertainty. The sensor-fusion structure is shown in Fig. 4.

Unscented Kalman Filter

The UKF is used for comparison with EKF. Instead of linearizing the nonlinear model through Jacobians, The UKF propagates sigma points through the process and measurement models [24], [25]. Because the state contains three variables (X, Y, and heading), seven sigma points (2n + 1) are used. They are generated from the estimated state and covariance and propagated through the same model used by the EKF. Compass heading is then used for measurement correction.

The UKF and EKF use identical measurements, initial conditions, model, and noise assumptions. UKF avoids explicit Jacobian calculation and directly captures the nonlinear transformations.

Results and Discussion

Encoder and compass measurements are acquired with Arduino and processed in MATLAB. The robot uses a PID-based wheel-speed controller. Two predefined trajectories are tested at a maximum speed of approximately 0.1 m/s. Encoder-only, EKF, and UKF estimates are compared with camera-based reference positions, as shown in Figs. 5–8.

Encoder-only localization accumulates error with travel distance, while compass fusion reduces this error. Remaining discrepancies may result from wheel slip, sensor noise, model uncertainty, and synchronization differences between the onboard sensors and camera system.

For Path 1, overall position RMSE is 1.2016 m for encoder-only localization, 1.1453 m for EKF, and 1.1007 m for UKF. Thus, EKF and UKF reduce the error by 4.69% and 8.40%, respectively. For Path 2, RMSE is 0.9184 m, 0.8367 m, and 0.8099 m for encoder-only, EKF, and UKF, respectively, giving reductions of 8.89% and 11.81%. These results demonstrate the benefit of sensor fusion.

Comparison of EKF and UKF

Trajectories are presented in Figs. 9 and 10. UKF achieves lower overall position RMSE on both paths. For Path 1, RMSE decreases from 1.1453 m with EKF to 1.1007 m with UKF, an additional reduction of 3.90% relative to the EKF. For Path 2, RMSE decreases from 0.8367 m to 0.8099 m, corresponding to an additional reduction of 3.20%.

This limited difference may result from the weak nonlinearity of the model and the use of a single angular measurement. Therefore, EKF remains an effective solution under these conditions, while UKF provides a modest accuracy improvement.

Conclusion

This study investigated indoor mobile-robot localization using wheel encoder and digital compass fusion with EKF and UKF. Encoder measurements predict robot motion through a nonlinear kinematic model, while compass measurements correct heading. Camera-based evaluation showed that both filters improve localization.

Overall RMSE decreased from 1.2016 m to 1.1453 m with EKF and 1.1007 m with UKF on Path 1, and from 0.9184 m to 0.8367 m and 0.8099 m on Path 2. UKF achieved additional reductions of 3.90% and 3.20% relative to EKF. UKF gave the lowest error in both tests. Future work could integrate additional absolute-position sensors, such as LiDAR or vision, with encoder and compass measurements to further reduce accumulated localization errors.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing - review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

مکان‌یابی ربات متحرک با ترکیب داده‌های حسگرهای انکودر و قطب‌نما توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته و بی‌بو

سمانه مالکی کوپائی و سیدمحمد بزرگ*

گروه دینامیک و کنترل، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

*نویسنده مسئول (bozorg@yazd.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۰۹/۱۹

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۵/۱۸

تاریخ پذیرش ۱۴۰۵ /۰۷/۱۸

واژگان کلیدی:

انکودر،

فیلتر کالمن توسعه‌یافته،

قطب‌نما،

مکان‌یابی،

فیلتر کالمن بی‌بو.

چکیده

مکان‌یابی ربات‌های متحرک در محیط‌های داخلی به‌دلیل وجود نویز و موانع، با چالش‌های متفاوتی، مانند انباشتگی خطاها و نوسان‌های زیاد مواجه است. در نوشتار حاضر، به بررسی استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) و فیلتر کالمن بی‌بو (UKF) برای پیش‌بینی مختصات یک ربات متحرک چرخ‌دار با استفاده از مدل‌های غیرخطی پرداخته شده است. در این راستا، روشی برای ترکیب داده‌های AHRS با خروجی مدل سینماتیکی مبتنی بر داده‌های انکودر جهت تخمین موقعیت دقیق ربات ارائه شده است؛ که در آن، مدل سینماتیکی ربات از داده‌های انکودر برای تعیین موقعیت و جهت‌گیری ربات استفاده می‌کند. به ربات دستور داده می‌شود تا در مسیرهای مشخص حرکت کند و با استفاده از داده‌های انکودرهای چرخ‌ها، مختصات ربات و مسافت پیموده‌شده پیش‌بینی می‌شود؛ در حالی که داده‌های AHRS به‌عنوان اندازه‌گیری بیرونی برای تصحیح پیش‌بینی‌ها در فیلترهای کالمن استفاده می‌شوند. برای ارزیابی عملکرد فیلترها، مسیر حرکت ربات با استفاده از یک سیستم تصویربرداری ثبت و تخمین موقعیت حاصل از فیلترها با داده‌های سیستم تصویربرداری مذکور مقایسه شده است. نتایج نشان داده‌اند که در ابتدای مسیر، موقعیت تخمین‌زده‌شده توسط توسط فیلترهای EKF و UKF تطابق نزدیکی با مسیر مرجع داشته است؛ اما با افزایش مسافت حرکت، به‌دلیل انباشتگی خطای انکودر، میزان خطای موقعیت افزایش یافته است. با این حال، هر دو فیلتر با ترکیب اطلاعات انکودر و قطب‌نما توانسته‌اند اثر خطاهای تجمعی را کاهش دهند و دقت تخمین موقعیت و زاویه‌ی جهت‌گیری ربات را بهبود بخشند. مقایسه‌ی نتایج نشان داده است که فیلتر UKFدر هر دو مسیر آزمایشی، عملکرد بهتری نسبت به EKF داشته و کاهش بیشتری در خطای کلی مکان‌یابی ارائه داده است؛ اگرچه، به دلیل محدودبودن غیرخطی‌بودن مدل حرکت ربات، اختلاف عملکرد دو روش نسبتاً محدود بوده است.

۱. مقدمه

در شرایط مختلف، مکان‌یابی با استفاده از یک حسگر با چالش‌هایی مانند مشکلات نرم‌افزاری و سخت‌افزاری یا قطعی داده مواجه می‌شود؛ که برای غلبه بر آن‌ها، در بیشتر وسائط نقلیه‌ی خودمختار از ترکیب داده‌های حسگرها استفاده می‌شود.[۱]

حسگرهایی مانند انکودر و ژیروسکوپ موقعیت نسبی را اندازه‌گیری می‌کنند، در حالی که حسگرهای مطلق مانند قطب‌نما موقعیت را نسبت به یک مرجع جهانی تعیین می‌کنند. حرکت ربات و خطاهای حسگرها باعث نویز و عدم قطعیت در تخمین موقعیت می‌شود، که برای کاهش آن از روش‌های ریاضی و سیستم‌های کمکی استفاده می‌شود. برای دست‌یابی به مکان‌یابی مؤثر و دقیق، ترکیب حسگرهای مختلف و استفاده از الگوریتم‌هایی مانند فیلتر کالمن ضروری است.[۲] با گسترش کاربرد ربات‌های متحرک در محیط‌های صنعتی و معدنی، به استفاده از اطلاعات حسگرهای محیطی در کنترل، هدایت، و افزایش خودکارسازی سامانه‌های رباتیک توجه بسیاری شده است.[۳] مبرهنی و همکاران (۲۰۱۴)،[۴] یک سامانه‌ی یکپارچه و هوشمند مبتنی بر داده‌های حسگرهای محیطی برای کنترل و هدایت ربات‌های خودکار و تولید نقشه از محیط معدنی ارائه داده‌اند. در برخی سیستم‌های پیچیده، به‌دلیل عدم امکان نصب حسگر در تمام نواحی سیستم، تخمین و کنترل می‌تواند فقط براساس اندازه‌گیری‌های محدود در مرز یا نقاط قابل‌دسترس انجام شود.

از پژوهش‌های اولیه در زمینه‌ی مکان‌یابی ربات‌های متحرک می‌توان به پژوهش نصیر و وارث (۲۰۱۲)،[۵] اشاره کرد؛ که در آن، روشی برای ترکیب داده‌های حاصل از حسگرهای ژیروسکوپ، شتاب‌سنج، انکودر، و مغناطیس‌سنج به‌منظور تعیین موقعیت ربات متحرک ارائه شده است. مدل خطای هر یک از حسگرها با درنظرگرفتن اثر متقابل آن‌ها تخمین زده شده و فیلتر کالمن برای تخمین موقعیت ربات به‌کار رفته است. به‌منظور اعتبارسنجی نتایج تخمین

استناد به این مقاله:

مالکی کوپائی، سمانه و بزرگ، سیدمحمد، ۱۴۰۵. مکان‌یابی ربات متحرک با ترکیب داده‌های حسگرهای انکودر و قطب‌نما توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته و بی‌بو. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۶۵-۷۷. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68104.1755

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

موقعیت واقعی ربات، از یک دوربین PMD[1] چرخان و یک حسگر اولتراسونیک استفاده شده است. PMD با قابلیت اندازه‌گیری اطلاعات عمق و فاصله به‌عنوان مرجع برای تعیین موقعیت واقعی ربات به‌کار رفته و نتایج حاصل از آن با موقعیت تخمین‌زده‌شده توسط الگوریتم مقایسه شده‌اند. احمد و نامریکا (۲۰۱۳)،[۶] مکان‌یابی ربات متحرک مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF)[2] را با تحلیل ویژگی‌های نوآوری اندازه‌گیری بررسی کرده‌اند. با تحلیل نوآوری اندازه‌گیری و تعیین حدود عدم قطعیت، شرایط لازم برای حفظ تخمین‌های دقیق ارائه شده است. همچنین، تأثیر تبدیل ژاکوبین، کوواریانس حالت اولیه، و نویزهای فرایند و اندازه‌گیری در عملکرد تخمین بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی و تجربی، کارایی روش پیشنهادی را تأیید کرده‌اند.

الخطیب و همکاران (۲۰۱۵)،[۷] سه رویکرد برای تعیین موقعیت ربات را بررسی کرده‌اند. در رویکرد اول، استفاده از انکودر، قطب‌نما و GPS[3]؛ در رویکرد دوم، استفاده از ژیروسکوپ، شتاب‌سنج، و GPS؛ و در رویکرد سوم، از ترکیب تمام حسگرها استفاده شده است. نتایج نشان داده‌اند که روش اول، به‌دلیل خطای تجمعی ناشی از لغزش چرخ‌ها عملکرد ضعیفی دارد؛ در حالی که روش سوم، با ترکیب داده‌های حسگرها دقت بالاتری ارائه داده است. طبق پژوهش محمود و همکاران (۲۰۱۶)،[۸] موقعیت اولیه و جهت‌گیری ربات با استفاده از انکودر تعیین شده و سپس ربات در زاویه‌ی مشخصی قرار گرفته است. دقت فیلتر کالمن و انکودر برای مسافت ۱/۵ متر نشان داده است که استفاده از انکودر، بدون الگوریتم فیلتر کالمن منجر به خطای ۰/۰۲۲ متر شده است. پیاده‌سازی الگوریتم فیلترکالمن، خطای اخیر را به ۰/۰۰۶ متر کاهش داده است. کیان[4] و همکاران (۲۰۱۷)،[۹] یک ربات متحرک چهارچرخ برای حمل‌ونقل مواد در محیط‌های تنگ و گیاهی طراحی کرده‌اند؛ که سیستم کنترلی آن، با ترکیب داده‌های کینکت و انکودرها از طریق فیلتر کالمن، به ناوبری و نقشه‌برداری می‌پردازد. ربات اخیر در حرکت مستقیم دقت بالایی دارد و خطای آن فقط ۱ تا ۴ میلی‌متر است. اما در مسیرهای پیچیده (مانند مستطیل)، دقت آن به شدت کاهش یافته و انحراف ۲۰۷ میلی‌متر نیز مشاهده شده است. این تفاوت قابل‌توجه در دقت نشان می‌دهد که چالش اصلی ربات، حفظ موقعیت دقیق در هنگام تغییر جهت‌هاست.

ناوبری کور[5] از طریق انکودر در ربات‌های چرخ‌دار، یک روش ساده اما کم‌دقت برای تخمین موقعیت است. اشکال اصلی انکودرها، خطاهای لغزش چرخ است، که در طول زمان انباشته می‌شوند. چن و ژانگ[6] (۲۰۱۷)،[۱۰] دو مرحله‌ی کالیبراسیون و یک الگوریتم فازی ارائه کرده‌اند. ابتدا، کالیبراسیون خطای اودومتری برای کاهش خطای ناوبری با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته‌ی تطبیقی انجام شده است، که خطای اودومتری را برای مسیر ۳×۳ متر به ۲۹۵/۰۴۲ میلی‌متر کاهش داده است. در مرحله‌ی بعد، قطب‌نمای الکترونیکی با استفاده از یک سیستم عصبی- فازی تطبیقی (ANFIS)[7] کالیبره شده و زاویه‌ی ربات را با خطای کمتر از ۲ درجه برای الگوریتم فیلتر کالمن فراهم کرده است. درنهایت، الگوریتم فیلتر کالمن توسعه‌یافته‌ی تطبیقی (AEKF)[8]، داده‌های اودومتری و قطب‌نمای الکترونیکی را ترکیب کرده و موقعیت و جهت دقیق ربات را ارائه داده‌اند. پارامتر k، که به نویز فرآیند مرتبط است، به کمک الگوریتم فازی تنظیم می‌شود. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که ترکیب داده‌های اودومتری و قطب‌نمای الکترونیکی باعث افزایش دقت ناوبری شده و این افزایش دقت، دست‌کم ۱۰ برابر بیشتر از زمانی بوده است که فقط از اودومتری استفاده شده است. چاند[9] (۲۰۲۲)،[۱۱] راه‌حلی کم‌هزینه برای کاهش خطای موقعیت‌یابی در یک ربات سه‌چرخه ارائه کرده است. داده‌های قطب‌نما و انکودر با سه روش: ساده، وزنی خطی، و فیلتر کالمن ترکیب شده‌اند. ترکیب‌های مذکور از شتاب و سرعت زاویه‌ای یا واریانس داده‌ها برای تخمین بهینه‌ی زاویه استفاده می‌کنند. با توسعه‌ی یک برنامه‌ی سفارشی در ویژوال استودیو و آزمایش در محیط داخلی، خطای موقعیت‌یابی با موفقیت کاهش یافته است.

عرفانی و همکاران (۲۰۱۹)،[۱۲] از روش‌های دمپستر- شیفر (D.S.)[10] و فیلتر کالمن به‌عنوان دو ابزار اصلی برای ترکیب و پردازش داده‌های حسگرها در مکان‌یابی استفاده کرده‌اند، تا بهترین تخمین موقعیت در شرایط محیطی ناپایدار به‌دست آید. همچنین، با ارائه‌ی یک روش جدید، وزن‌دهی اولیه به حسگرهای GPS و انکودرهای چرخ‌ها براساس قابلیت اطمینان هر یک انجام شده است. روش‌های مذکور در مدل شبیه‌سازی مقایسه و بهترین آن‌ها در هر شرایط انتخاب شده است. علاوه‌بر استخراج معادله‌های هندسی ربات، یک کنترل‌کننده‌ی PID برای کنترل حرکت ربات طراحی و در نرم‌افزار شبیه‌سازی متلب[11] پیاده‌سازی شده است. ارزیابی خطای مکان‌یابی با معیارهای انحراف مطلق میانگین و میانگین مربعات خطا نشان داده است که در نویز گوسی عادی، فیلتر کالمن با خطای میانگین ۲/۵۹٪، عملکرد بهتری نسبت به روش دمپستر- شیفر با ۳/۱۲٪ خطا داشته است. با این حال در مواجهه با نویز غیرگوسی، روش دمپستر- شیفر پایداری بیشتری از خود نشان داده است، در حالی‌که فیلتر کالمن به خطای متوسطی معادل ۱/۴ دست یافته است. ژو[12] و همکاران (۲۰۲۱)،[۱۳] برای رفع عدم قطعیت در نمونه‌برداری حسگرها، سیستمی برای مکان‌یابی ربات متحرک طراحی کرده‌اند، که داده‌های لیدار، قطب‌نما، و انکودر را ترکیب می‌کند. در روش مذکور، خطاهای موقعیت، سرعت، و زاویه‌ی چرخش مدل‌سازی و با فیلتر پاسخ ضربه‌ای محدود توسعه‌یافته[13] ادغام می‌شود. نتایج نشان داده است که روش اخیر نسبت به روش‌های سنتی، حدود ۱۰/۲٪ دقت بیشتری داشته است. روش پیشنهادی سیلا[14] و همکاران (۲۰۲۴)،[۱۴] برای کنترل ردیابی مسیر و تخمین حالت در ربات‌های متحرک چرخ‌دار، شامل ترکیب‌های کنترل تطبیقی غیرمستقیم PID، شبکه‌ی عصبی، و فیلتر کالمن توسعه‌یافته‌ی گسسته است. شبکه‌ی عصبی برای شناسایی دینامیک سیستم و تنظیم ضرایب PID استفاده شده است. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که روش شبکه‌ی عصبی دقت بیشتری نسبت به روش‌های سنتی، مانند: کنترل تطبیقی، کنترل PID تطبیقی، و کنترل پس‌گام (BSC)[15] دارد و مزایای آن، شامل:

[1] Photon Mixed Device
[2] Extended Kalman Filter
[3] Global Positioning System
[4] Qian
[5] Dead-reckoning
[6] Chen & Zhang
[7] ANFIS
[8] AEKF
[9] Chand
[10] Dempster-Shafer
[11] Simulink
[12] Xu
[13] Extended Finite Impulse Response
[14] Silaa
[15] Back Stepping Control

دقت بالا، انطباق‌پذیری با محیط‌های پویا، و کارایی محاسباتی است. دومبیا و چنگ[16] (۲۰۲۰)،[۱۵] یک روشی ترکیبی برای بهبود تخمین وضعیت و مکان‌یابی ربات متحرک چهارچرخ ارائه کرده‌اند؛ که در آن، داده‌های اسکنر لیزری و واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU) با هم ترکیب شده‌اند تا دقت موقعیت و جهت‌گیری افزایش یابد. سیستم مذکور شامل دو زیرسیستم ناوبری: یکی بر پایه‌ی الگوریتم ناوبری جدید و داده‌های اسکنر لیزری؛ و دومین زیرسیستم، مبتنی بر یک واحد اندازه‌گیری اینرسی بوده است، که داده‌های مربوط به شتاب و چرخش را ارائه می‌کرده است. با محاسبه و اصلاح خطاهای تخمین، عملکرد ربات بهبود یافته است. نتایج شبیه‌سازی و آزمایش واقعی نشان داده‌اند که روش پیشنهادی نسبت به روش‌های مرسوم، دقت و پایداری بیشتری در تخمین وضعیت ربات داشته است. هدف از پژوهش اخیر، ترکیب داده‌های حسگرهای AHRS[17] و انکودرها برای دستیابی به تشخیص موقعیت یک ربات متحرک و کاهش خطاهای جمع‌شونده دو حسگر ذکرشده بوده است. بریگادنوف[18] و همکاران (۲۰۲۳)،[۱۶] روشی برای موقعیت‌یابی ربات‌های متحرک در محیط‌های فاقد GNSS ارائه کرده‌اند، که با ترکیب داده‌های IMU، قطب‌نما، و انکودر و استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته‌ی حالت خطا[19] عمل می‌کند. شبیه‌سازی در ROS و Gazebo نشان می‌دهد که دقت موقعیت‌یابی الگوریتم مذکور مشابه EKF و UKF[20] بوده و مقاومت بیشتری در برابر خطاهای سنسورهای کمکی داشته است. هوسین[21] و همکاران (۲۰۲۲)،[۱۷] روشی مبتنی بر EKF برای موقعیت‌یابی ربات‌های متحرک با ترکیب اودومتری و LIDAR ارائه کرده‌اند، که دقت آن نسبت به اودومتری ساده، افزایش قابل‌توجهی داشته است. نِمک[22] و همکاران (۲۰۱۹)،[۱۸] روشی برای ترکیب داده‌های اودومتر، ژیروسکوپ، شتاب‌سنج، قطب‌نما، و سیستم موقعیت‌یابی با نشانه‌های بصری ارائه کرده‌اند، که تمام ۶ درجه آزادی ربات را تخمین می‌زند. روش اخیر دقت موقعیت‌یابی را به‌طور قابل‌توجهی نسبت به فقط اودومتر افزایش داده و مقاوم به خطای حسگره بوده است. همچنین، به‌دلیل سادگی اجرا، مناسب پردازش لحظه‌ای روی سخت‌افزار کم‌هزینه است. وو[23] و همکاران (۲۰۱۹)،[۱۹] روشی برای موقعیت‌یابی ربات‌های متحرک در محیط‌های فاقد زیرساخت و بدون ویژگی‌های منحصر به فرد ارائه کرده‌اند، که با ترکیب میدان مغناطیسی و اسکن لیزری، موقعیت اولیه‌ی ربات را تعیین و سپس آن را دقیق‌تر اصلاح می‌کند. نتایج آزمایش‌ها نشان‌دهنده‌ی موفقیت ٪۸۸ در تعیین موقعیت و بهبود قابل‌توجه دقت و پایداری الگوریتم بوده است. تران[24] و همکاران (۲۰۲۲)،[۲۰] یک روش مکان‌یابی ربات متحرک در محیط شناخته‌شده ارائه کرده‌اند، که با ادغام داده‌های دوربین و انکودر با فیلتر کالمن توسعه‌یافته، موقعیت و جهت ربات را اصلاح می‌کند. نتایج آزمایش‌ها نشان داده است که روش مذکور دقت بالایی در هدایت خودکار ربات فراهم کرده است. کاویانی و همکاران (۲۰۱۸)،[۲۱] نیز عملکرد فیلترهای غیرخطی، شامل: فیلتر کالمن توسعه‌یافته، فیلتر کالمن بی‌بو (UKF)، و فیلترهای ذره‌ای را در سامانه‌ی ناوبری تلفیقی INS/GPS ارزیابی کرده و نتایج نشان داده است که اگرچه فیلترهای ذره‌ای در برخی شرایط دقت بالاتری در تخمین موقعیت ارائه می‌کنند، اما فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌دلیل عملیات محاسباتی کمتر، عملکرد پایدار، و قابلیت اجرای بلادرنگ، همچنان یکی از روش‌های پرکاربرد برای تخمین حالت و تلفیق داده‌های حسگرها در سامانه‌های ناوبری محسوب می‌شود. خسروی و همکاران (۲۰۲۰)،[۲۲] با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته، مکان‌یابی تعاملی دو ربات متحرک را بر پایه‌ی داده‌های انکودر و فاصله‌یاب لیزری ارائه کرده و نشان داده‌اند که بهره‌گیری از اطلاعات نسبی بین ربات‌ها، موجب بهبود دقت تخمین موقعیت می‌شود. با این حال، روش اخیر به حضور همزمان چند ربات، تبادل اطلاعات بین آن‌ها، و استفاده از حسگر فاصله‌یاب لیزری وابسته بوده است؛ بنابراین، کاربرد آن در سامانه‌های تک‌رباته یا سامانه‌هایی با سخت‌افزار محدود با چالش مواجه می‌شود. در مقابل، این پژوهش بر مکان‌یابی یک ربات متحرک با تلفیق داده‌های انکودر و قطب‌نما توسط فیلتر کالمن توسعه‌یافته تمرکز داشته است، که بدون نیاز به حسگرهای خارجی یا همکاری چند ربات، دقت تخمین موقعیت را بهبود بخشیده است. فاریـنا[25] و همکاران (۲۰۲۳)،[۲۳] با مقایسه‌ی EKF و UKF در مکان‌یابی یک ویلچر خودران مبتنی بر ترکیب داده‌های انکودر چرخ، IMU، و LiDAR نشان داده‌اند که UKF در مدل‌های غیرخطی دقت بیشتری نسبت به EKF داشته است؛ در حالی که در مدل‌های نزدیک به خطی، عملکرد دو فیلتر بسیار مشابه بوده است؛ هر چند UKF به زمان محاسباتی بیشتری نیاز دارد.

با وجود پیشرفت‌های حاصل‌شده در پژوهش‌های پیشین، بسیاری از روش‌های ارائه‌شده به استفاده از حسگرهای متعدد، الگوریتم‌های پیچیده یا هزینه‌ی محاسباتی بالا وابسته بوده‌اند. در پژوهش حاضر، با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته، داده‌های انکودر، و قطب‌نما برای مکان‌یابی یک ربات متحرک تلفیق شده‌اند. نتایج آزمایش‌ها نشان داده است که روش پیشنهادی ضمن کاهش خطاهای تجمعی انکودر، دقت تخمین موقعیت را نسبت به استفاده از انکودر به‌تنهایی بهبود بخشیده و با بهره‌گیری از تعداد محدودی حسگر، راهکاری ساده و کارآمد برای مکان‌یابی ربات متحرک ارائه کرده است.

پروژه‌ی مذکور روی ربات سیار آزمایشگاه مکاترونیک دانشگاه یزد، که مجهز به حسگرهای انکودر و AHRS است، انجام و نتایج آن ارائه شده است. برای ترکیب داده‌های حسگرهای اخیر، فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده و داده‌های قطب‌نمای حسگر AHRS با داده‌های انکودرها ترکیب و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. نرم‌افزار استفاده‌شده برای شبیه‌سازی ربات و پیاده‌سازی فیلترکالمن، نرم‌افزار متلب بوده است. برای گرفتن داده‌های حسگرها و پردازش آن‌ها، از میکروکنترلر آردوییـنو استفاده شده است. آنچه پژوهش حاضر را متمایز می‌سازد، استفاده از ترکیب AHRS و انکودر با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته، برای بهبود دقت مکان‌یابی ربات است.

۲. مدل‌سازی ربات و روش‌های ترکیب اطلاعات

در پژوهش حاضر، از مدل سینماتیکی ربات برای توصیف حرکت استفاده شده است، زیرا هدف اصلی، مکان‌یابی ربات با استفاده از تلفیق داده‌های انکودر و قطب‌نما بوده است. از آنجا که آزمایش‌ها در محیط داخلی، با سرعت پایین و شتاب‌های نسبتاً کم انجام شده‌اند، اثر نیروهای دینامیکی، اینرسی، و لغزش چرخ‌ها در مقایسه با خطاهای اندازه‌گیری حسگرها ناچیز در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، مدل سینماتیکی با وجود سادگی قادر است دقت لازم را برای

16 Doumbia & Cheng
17 Attitude and Heading Reference System
18 Brigadnov
19 Error-state Extended Kalman Filter
20 Unscented Kalman Filter
21 Housein
22 Nemec
23 Wu
24 Tran
25 Fariña

تخمین موقعیت و جهت‌گیری ربات فراهم سازد و در عین حال، پیچیدگی محاسباتی الگوریتم را کاهش دهد. همچنین لغزش چرخ‌ها به‌طورصریح مدل‌سازی نشده و اثر آن به‌عنوان بخشی از نویز فرآیند در ماتریس Q در نظر گرفته شده است. ابتدا موقعیت x، y، و زاویه‌ی چرخش چرخ‌ها با استفاده از داده‌های انکودرها به‌دست آمده است؛ که با محاسبه‌ی تغییرات نسبی انکودرها تخمین زده شده‌اند و موقعیت لحظه‌ای ربات تعیین شده است. زاویه‌ی اولیه‌ی θ ربات ابتدا از CMPS۱۴ اندازه‌گیری و مقدار اولیه‌ی زاویه در مدل مکان‌یابی براساس اندازه‌گیری، مقداردهی اولیه شده است. سپس تغییرات زاویه‌ی ربات از اختلاف حرکت دو چرخ محرک محاسبه و با زاویه‌ی اولیه‌ی قطب‌نما جمع شده است. این ترکیب زاویه‌ای به‌منظور مقایسه و تطبیق داده‌های قطب‌نما و انکودر انجام شده است، تا بتوان از اطلاعات اخیر برای بروزرسانی دقیق‌تر موقعیت و جهت‌گیری ربات بهره برد. داده‌های انکودر به‌عنوان مدل اصلی برای تخمین موقعیت و جهت‌گیری ربات استفاده شده‌اند. زاویه‌ی به‌دست‌آمده از قطب‌نما نیز به‌عنوان مدل شاهد استفاده شده است. قطب‌نما، زاویه‌ی ربات را نسبت به قطب شمال جغرافیایی ارائه داده است. در ادامه، موقعیت به‌دست‌آمده از انکودر برای هدایت ربات در مسیرهای تعیین‌شده با موقعیت تخمین زده‌شده از فیلتر کالمن مقایسه شده‌اند. کنترل سرعت چرخ‌ها توسط یک کنترل‌کننده‌ی PID پیاده‌سازی‌شده در آردوینو انجام شده است؛ در حالی که تمرکز پژوهش حاضر بر الگوریتم مکان‌یابی بوده است. کنترلر PID از داده‌های انکودر برای تصحیح مسیر استفاده می‌کند. برای افزایش دقت تخمین موقعیت و کاهش اثر نویز، از فیلتر کالمن غیرخطی توسعه‌یافته استفاده شده است. در الگوریتم اخیر، داده‌های انکودر به‌عنوان ورودی مدل سیستم بوده و زاویه‌های به‌دست‌آمده از حسگر قطب‌نما به‌عنوان مشاهدات اضافه شده‌اند. ترکیب داده‌های مذکور منجر به تخمین دقیقی از موقعیت x، y و زاویه‌ی θ ربات شده است.

۱.۲. ساختار و مشخصات ربات متحرک

در شکل ۱، نمایی از ربات آزمایش‌شده در پژوهش حاضر مشاهده می‌شود. ربات از دو چرخ جلو برای کنترل مسیر حرکت خود استفاده کرده و دو چرخ هرزگرد در قسمت عقب ربات برای حفظ تعادل نصب شده‌اند. هر کدام از چرخ‌های جلو به یک موتور و انکودر افزایشی متصل بوده و توسط درایور ۴۹ MD راه‌اندازی شده‌اند. در پژوهش حاضر، از داده‌های قطب‌نمای AHRS برای تعیین زاویه‌ی ربات نسبت به قطب شمال مغناطیسی استفاده شده است.

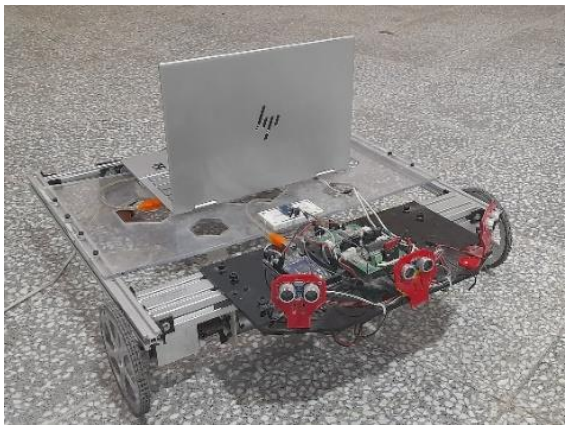


Figure 1. Overall view of the indoor mobile robot hardware.

شکل ۱. نمای کلی از سخت‌افزار ربات متحرک داخل سالنی.

فاصله‌ی بین دو چرخ محرک ربات برابر با ۵۶ سانتی‌متر و شعاع هر چرخ برابر با ۵/۳ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است. پارامترهای ذکرشده در مدل سینماتیکی ربات و محاسبه‌ی سرعت خطی، سرعت زاویه‌ای، و بروزرسانی موقعیت استفاده شده‌اند.

ماژول CMPS ۱۴، شامل: شتاب‌سنج، ژیروسکوپ، و قطب‌نماست، که در مرکز ربات نصب شده است. اگرچه ماژول CMPS ۱۴، شامل چندین حسگر داخلی است، در پژوهش حاضر فقط اطلاعات زاویه‌ی حاصل از قطب‌نما استفاده شده است؛ که آن‌ها به‌عنوان مدل شاهد در الگوریتم فیلتر کالمن غیرخطی توسعه‌یافته ترکیب شده‌اند، تا دقت تخمین موقعیت و جهت ربات افزایش یابد.

۲.۲. مدل سینماتیکی ربات

موقعیت ربات و زاویه‌ی چرخش ربات به‌طورپیوسته از طریق داده‌های انکودر و قطب‌نما بروزرسانی شده است. چرخ‌های جلو می‌توانند مستقلاً سرعت‌های مختلفی داشته باشند و باعث حرکت ربات در جهت دلخواه شوند. ورودی کنترلی ربات، سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای است که هر لحظه از انکودر دریافت می‌شود. سرعت ربات از متوسط سرعت‌های چرخ‌های چپ و راست محاسبه می‌شود. سرعت چرخ‌ها با استفاده از تغییرات شمارش انکودرها مطابق رابطه‌ی ۱ محاسبه می‌شود:

$$v_{robot} = \frac{\Delta P_L + \Delta P_R}{\Omega.\Delta t}.\pi R \qquad (1)$$

که در آن، ΔP_L و ΔP_L به‌ترتیب تغییرات شمارش انکودر چرخ راست و چرخ چپ هستند، که واحد آن‌ها پالس است. تعداد پالس‌های انکودر در هر دور کامل بر حسب پالس/دور، و R شعاع چرخ برحسب متر است. همچنین، Δt تغییرات زمان برحسب ثانیه است. با توجه به معادله‌ی اخیر، سرعت ربات v_{robot} بر حسب متر بر ثانیه است.

همچنین تغییر زاویه‌ی ربات از طریق تفاوت تغییرات شمارش انکودر چرخ‌های چپ و راست و با استفاده از فاصله‌ی بین چرخ‌ها مطابق معادله‌ی ۲ محاسبه می‌شود:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta P_L - \Delta P_R}{\Omega.L}.2\pi R \qquad (2)$$

که در آن، L فاصله‌ی بین چرخ‌های محرک است. پس از محاسبه‌ی سرعت کل ربات و تغییرات زاویه، موقعیت ربات در مختصات x، y ، و زاویه‌ی θ بروزرسانی می‌شود. معادله‌های حرکت ربات از داده‌های انکودر مطابق روابط ۳ الی ۵ بروزرسانی می‌شوند:

$$x_{k+1} = x_k + v_{robot}.\cos\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right)dt \qquad (3)$$

$$y_{k+1} = y_k + v_{robot}.\sin\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right)dt \qquad (4)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta \qquad (5)$$

که در آن‌ها، x_k و x_k مختصات موقعیت در لحظه‌ی k، و θ_k زاویه‌ی ربات در لحظه‌ی k هستند. روابط اخیر، مدل سینماتیکی مستقیم[۲۶] ربات متحرک را تشکیل می‌دهند.

[26] Forward Kinematic Model

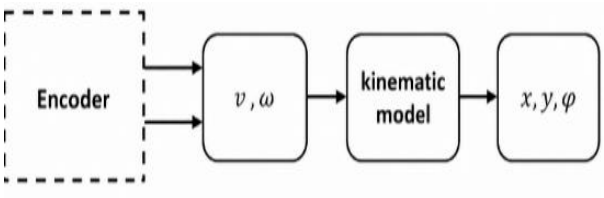


Figure 2. Robot localization process based on encoder data.

شکل ۲. فرایند تعیین موقعیت ربات با استفاده از اطلاعات انکودر.

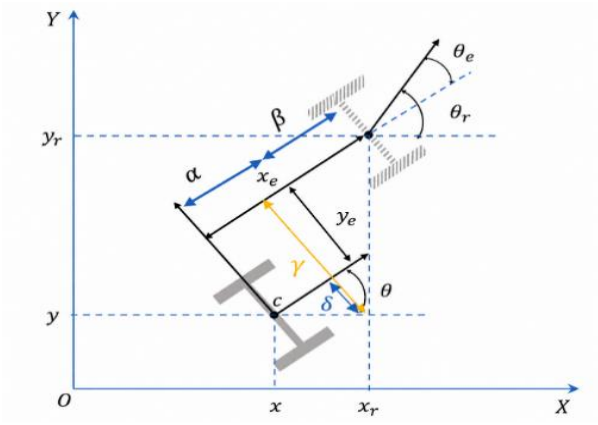


Figure 3. Path tracking error in the mobile robot.[12]

شکل ۳. خطای دنبال‌کردن مسیر در ربات متحرک.[۱۲]

همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، موقعیت ربات با استفاده از اطلاعات حسگر انکودر محاسبه شده است. ربات، سرعت خطی v و سرعت زاویه‌ای ωرا از داده‌های انکودر استخراج می‌کند و آن‌ها را در مدل سینماتیکی ربات به‌کار می‌گیرد. سپس مختصات x، y، و زاویه‌ی جهت‌گیری θ در دستگاه مختصات جهانی بروزرسانی می‌شوند.

۳.۲. هدایت ربات و ردیابی مسیر مرجع

همان‌طور که در شکل۳ مشاهده می‌شود، ربات متحرک از یک چارچوب صلب و چرخ‌های غیرقابل‌تغییرشکل تشکیل و در یک صفحه‌ی افقی دو بُعدی، که توسط چارچوب مختصات جهانی(O,X,Y) تعریف شده است، حرکت می‌کند. پیکربندی ربات توسط یک بردار مختصات نشان‌داده‌شده با $q = [x, y, \theta]$، توصیف شده است. در پژوهش حاضر، x و y مختصات موقعیت مرکز ربات در چارچوب مختصات ثابت OXY است، در حالی که θ زاویه‌ی جهت‌گیری را نشان می‌دهد.

پس از تخمین موقعیت ربات، مسیر مرجع[۲۷] برای هدایت آن تعریف می‌شود؛ که به‌عنوان مبنای مقایسه با مسیر واقعی ربات در نظر گرفته شده و برای حل مسئله‌ی ردیابی مسیر استفاده شده است. مسیر مرجع به‌صورت رابطه‌ی ۶ تعریف می‌شود:[۱۲]

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_r\\ \dot{y}_r\\ \dot{\theta}_r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v.\cos\theta_r\\ v.\sin\theta_r\\ \omega_r\end{bmatrix} \tag{6}$$

که در آن، مختصات خطا توسط مختصات جهانی به‌صورت رابطه‌ی ۷ بیان می‌شوند:[۱۲]

$$q_d - q = \begin{bmatrix}x_r - x\\ y_r - y\\ \omega_r - \omega\end{bmatrix} \tag{7}$$

از دیدگاه مختصات متحرک، مختصات خطا تحت یک تبدیل قرار می‌گیرند و نتایج به صورت رابطه‌ی ۸ حاصل می‌شوند:[۱۰]

$$\begin{bmatrix}x_e\\ y_e\\ \theta_e\end{bmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}x_r - x\\ y_r - y\\ \theta_r - \theta\end{bmatrix} \tag{8}$$

برای تعیین جهت مطلوب حرکت ربات به سمت نقطه‌ی هدف، زاویه‌ی بین موقعیت فعلی و هدف در مختصات محلی به‌صورت رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$\theta_r = \operatorname{atan}2(y - y_e, x - x_e) \tag{9}$$

ربات پس از رسیدن به هر نقطه‌ی هدف، به نقطه‌ی بعدی حرکت می‌کند. این فرایند با یک شمارنده، کنترل می‌شود. فاصله‌ی بین موقعیت فعلی ربات و نقطه‌ی هدف نیز با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:

$$d = \sqrt{(x - x_e)^2 + (y - y_e)^2} \tag{10}$$

اگر مقدار d از آستانه‌ی تعیین‌شده کمتر باشد، ربات نقطه‌ی هدف را طی‌شده تلقی می‌کند و به نقطه‌ی مرجع بعدی می‌رود.

۴.۲. الگوریتم ترکیب داده‌ها با فیلتر کالمن توسعه‌یافته

در پژوهش حاضر، فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) برای تخمین وضعیت غیرخطی ربات متحرک، شامل موقعیت دو بُعدی و زاویه‌ی جهت‌گیری استفاده‌شده قرار گرفته است. بردار حالت سیستم به صورت رابطه‌ی ۱۱ تعریف می‌شود:

$$x = \begin{bmatrix}x & y & \theta\end{bmatrix}^T \tag{11}$$

مدل دینامیکی سیستم براساس داده‌های انکودر و سرعت خطی و زاویه‌ای ربات به‌صورت رابطه‌ی غیرخطی ۱۲ بیان می‌شود:

$$f(x_k, u_k) = \begin{bmatrix}x_{k-1} + v_k \cos(\theta_{k-1})\Delta t\\ y_{k-1} + v_k \sin(\theta_{k-1})\Delta t\\ \theta_{k-1} + \omega_k \Delta t\end{bmatrix} + w_k \tag{12}$$

که در آن، v_k و ω_k به ترتیب سرعت خطی و زاویه‌ای استخراج‌شده از انکودرها هستند و w_k نویز فرآیند با توزیع گاوسی و کوواریانس Q است.

مدل اندازه‌گیری فقط شامل زاویه‌ی ربات از قطب‌نماست و به صورت روابط ۱۳ و ۱۴ تعریف می‌شود:

$$h(x_k) = \theta_k \tag{13}$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \tag{14}$$

که در آن‌ها، v_k نویز اندازه‌گیری با کوواریانس R است.

برای اعمال EKF، ژاکوبین مدل فرآیند به‌صورت رابطه‌ی ۱۵ محاسبه می‌شود:

[27] Reference Trajectory

$$F=\frac{\partial f}{\partial x}=\begin{bmatrix}1 & 0 & -v\sin\theta\Delta t\\ 0 & 1 & v_k\cos\theta\,\Delta t\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (15)$$

و ژاکوبین مدل اندازه‌گیری مطابق رابطه‌ی ۱۶ است:

$$H=\frac{\partial h}{\partial x}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (16)$$

الگوریتم EKF در دو مرحله، پیش‌بینی و بروزرسانی اجرا می‌شود:

- **مرحله‌ی پیش‌بینی**، مطابق روابط ۱۷ و ۱۸:

$$\hat{x}_k^- = f\left(\hat{x}_{k-1}^+, u\right) \quad (17)$$

$$P_k^- = F_{k-1}P_{k-1}^+F_{k-1}^T + Q_{k-1}\Delta t \quad (18)$$

- **مرحله‌ی بروزرسانی**، مطابق روابط ۱۹ الی ۲۱:

$$k_k = P_k^-.H^T\left(HP_k^-.H^T + R_k\right)^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + k_k\left(z_k - H\hat{x}_k^-\right) \quad (20)$$

$$P_k^+ = \left(I - K_kH\right)P_k^- \quad (21)$$

در پژوهش حاضر، ماتریس R براساس مشخصات حسگر قطب‌نمای CMPS۱۴ و ماتریس Q براساس واریانس تجربی سرعت‌های استخراج‌شده از انکودرها تعیین شده است. همچنین ماتریس کوواریانس اولیه (P_0) به‌صورت قطری با مقادیر بزرگ انتخاب شده است، تا عدم قطعیت اولیه در تخمین حالت‌ها لحاظ شود.

در شکل ۴، بلوک دیاگرام ساختار سیستم پیشنهادی مشاهده می‌شود.

در معادله‌های فیلتر کالمن توسعه‌یافته، نمادهای استفاده‌شده به این شرح هستند:

$\hat{x}_k^-$: بردار حالت پیش‌بینی‌شده،

$\hat{x}_k^+$: بردار حالت بروزرسانی‌شده،

P_k^-: کوواریانس پیش‌بینی،

$f(x_k, u_k)$: تابع غیرخطی مدل حرکت،

$h(x_k)$: تابع مدل اندازه‌گیری،

z_k: بردار اندازه‌گیری،

v_k: نویز اندازه‌گیری.

برای پیاده‌سازی فیلتر کالمن توسعه‌یافته، لازم است ماتریس‌های کوواریانس نویز فرایند Q و نویز اندازه‌گیری R تعیین شوند. در پژوهش حاضر، مقدار اولیه‌ی ماتریس R براساس مشخصات فنی حسگر قطب‌نمای CMPS ۱۴ تعیین شده است. با توجه به اینکه وضوح اندازه‌گیری زاویه‌ی حسگر اخیر برابر با ۰/۱ درجه معادل ۰/۰۰۱۷۵ رادیان است، واریانس نویز اندازه‌گیری از رابطه‌ی ۲۲ محاسبه شده است:

$$\sigma_v^2 = (0.00175)^2 = 7.615\times10^{-7}\,rad^2 \quad (22)$$

بنابراین ماتریس نویز اندازه‌گیری به‌صورت رابطه‌ی ۲۳ در نظر گرفته شده است:

$$R = 7.615\times10^{-7}\,rad^2 \quad (23)$$

که در مطالعه‌ی حاضر، به‌صورت یک مقدار اسکالر (برای اندازه‌گیری زاویه‌ی قطب‌نما) مدل‌سازی شده است.

برای تعیین ماتریس نویز فرایند، ابتدا تغییرات سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای حاصل از انکودر در چند آزمایش اندازه‌گیری و واریانس آن‌ها محاسبه شده است. با درنظرگرفتن زمان نمونه‌برداری $\Delta t = ۰/۱۶۴$ ثانیه، واریانس نویزهای موقعیت و زاویه از روابط ۲۴ و ۲۵ به‌دست آمده است:

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_V^2\Delta t^2 \quad (24)$$

$$\sigma_\theta^2 = \sigma_\omega^2\Delta t^2 \quad (25)$$

براساس محاسبات انجام‌شده، ماتریس نویز فرایند به‌صورت رابطه‌ی ۲۶ مقداردهی اولیه شده است:

$$Q=\begin{bmatrix}2.69\times10^{-6}\,m^2 & 0 & 0\\ 0 & 2.69\times10^{-6}\,m^2 & 0\\ 0 & 0 & 0.000688\,rad^2\end{bmatrix} \quad (26)$$

مقادیر اخیر برای تمامی آزمایش‌های انجام‌شده در پژوهش حاضر ثابت در نظر گرفته شده و در مراحل پیش‌بینی و بروزرسانی فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌کار رفته‌اند.

۵.۲. الگوریتم ترکیب داده‌ها با فیلتر کالمن بی‌بو

فیلتر کالمن بی‌بو (UKF)، یکی از روش‌های تخمین حالت در سیستم‌های غیرخطی است، که بر پایه‌ی تبدیل بی‌بو و استفاده از نقاط سیگما عمل می‌کند. برخلاف EKF، که مدل غیرخطی را با استفاده از خطی‌سازی مرتبه‌ی اول و ماتریس ژاکوبین تقریب می‌زند، UKF با انتشار نقاط سیگما در مدل غیرخطی، میانگین و کوواریانس حالت را تخمین می‌زند. نقاط مذکور از توزیع حالت قبلی انتخاب و پس از عبور از مدل غیرخطی، میانگین و کوواریانس حالت جدید از روی آن‌ها محاسبه می‌شود.[۲۵]

در روش UKF، برای بردار حالت با بُعد N ، تعداد نقاط سیگما در فرم استاندارد از رابطه‌ی ۲۷ به‌دست می‌آید:

$$N_\sigma = 2n+1 \quad (27)$$

از آنجا که بردار حالت استفاده‌شده در پژوهش حاضر به‌صورت رابطه‌ی ۲۸ تعریف شده است:

$$x=\begin{bmatrix}x & y & \theta\end{bmatrix}^T \quad (28)$$

بُعد بردار حالت برابر با $N=۳$ است؛ بنابراین تعداد نقاط سیگما استفاده‌شده در پژوهش حاضر برابر با ۷ نقطه بوده است؛ که براساس میانگین و ماتریس کوواریانس حالت تولید و سپس از مدل حرکت و مدل اندازه‌گیری عبور داده شده‌اند. پارامترهای اصلی UKF شامل α ، β ، و κ هستند، که به‌ترتیب میزان پراکندگی نقاط سیگما، ویژگی توزیع احتمال، و پارامتر مقیاس را تعیین می‌کنند. پارامتر λ نیز مطابق رابطه‌ی ۲۹ محاسبه می‌شود:

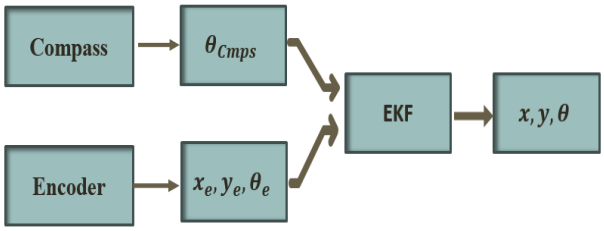


Figure 4. Data fusion diagram of compass and encoder.
شکل ۴. دیاگرام ترکیب داده‌های AHRS و انکودر.

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n \quad (29)$$

در مرحله‌ی پیش‌بینی، نقاط سیگما با استفاده از مدل سینماتیکی مبتنی بر داده‌های انکودر منتشر و در مرحله‌ی بروزرسانی، زاویه‌ی حاصل از قطب‌نما به‌عنوان اندازه‌گیری برای اصلاح تخمین استفاده شده است. از مزایای UKF می‌توان به عدم‌نیاز به محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبین و قابلیت استفاده‌ی مستقیم از مدل غیرخطی اشاره کرد. در پژوهش حاضر، UKF با همان مدل سینماتیکی، داده‌های حسگر، و شرایط اولیه‌ی EKF پیاده‌سازی شده است، تا عملکرد دو روش از نظر دقت مکان‌یابی مستقیماً مقایسه شود.

۳. نتایج پیاده سازی الگوریتم های ناوبری

۱.۳. نتایج به کارگیری روش EKF

در گام نخست، داده‌های حسگرهای انکودر و قطب‌نما توسط نرم‌افزار آردوینو دریافت و سپس به نرم‌افزار متلب ارسال شده است. سپس داده‌های دو حسگر با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته ترکیب و موقعیت و جهت‌گیری ربات تخمین زده شده است. در شکل‌های ۵ و ۶، مسیر تخمین زده‌شده‌ی ربات در یک دوره‌ی زمانی و برای دو مسیر مختلف با سرعت بیشینه‌ی ۰/۱ متر بر ثانیه مشاهده می‌شود. در هر شکل، مسیر قرمز، تخمین موقعیت توسط فیلتر کالمن؛ مسیر آبی، خروجی موقعیت از انکودرها؛ و مسیر سبز، داده‌های ثبت‌شده توسط دوربین OptiTrackDue۱۲۰ را نمایش می‌دهند.

در شکل‌های ۷ و ۸، اختلاف موقعیت تخمین‌زده‌شده توسط انکودر و فیلتر کالمن توسعه‌یافته نسبت به مسیر مرجع ثبت‌شده توسط دوربین برای دو مسیر آزمایشی مشاهده می‌شوند. در پژوهش حاضر، داده‌های دوربین به‌عنوان مرجع برای ارزیابی عملکرد روش‌های مکان‌یابی در نظر گرفته شده‌اند.

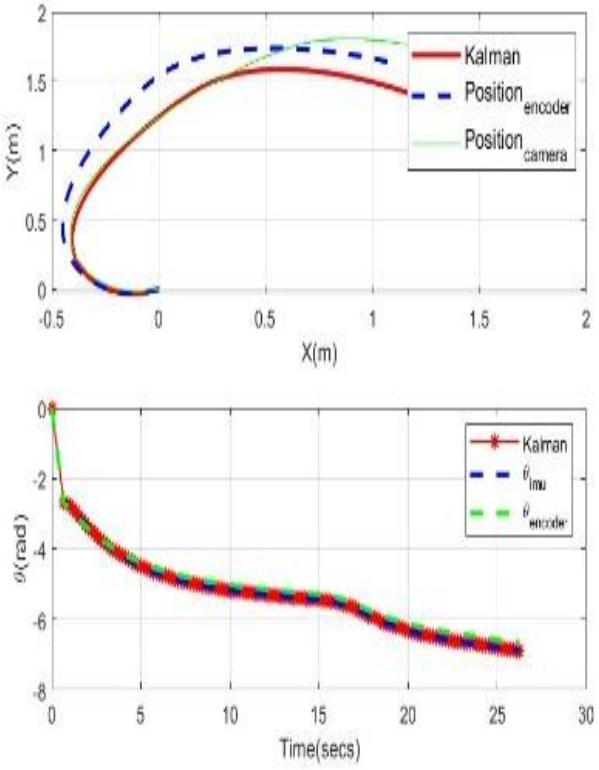


Figure 5. Estimation of robot position and orientation using EKFand encoder for the first trajectory.

شکل ۵. تخمین مسیر توسط دوربین، انکودر، و EKF برای آزمایش اول.

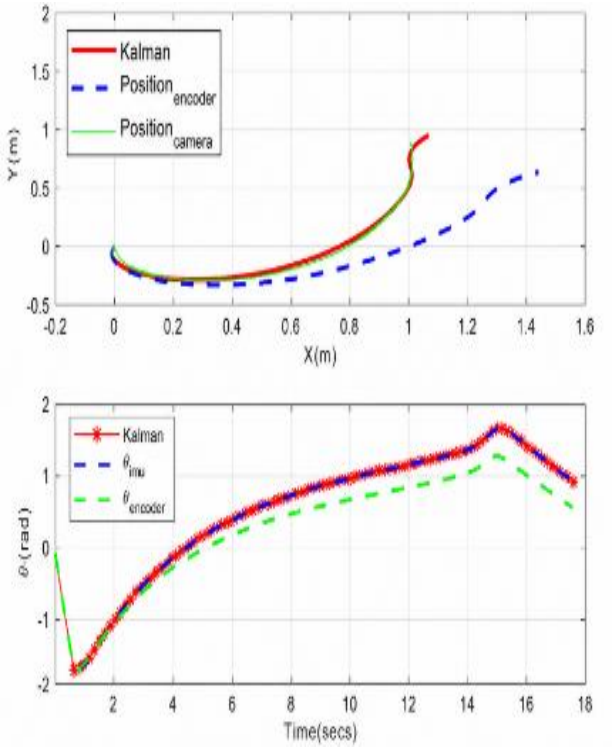


Figure 6. Estimation of robot position and orientation using EKF and encoder for the second trajectory.

شکل ۶. تخمین مسیر توسط دوربین، انکودر، و EKF برای آزمایش دوم.

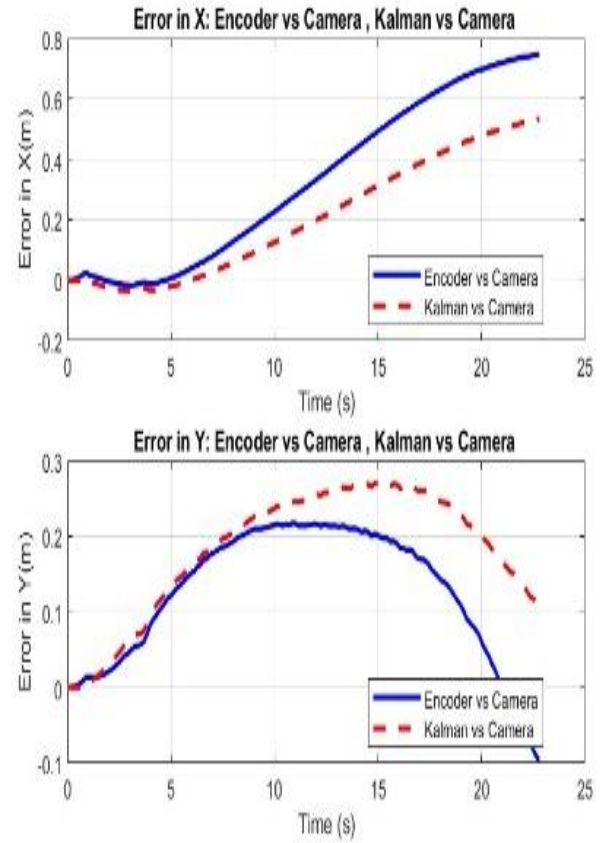


Figure 7. Difference between EKF estimation and camera measurements, and between encoder estimation and camera measurements for the first trajectory.

شکل ۷. مقایسه‌ی خطای تخمین موقعیت بین انکودر و دوربین و EKF و دوربین برای آزمایش اول.

جدول ۱. مقایسه‌ی خطای RMSE روش‌های: Encoder، EKF، و UKF در دو مسیر آزمایشی.

Table 1. RMSE Comparison Between Encoder, EKF and UKF for Two Test Paths.

Path	Method	RMSE X (m)	RMSE Y (m)	RMSE Position (m)	Reduction of Position RMSE (%)
Path 1	Encoder	0.3562	1.1476	1.2016	—
	EKF	0.4035	1.0718	1.1453	4.69
	UKF	0.3902	1.0292	1.1007	8.40
Path 2	Encoder	0.8695	0.2957	0.9184	—
	EKF	0.7318	0.4056	0.8367	8.89
	UKF	0.7078	0.3936	0.8099	11.81

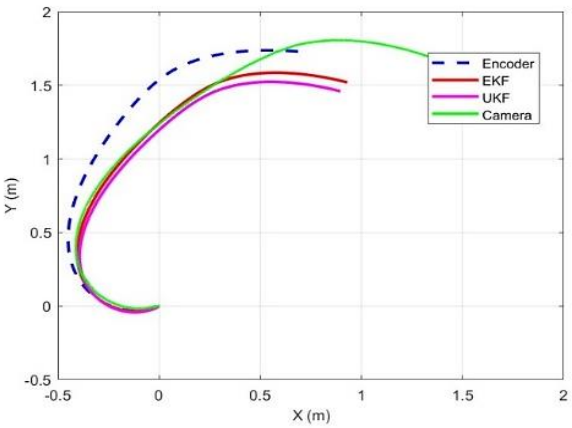


Figure 9. Comparison of the trajectories estimated by the EKF and UKF with the camera-based reference trajectory and the encoder-derived trajectory (Path 1).

شکل ۹. مقایسه‌ی مسیر تخمین‌زده‌شده توسط EKF و UKF با مسیر مرجع دوربین و مسیر حاصل از انکودر (مسیر اول).

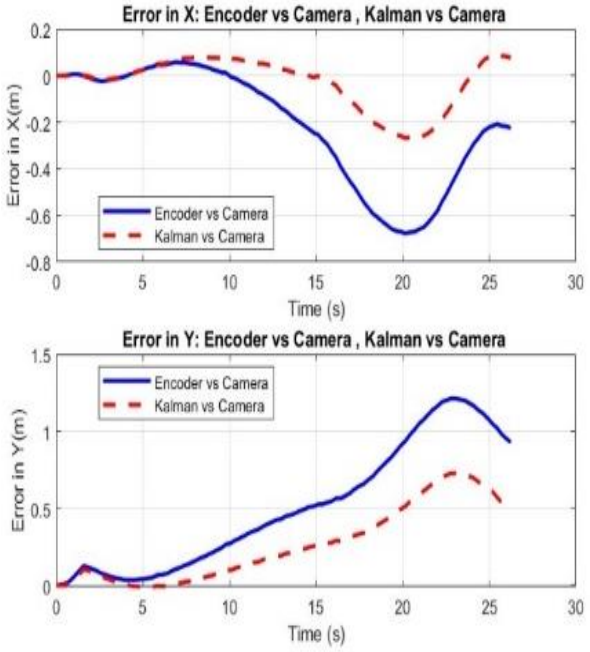


Figure 8. Difference between EKF estimation and camera measurements, and between encoder estimation and camera measurements for the second trajectory.

شکل ۸. مقایسه‌ی خطای تخمین موقعیت بین انکودر و دوربین و EKF و دوربین برای آزمایش دوم.

خطاهای همگام‌سازی بین داده‌های حسگرها و دوربین نسبت داد. در مجموع، نتایج نشان داده‌اند که تلفیق اطلاعات انکودر و قطب‌نما با استفاده از EKF، نسبت به استفاده از فقط انکودر، موجب افزایش دقت و پایداری مکان‌یابی ربات متحرک در محیط داخلی شده است.

۲.۳. مقایسه‌ی روش‌های EKF و UKF

در پژوهش حاضر، به‌منظور ارزیابی عملکرد فیلتر UKF با استفاده از همان مدل سینماتیکی، داده‌های انکودر و قطب‌نمای دیجیتال و شرایط اولیه مشابه EKFپیاده‌سازی شده است. سپس عملکرد دو فیلتر EKF وUKF از نظر دقت تخمین مسیر و خطای مکان‌یابی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

در شکل‌های ۹ و ۱۰، مسیر تخمین‌زده‌شده توسط EKF و UKF همراه با مسیر مرجع ثبت‌شده توسط دوربین و مسیر حاصل از انکودر برای دو مسیر آزمایشی مشاهده می‌شوند؛ که مطابق آن‌ها، هر دو فیلتر نسبت به حالت مبتنی بر فقط انکودر، انطباق بهتری با مسیر مرجع ارائه داده‌اند.

به‌منظور مقایسه‌ی کمّی عملکرد روش‌ها، RMSE در راستاهای X و Y و همچنین خطای کلی موقعیت برای حالت انکودر، EKF و UKF محاسبه شده‌اند. همچنین درصد کاهش خطای کلی موقعیت نسبت به حالت فقط انکودر محاسبه و ارائه شده است. مطابق نتایج جدول ۱، هر دو فیلتر EKF و UKFموجب کاهش خطای کلی موقعیت نسبت به حالت مبتنی بر فقط انکودر در هر دو مسیر آزمایشی شده‌اند. همچنین، مقایسه‌ی نتایج دو فیلتر

برای ارزیابی کمّی دقت تخمین موقعیت، خطای ریشه‌ی میانگین مربعات (RMSE)[۲۸] در راستاهای X و Y و همچنین خطای کلی موقعیت محاسبه شده است. معیار مذکور، میزان انحراف موقعیت تخمین‌زده‌شده‌ی ربات از موقعیت مرجع ثبت‌شده توسط دوربین را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از اعمال EKF و مقایسه‌ی آن با حالت مبتنی بر فقط انکودر در جدول ۱ ارائه شده است.

مطابق نتایج جدول ۱، استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته موجب کاهش خطای کلی موقعیت نسبت به روش مبتنی بر فقط انکودر در هر دو مسیر آزمایشی شده است؛ که نشانگر توانایی EKF در اصلاح آثار ناشی از تجمع خطای انکودر و استفاده‌ی مناسب از اطلاعات حسگر قطب‌نما برای بهبود تخمین موقعیت است.

اختلاف‌های باقی‌مانده میان مسیر تخمین‌زده‌شده و مسیر مرجع را می‌توان به عواملی نظیر: لغزش چرخ‌ها، نویز حسگرها، عدم قطعیت مدل حرکتی، و

[28] Root Mean Square Error

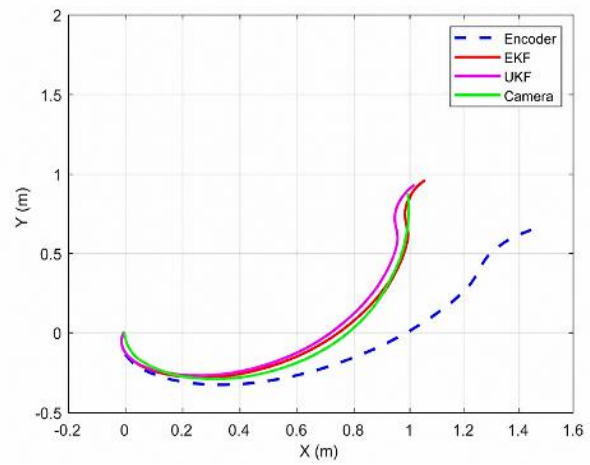


Figure 10. Comparison of the trajectories estimated by the EKF and UKF with the camera-based reference trajectory and the encoder-derived trajectory (Path 2).

شکل ۱۰. مقایسه‌ی مسیر تخمین‌زده‌شده توسط EKF و UKF با مسیر مرجع دوربین و مسیر حاصل از انکودر (مسیر دوم).

مذکور نشان می‌دهد که UKF در هر دو مسیر عملکرد دقیق‌تری نسبت به EKF داشته و کاهش بیشتری در خطای تخمین موقعیت ایجاد کرده است؛ که به دلیل استفاده‌ی UKF از تبدیل بی‌بو و عدم نیاز به خطی‌سازی مدل غیرخطی حاصل شده است، که امکان انتشار دقیق‌تر تخمین موقعیت ربات را فراهم می‌سازد.

۴. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، ترکیب داده‌های حسگرهای انکودر و قطب‌نما در یک ربات متحرک داخل سالنی با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته و فیلتر کالمن بی‌بو انجام شده و نتایج نشان داده است که استفاده از EKF برای تلفیق داده‌های حسگرها، موجب کاهش خطاهای تجمعی ناشی از انکودر و بهبود تخمین موقعیت ربات می‌شود. همچنین، زاویه‌ی جهت‌گیری تخمین‌زده‌شده توسط فیلتر مذکور با اندازه‌گیری‌های قطب‌نما تطابق مناسبی نشان داده است.

به‌منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، مسیر حرکت ربات با استفاده از سیستم تصویربرداری ثبت شده است. در فرآیند اخیر، موقعیت ربات در هر لحظه توسط دوربین استخراج و به‌عنوان مرجع برای مقایسه با تخمین حاصل از فیلتر استفاده شده است. مقایسه‌ی مسیرهای تخمین‌زده‌شده نشان داده است که EKF قادر است با ترکیب اطلاعات انکودر و قطب‌نما، انطباق بهتری نسبت به حالت مبتنی بر فقط انکودر با مسیر مرجع ایجاد کند. با این حال، به‌دلیل وجود خطاهای ناشی از لغزش چرخ‌ها، نویز حسگرها، و عدم قطعیت مدل حرکتی، اختلاف‌هایی میان مسیر تخمین‌زده‌شده و مسیر مرجع در طول حرکت مشاهده شده است.

نتایج ارزیابی کمّی براساس معیار RMSE نشان داده است که استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته موجب کاهش خطای کلی موقعیت نسبت به روش مبتنی بر انکودر در هر دو مسیر آزمایشی شده است. اگرچه در برخی مؤلفه‌های مستقل X و Y افزایش یا کاهش خطا مشاهده شده است، معیار کلی خطای موقعیت بیانگر بهبود عملکرد سیستم مکان‌یابی پس از تلفیق اطلاعات حسگرهاست.

از نظر پیچیدگی محاسباتی، روش پیشنهادی بر یک بردار حالت سه بُعدی شامل مختصات موقعیت و زاویه‌ی جهت‌گیری ربات استوار است. همچنین، ماتریس کوواریانس حالت (P)، ماتریس نویز فرایند (Q)، و ماتریس ژاکوبین مدل حرکت (F) دارای ابعاد ۳×۳ هستند. از آنجا که فقط زاویه‌ی حاصل از قطب‌نما به‌عنوان اندازه‌گیری وارد فیلتر می‌شود، ماتریس اندازه‌گیری (H) دارای ابعاد ۱×۳ و ماتریس نویز اندازه‌گیری (R) به‌صورت یک مقدار اسکالر در نظر گرفته شده است. ساختار کم‌بُعد فیلتر پیشنهادی، هزینه‌ی محاسباتی آن را کاهش داده و امکان پیاده‌سازی بلادرنگ روی سامانه‌های نهفته و ربات‌های متحرک کم‌هزینه را فراهم ساخته است.

به‌منظور بررسی عملکرد روش‌های تخمین غیرخطی، فیلتر کالمن بی‌بو نیز با استفاده از همان مدل سینماتیکی، داده‌های ورودی و شرایط اولیه مشابه پیاده‌سازی شده و نتایج مقایسه‌ای نشان داده است که هر دو فیلتر EKF و UKF موجب کاهش خطای مکان‌یابی نسبت به حالت مبتنی بر فقط انکودر شده‌اند. همچنین، UKF در هر دو مسیر آزمایشی، کاهش بیشتری در خطای کلی موقعیت نسبت به EKF ایجاد کرده است. با توجه به غیرخطی‌بودن مدل حرکت ربات و استفاده از فقط یک اندازه‌گیری زاویه‌ای، اختلاف عملکرد دو روش محدود بوده است؛ با این حال، UKF به‌دلیل عدم نیاز به خطی‌سازی مدل غیرخطی، قابلیت ارائه‌ی تخمین دقیق‌تر در شرایط دارای عدم قطعیت بالاتر را دارد. در مقابل، EKF به‌دلیل ساختار ساده‌تر و هزینه‌ی محاسباتی کمتر، همچنان گزینه‌ای مناسب برای کاربردهای بلادرنگ با منابع محاسباتی محدود محسوب می‌شود.

در پژوهش‌های آینده، استفاده از حسگرهای فاصله‌سنج، مانند لیدار یا دوربین‌های بینایی می‌تواند با فراهم‌کردن اندازه‌گیری‌های مطلق موقعیت، اثر خطاهای تجمعی را کاهش و دقت مکان‌یابی را افزایش دهد.

References - منابع

1. Kheirandish, M., Yazdi, E.A., Mohammadi, H. and Mohammadi, M., 2023. A fault-tolerant sensor fusion in mobile robots using multiple model Kalman filters. *Robotics and Autonomous Systems*, *161*, p.104343. DOI: https://doi.org/10.1016/j.robot.2022.104343

2. Zunaidi, I., Kato, N., Nomura, Y. and Matsui, H., 2006. Positioning system for 4-wheel mobile robot: encoder, gyro and accelerometer data fusion with error model method. *CMU. Journal*, *5* (1), pp. 1–14.

3. Sadeghi Boroujeni, P., Nejat Pishkenari, H., Moradi, H. and Vossoughi, G., 2023. Boundary feedback trajectory tracking control of rigid bodies with interior shallow-water sloshing. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *39* (2), pp. 57–63. DOI: https://doi.org/10.24200/j40.2023.61340.1657

4. Mobarhani, A. and Taghirad, H.D., 2014. Mobile robot semantic mapping using histogram based frontier exploration. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *30* (3), pp. 115–124.

5. Nasir, A.K. and Roth, H., 2012. Pose estimation by multisensor data fusion of wheel encoders, gyroscope, accelerometer and electronic compass. *IFAC Proceedings Volumes*, *45* (4), pp. 49–54. DOI: https://doi.org/10.3182/20120403-3-DE-3010.00068

6. Ahmad, H. and Namerikawa, T., 2013. Extended Kalman filter-based mobile robot localization with intermittent measurements. *Systems Science and Control Engineering*, *1* (1), pp. 113–126. DOI: https://doi.org/10.1080/21642583.2013.864249

7. Al Khatib, E.I., Jaradat, M.A., Abdel-Hafez, M. and Roigari, M., 2015. Multiple sensor fusion for mobile robot localization and navigation using the extended Kalman filter. In 2015 10th International Symposium on Mechatronics and its Applications (ISMA), pp. 1–5. IEEE. DOI: https://doi.org/10.1109/ISMA.2015.7373480

8. Mahmud, M.A., Aman, M.S., Jiang, H., Abdelgawad, A. and Yelamarthi, K., 2016. Kalman filter based indoor mobile robot navigation. *In International Conference on Electrical, Electronics*, and Optimization Techniques (ICEEOT), pp. 1949–1953. IEEE. DOI: https://doi.org/10.1109/ICEEOT.2016.7755029

9. Qian, J., Zi, B., Wang, D., Ma, Y. and Zhang, D., 2017. The design and development of an omni-directional mobile robot oriented to an intelligent manufacturing system. *Sensors*, *17* (9), p. 2073. DOI: https://doi.org/10.3390/s17092073

10. Chen, W. and Zhang, T., 2017. An indoor Chen, W. and Zhang, T., 2017. An indoor mobile robot navigation technique using odometry and electronic compass. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, *14* (3), pp. 1–15. DOI: https://doi.org/10.1177/1729881417711643

11. Chand, P., 2022. Integrating an electronic compass for position tracking on a wheeled tricycle mobile robot. *Drone Systems and Applications*, *10* (1), pp. 179–199. DOI: https://doi.org/10.1139/dsa-2021-0049

12. Erfani, S., Jafari, A. and Hajiahmad, A., 2019. Localization and controlling the mobile robot by sensory data fusion. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, *21* (2), pp. 86–97.

13. Xu, Y., Shmaliy, Y.S., Ma, W., Jiang, X., Shen, T., Bi, S. and Guo, H., 2021. Improving tightly LiDAR/compass/encoder-integrated mobile robot localization with uncertain sampling period utilizing EFIR filter. *Mobile Networks and Applications*, *26* (1), pp. 440–448. DOI: https://doi.org/10.1007/s11036-020-01680-7

14. Silaa, M.Y., Bencherif, A. and Barambones, O., 2024. Indirect adaptive control using neural network and discrete extended Kalman filter for wheeled mobile robot. *Actuators*, *13* (2), p. 51. DOI: https://doi.org/10.3390/act13020051

15. Doumbia, M. and Cheng, X., 2020. State estimation and localization based on sensor fusion for autonomous robots in indoor environment. *Computers*, *9* (4), p. 84. DOI: https://doi.org/10.3390/computers9040084

16. Brigadnov, I., Lutonin, A. and Bogdanova, K., 2023. Error state extended Kalman filter localization for underground mining environments. *Symmetry*, *15* (2), p. 344. DOI: https://doi.org/10.3390/sym15020344

17. Housein, A.A., Xingyu, G., Li, W. and Huang, Y., 2022. Extended Kalman filter sensor fusion in practice for mobile robot localization. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, *13* (2). DOI: https://doi.org/10.14569/IJACSA.2022.0130204

18. Nemec, D., Šimák, V., Janota, A., Hruboš, M. and Bubeníková, E., 2019. Precise localization of the mobile wheeled robot using sensor fusion of odometry, visual artificial landmarks and inertial sensors. *Robotics and Autonomous Systems*, *112*, pp. 168–177. DOI: https://doi.org/10.1016/j.robot.2018.11.019

19. Wu, Z., Wen, M., Peng, G., Tang, X. and Wang, D., 2019. Magnetic-assisted initialization for infrastructure-free mobile robot localization. In 2019 IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), pp. 518–523. IEEE. DOI: https://doi.org/10.1109/CIS-RAM47153.2019.9095809

20. Tran, H.T., Vo, T.C., Tran, D.L., Nguyen, Q.N., Ha, D.M., Pham, Q.N., Le, T.Q., Nguyen, T.K., Do, H.T. and Nguyen, M.T., 2022. Extended Kalman filter (EKF) based localization algorithms for mobile robots utilizing vision and odometry. *In 2022 IEEE 21st Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)*, pp. 91–96. IEEE. DOI: https://doi.org/10.1109/MELECON53508.2022.9843066

21. Kaviani, S., Salarieh, H., Alasty, A. and Abediny, M., 2018. Comparison of nonlinear filtering techniques for inertial sensors error identification in INS/GPS integration. *Scientia Iranica B: Mechanical Engineering*, *25* (3), pp. 1281–1295. DOI: https://doi.org/10.24200/sci.2017.4328

22. Khosravi, N., Khosravi, N. and Bozorg, S.M., 2020. Cooperative localization of two mobile robots using data exchange based on the Kalman filter. *In Proceedings of the 7th International Conference on Mechanical Engineering of Iran (ISME 2020)*, Tehran, Iran, 27–29 May 2020.

23. Fariña, B., Toledo, J. and Acosta, L., 2023. Sensor fusion algorithm selection for an autonomous wheelchair based on EKF/UKF comparison. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, *12* (1), pp. 1–7. DOI: https://doi.org/10.18178/ijmerr.12.1.1-7

24. Wan, E.A. and Van Der Merwe, R., 2000. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No. 00EX373), pp. 153–158. IEEE. DOI: https://doi.org/10.1109/ASSPCC.2000.882463

25. Ullah, I., Shen, Y., Su, X., Esposito, C. and Choi, C., 2019. A localization based on unscented Kalman filter and particle filter localization algorithms. *IEEE access*, *8*, pp.2233-2246. Doi: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2961740

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu



Research Article

Static Bending Analysis of Single-Walled Carbon Nanotubes Using Shell Theory and Nonlocal Elasticity

Mahdi Babakhani and Isa Ahmadi*

Department of Mechanical Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.
* Corresponding author:(i_ahmadi@znu.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 7 February 2026

Revised: 11 August 2026

Accepted: 23 August 2026

Keywords:

Bending of nanotubes,
shell theory,
nonlocal elasticity theory,
generalized differential quadrature method (GDQM),
nanoscale analysis

Abstract

This study investigates the static bending behavior of single-walled carbon nanotubes (SWCNTs) using Love's shell theory combined with Eringen's nonlocal elasticity to properly account for size-dependent effects. The nonlocal model incorporates the influence of neighboring strains on stress, improving the representation of nanoscale behavior. The governing equations are formulated based on Love's shell theory and are solved using the generalized differential quadrature method (GDQM), which Achieves high accuracy using few grid points .The influence of key parameters—including the nonlocal length scale, geometric dimensions, boundary conditions, and loading type—on the bending response is examined. Numerical results are compared with those predicted by classical beam theory. The comparison shows that while both models agree reasonably well for large length-to-radius ratios in the absence of size effects, significant discrepancies arise once nonlocal behavior is considered. The results demonstrate that nonlocal effects reduce the bending stiffness and increase deflection, indicating that beam theory cannot reliably capture the actual bending behavior of CNTs at the nanoscale.

Introduction

Carbon nanotubes (CNTs), owing to their outstanding mechanical, thermal, and electrical properties, have attracted significant attention in applications such as nanosensors, heat-transfer systems, and composite reinforcements. Understanding their mechanical behavior, particularly deformation, vibration, and buckling, is essential for the reliable design of nanoscale devices. Atomistic approaches such as molecular dynamics (MD) provide accurate predictions [1–2], but their high computational cost limits their application to larger nanoscale systems. Molecular structural mechanics, which represents interatomic interactions using equivalent stretching, bending, and torsional springs within a finite element framework, has also been applied to CNT analysis [3–4]. However, continuum mechanics models remain widely used because of their computational efficiency. Classical elasticity cannot adequately capture size-dependent effects, as it assumes that stress at a point depends only on the strain at that point. Eringen's nonlocal elasticity theory [5] addresses this limitation by accounting for the influence of neighboring regions, enabling improved modeling of nanoscale structures. Shell theories also provide a more realistic representation of CNT geometry than beam models, particularly when circumferential and longitudinal stresses are important. Various shell theories, including Love, Donnell, Sanders, and Flügge, have been used to study the vibration, buckling, and instability of CNTs [23–31]. However, studies specifically addressing CNT bending and deflection using nonlocal shell theory remain limited. This motivates the present work, which investigates the bending behavior of single-walled CNTs under various loading and boundary conditions using Love's shell theory combined with Eringen's nonlocal elasticity. The governing equations are solved using the generalized differential quadrature method (GDQM), and the results are compared with beam theory to assess The applicability of the latter in predicting CNT deflection.

To Cite this article:
Babakhani, M. and Ahmadi, I. 2026. Static bending analysis of single walled carbon nanotubes using shell theory and nonlocal elasticity, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 79-93. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68562.1762

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

Methodology

The bending and deflection behavior of single-walled carbon nanotubes (SWCNTs) is modeled using thin shell theory. A schematic representation of the CNT shell model is shown in Fig. 1, where the nanotube has length L, mean radius R, and is described in the cylindrical coordinate system (x, r, θ), with x aligned along the tube axis. The external distributed loads on the surface of cylinder $q_z(x,\theta)$, $q_\theta(x,\theta)$, and $q_x(x,\theta)$ are applied in the radial, circumferential, and axial directions, respectively. The displacement field of the nanotube is represented by the axial, circumferential, and radial components u(x,θ), v(x,θ), and w(x,θ) according to Eq. (1) [32]. Owing to the small wall thickness of CNTs, the radial normal strain εz and transverse shear strains γxz and γθz are neglected. The strain components of the shell are obtained using Eq. (2) [32].

To capture Small-scale (size-dependent) effects, Eringen's nonlocal elasticity theory [5] is employed. The integral form of the nonlocal constitutive relation is given in Eq. (3) [5], where ψ is the nonlocal kernel function, τ is the nonlocal parameter ($\tau=e_0a/L$), and Ω denotes the domain of the structure. This model accounts for the influence of atomic-scale interactions on the continuum response. To avoid the complexity of The integral equations, the differential form of the nonlocal constitutive relation, shown in Eq. (4) [5], is adopted, where $\mu=(e_0a)^2$ represents the small-scale parameter.

This formulation enables efficient incorporation of nonlocal effects into the shell governing equations, which are subsequently solved under various boundary conditions using the generalized differential quadrature method.

Results and Discussion

The dimensionless deflection for the nanotube is defined in Eq. (31).

A sinusoidal axial pressure is applied to the single-walled carbon nanotube as defined in Eq. (36). The effect of the length-to-radius ratio (L/R) on the deflection (w^*) at the midspan (x=L/2, θ=0) is presented in Fig. 3. For μ=0 (black solid line), the shell theory prediction converges to unity as L/R increases, indicating excellent agreement with the classical beam theory ($w^*=1$) for long nanotubes. However, for smaller L/R values, the shell theory predicts significantly larger deflections compared with beam theory, reflecting the limitations of Euler-Bernoulli beam assumptions for short and thick tubes (L/h<10). The influence of the nonlocal parameter μ on w^* is also evident, showing that nonlocal effects reduce the bending stiffness.

The variation of w^* for three different boundary conditions is illustrated in Fig. 4, confirming the influence of the boundary conditions on the bending response. Fig. 5 presents the deflection u_z at θ=0, θ=π/2, and θ=π for varying L/R ratios.

For large L/R, the displacements at θ=0 and θ=π/2 are nearly identical, and u_y approaches zero, indicating that the nanotube cross-section remains approximately circular. Conversely, for small L/R, not only are the displacements unequal, but their signs also differ, leading to a deformation in which the cross-section deviates from circularity: u_y becomes negative, showing contraction along the Y-axis and expansion along the Z-axis.

Conclusion

In this study, a theoretical model combining Love's shell theory with Eringen's nonlocal elasticity is developed to analyze the bending behavior of single-walled carbon nanotubes. To accurately solve the governing differential equations, GDQM is employed. The numerical results obtained from the proposed model indicate that nonlocal effects significantly reduce the bending stiffness of carbon nanotubes, leading to an increase in the predicted deflection. Furthermore, the comparison between the shell model and the beam model shows that, in the absence of size effects, both models exhibit good agreement for large length-to-radius ratios. However, once size effects are taken into account, noticeable discrepancies appear even at high L/R values, and the beam model fails to capture accurately the bending behavior of the nanotube. These findings highlight the necessity of using more refined theories—such as Love's shell theory combined with nonlocal elasticity—when modeling nanoscale structures, particularly for problems involving the deflection analysis of carbon nanotubes.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

تحلیل خمش استاتیکی در نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با استفاده از تئوری پوسته‌ها و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی

مهدی باباخانی و عیسی احمدی *

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران.

*نویسنده مسئول (i_ahmadi@znu.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۱۱/۱۸

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۵/۲۰

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵/۰۶/۰۱

واژگان کلیدی:

خمش استاتیکی نانولوله‌ها، نانولوله‌های تک‌جداره، تئوری پوسته‌ها، تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی، روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی (GDQM).

چکیده

خمش استاتیکی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با استفاده از تئوری پوسته‌ها و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی تحلیل شده است. در نوشتار حاضر، معادله‌های حاکم بر رفتار استاتیکی نانولوله با استفاده از تئوری پوسته‌ی لاو استخراج و شرایط مرزی مناسب در نظر گرفته شده است. حل معادله‌های دیفرانسیل با مشتق‌های جزئی حاصل برای نانولوله، با روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی (GDQM) صورت گرفته و تغییرشکل استاتیکی نانولوله استخراج شده است. در قسمت نتایج عددی، تأثیر پارامترهای مختلف، نظیر: پارامتر غیرموضعی، شرایط مرزی و ابعاد هندسی، و نوع بار وارده در پاسخ خمش نانولوله بررسی شده است. نتایج عددی با نتایج مدل‌سازی نانولوله با تئوری تیرها و اختلاف نتایج دو تئوری در پیش‌بینی خمش به‌وجودآمده در نانولوله مقایسه و مشاهده شده‌اند که درنظرگرفتن آثار غیرموضعی منجر به افزایش خیز پیش‌بینی‌شده برای نانولوله‌ها می‌شود. نتایج عددی نشان داده‌اند که با درنظرگرفتن تئوری غیرموضعی، اختلاف پیش‌بینی تئوری پوسته‌ها با تئوری تیرها حتی برای نانولوله‌های بلند افزایش یافته و اهمیت مدل‌سازی نانولوله‌ها با تئوری پوسته‌ها مشهود شده است.

۱. مقدمه

نانولوله‌های کربنی (CNTs)[1]، به‌دلیل ویژگی‌های مکانیکی، حرارتی، و الکتریکی منحصربه‌فرد خود، مانند استحکام بالا، مدول الاستیسیته‌ی بالا، و پایداری شیمیایی مطلوب در حوزه‌های مختلفی همچون نانوحسگرها، سامانه‌های انتقال حرارت، و تقویت‌کننده‌های کامپوزیت، به آن‌ها توجه شده است. بررسی رفتار مکانیکی سازه‌های نانومقیاس مذکور، به‌ویژه در زمینه‌ی تحلیل تغییرشکل، ارتعاش‌ها و کمانش آن‌ها اهمیت زیادی در طراحی و توسعه‌ی کاربردهای نانوسازه‌های کربنی دارد. یکی از روش‌های قدرتمند برای مدل‌سازی رفتار سازه‌های اخیر، استفاده از تئوری دینامیک مولکولی است.[۱ و ۲] با این حال، استفاده از روش دینامیک مولکولی، مخصوصاً برای سازه‌های بزرگ در مقیاس نانو، نیاز به حجم محاسبه‌ی بسیار بالایی دارد و بعضاً مقرون به صرفه نیست. روش مکانیک مولکولی، که بر مبنای مدل‌کردن برهمکنش‌های بین مولکولی به‌صورت فنرهای کششی، خمشی، و پیچشی و بهره‌گیری از روش المان محدود است، برای مدل‌سازی رفتار نانوساختارها استفاده شده است.[۳ و ۴] با این حال، از مدل‌های بر مبنای مکانیک محیط پیوسته نیز برای مدل‌سازی رفتار سازه‌های مذکور در اندازه‌ی نانو، استفاده‌ی گسترده‌ای صورت گرفته است. ولی به‌علت ابعاد کوچک برهمکنش بین اتمی در مقیاس نانو قابل صرف‌نظر نیست و تئوری کلاسیک الاستیسیته به دلیل نادیده‌گرفتن آثار مقیاس کوچک - که تنش در هر نقطه را تابعی از کرنش در همان نقطه در نظر می‌گیرد- در مدل‌سازی رفتار نانوسازه‌ها محدودیت‌هایی دارد. در این راستا، تئوری‌هایی برای درنظرگرفتن اثر اندازه در تحلیل نانوسازه‌ها با تئوری مکانیک محیط پیوسته ارائه شده است، که تئوری غیرموضعی الاستیسیته، که نخستین بار توسط ارینگن[2] (۱۹۸۳) معرفی شده است،[۵] یکی از مناسب‌ترین رویکردها برای لحاظ‌کردن آثار اندازه‌ای در تحلیل نانوساختارهاست. تئوری اخیر با درنظرگرفتن وابستگی تنش هر نقطه به کرنش در آن نقطه و نقاط مجاور، موجب بهبود دقت نتایج در تحلیل رفتار خمش و ارتعاش نانوتیرها می‌شود.

تئوری تیرها توسط برخی پژوهشگران برای مدل‌سازی اثر اندازه‌ی کوچک استفاده شده است. مخصوصاً در مورد نانولوله‌های کربنی، به‌علت نسبت طول

[1] Carbon Nano Tubes

[2] Eringen

استناد به این مقاله:

باباخانی، مهدی و احمدی، عیسی، ۱۴۰۵. تحلیل خمش استاتیکی در نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با استفاده از تئوری پوسته‌ها و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی . مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۷۹-۹۳. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68562.1762

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۶-۴۷۳۳

به قطر بالا، برای ساده‌سازی فرمول‌بندی از تئوری تیرها در کنار تئوری پوسته‌ها برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی نانولوله‌ها استفاده شده است. در تئوری تیر از تغییرات در راستای محیطی نانولوله صرف‌نظر و فرض می‌شود که نانولوله، یک سازه‌ی یک بُعدی (طولی) است. پژوهش‌های متعددی در زمینه‌ی مدل‌سازی نانولوله‌ها با مدل تیر و با استفاده از تئوری اینگن انجام شده است. ردی[3] (۲۰۰۷)،[۶] ردی و پانگ[4] (۲۰۰۸)،[۷] و آیدوغلو[5] (۲۰۰۹)،[۸] با استفاده از مدل تیرها و تئوری غیرموضعی اینگن، مدل تیر غیرموضعی را برای بررسی رفتار مکانیکی نانولوله‌ها شامل خمش، ارتعاش‌های آزاد، و کمانش ارائه کرده‌اند. پرادهان[6] (۲۰۱۲)،[۹] و الشورباقی[7] و همکاران (۲۰۱۳)،[۱۰] روش المان محدود را برای تحلیل نانولوله‌ها (نانوتیرها) با استفاده از تئوری غیرموضعی تیرها برای بررسی خمش در نانوتیرها ارائه کرده‌اند. پادیکار و پرادهان[8] (۲۰۰۹)،[۱۱] جیوالک و دمیر[9] (۲۰۱۱)،[۱۲] هادی و همکاران (۲۰۱۸)،[۱۳] و ابومندور[10] و همکاران (۲۰۲۲)،[۱۴] از تئوری تیرها و الاستیسیته‌ی غیرموضعی و روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی (GDQM)[11] برای بررسی خمش و ارتعاش‌ها و یا کمانش در نانولوله‌ها استفاده کرده‌اند. نژاد و همکاران (۲۰۱۸)،[۱۵] از فرم انتگرالی تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی و تئوری تیر اویلر- برنولی[12] برای بررسی خمش نانوتیرها استفاده کرده‌اند. نجفی و احمدی (۲۰۲۱ و ۲۰۲۲)،[۱۶ و ۱۷] با استفاده از تئوری غیرموضعی اینگن و یک روش بر مبنای تئوری لایه‌ای، روش جدیدی برای بررسی خمش و ارتعاش‌های نانوتیر با دقت بالاتر ارائه کرده‌اند. کوچکیان‌فرد و علی‌بیگلو (۲۰۲۳)،[۱۸] ارتعاش‌های غیرموضعی نانوتیر دوار با بستر ویسکوالاستیک را با درنظرگرفتن اثر سطحی بررسی کرده‌اند. احمدی و همکاران (۲۰۲۴)،[۱۹] رفتار خمش گذرای نانوتیر را در اثر برخورد نانوذره با روش بدون المان و تئوری غیرموضعی بررسی کرده‌اند. دانش و همکاران (۲۰۲۳)،[۲۰] یک مطالعه‌ی مقایسه‌ای بین روش غیرموضعی انتگرالی تیر تیموشینکو[13] و روش دو بُعدی انتگرالی الاستیسیته‌ی غیرموضعی برای بررسی خمش در نانوسازه انجام داده‌اند. احمدی و همکاران (۲۰۲۵ و ۲۰۱۶)،[۲۱ و ۲۲] از روش بدون المان و تئوری غیرموضعی تیر تیموشینکو برای بررسی کمانش و ارتعاش‌های نانوتیرهای چندگانه استفاده کرده‌اند.

از سوی دیگر، استفاده از تئوری پوسته برای مدل‌سازی نانولوله‌ها به‌دلیل درنظرگرفتن هندسه‌ی واقعی نانولوله و تنش‌های طولی و محیطی نسبت به مدل تیر پیچیده‌تر است و ابزار قدرتمندتری برای مدل‌سازی دقیق‌تر رفتار نانولوله‌ها محسوب می‌شود. همچنین، ترکیب تئوری پوسته با مدل غیرموضعی می‌تواند مدل مناسب‌تری برای درنظرگرفتن آثار هندسه و اندازه‌ی کوچک باشد و در تحلیل نانولوله‌های کربنی نقش مهمی ایفا کند. از آنجا که معمولاً معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر نانولوله‌ها به‌مراتب پیچیده‌تر از معادله‌های حاکم بر تیرها هستند، لذا حل آن‌ها مخصوصاً برای شرایط لبه‌ای مختلف، پیچیدگی‌هایی دارد. برای حل معادله‌های حاکم حاصل از مدل‌های ذکرشده، روش‌های عددی پیشرفته، نظیر روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی کاربرد وسیعی یافته‌اند. روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی به‌دلیل همگرایی سریع و دقت بالا در تقریب مشتق‌ها، گزینه‌ای مناسب برای حل معادله‌های دیفرانسیل پاره‌ای است، که توسط برخی پژوهشگران برای تحلیل نانوسازه‌ها استفاده شده است.

حسینی هاشمی و ایلخانی (۲۰۱۶)،[۲۳] با ترکیب تئوری پوسته‌ی لاو و مدل غیرموضعی، ارتعاش‌های آزاد نانولوله‌های دوار را تحلیل کرده‌اند. ونگ و وارادان[14] (۲۰۰۷)،[۲۴] تئوری پوسته و الاستیسیته‌ی غیرموضعی را در تحلیل انتشار موج در نانولوله‌ها به‌کار برده‌اند. ونگ و یانگ[15] (۲۰۰۶)،[۲۵] از تئوری پوسته‌ها برای بررسی کمانش و ناپایداری نانولوله‌ی دوجداره استفاده کرده‌اند. ونگ و همکاران (۲۰۱۱)،[۲۶] از تئوری پوسته برای بررسی کمانش خمشی نانولوله‌های کربنی چنددیواره استفاده کرده‌اند. شعبان و علی بیگلو (۲۰۱۴)،[۲۷] از تئوری الاستیسیته‌ی سه بُعدی برای بررسی خمش و ارتعاش‌های نانولوله‌ها همراه با تئوری غیرموضعی استفاده کرده‌اند. برخی دیگر از پژوهشگران نیز از تئوری پوسته‌ی دانل یا فلوگه برای بررسی فرکانس‌های طبیعی نانولوله‌ها استفاده کرده‌اند. انصاری و همکاران (۲۰۱۲ و ۲۰۱۶)،[۲۸ و ۲۹] ارتعاش‌های آزاد نانولوله‌ها را با تئوری پوسته‌ی فلوگه بررسی کرده‌اند. سلیم و همکاران (۲۰۲۳)،[۳۰] ارتعاش‌های پیچشی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره با هندسه‌ی نامنظم را با شرایط مرزی تکیه‌گاه الاستیک، با استفاده از تئوری پوسته‌ای فلوگه و رویکرد انتشار موج بررسی کرده‌اند. استروزی[16] و همکاران (۲۰۲۳)،[۳۱] مقایسه‌ای بین سه تئوری کلاسیک پوسته‌ای، شامل تئوری‌های دانل سندرز و فلوگه در ارزیابی فرکانس‌های طبیعی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره انجام داده‌اند.

مرور ادبیات اخیر نشان می‌دهد هر چند که از تئوری تیرها همراه با تئوری غیرموضعی به طورگسترده برای تحلیل خمش و خیز در نانوسازه‌ها و نانولوله‌ها استفاده شده است، اما استفاده از تئوری پوسته‌ها برای بررسی خمش استاتیکی در نانولوله‌ها بسیار محدود و موارد مشاهده‌شده در منابع به‌طورعمده در مورد ارتعاش‌ها و ناپایداری نانولوله‌ها بوده است. استفاده‌ی هم‌زمان از تئوری پوسته‌ی لاو و مدل غیرموضعی الاستیسیته به همراه روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی، ابزاری قدرتمند برای تحلیل رفتار مکانیکی نانولوله‌ها خواهد بود. با وجود پیشرفت‌های قابل‌توجه، هنوز تحلیل جامع خیز و خمش نانولوله‌ها تحت بارگذاری‌های جانبی و شعاعی مختلف، با درنظرگرفتن شرایط مرزی متنوع و آثار مقیاس کوچک، نیازمند پژوهش‌های بیشتری است، که پژوهش حاضر درصدد پُرکردن شکاف پژوهشی مذکور است. در نوشتار حاضر، با استفاده از تئوری پوسته‌های لاو، تحلیل خمش و خیز در نانولوله‌های کربنی تحت بارگذاری‌های مختلف و شرایط مرزی مختلف انجام شده است. برای بررسی اثر اندازه از تئوری غیرموضعی اینگن استفاده شده است. با استفاده از ترکیب تئوری غیرموضعی اینگن و تئوری پوسته‌ی لاو، مدلی برای بررسی خمش نانولوله‌ها ارائه شده است. برای حل معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر مسئله در شرایط مرزی مختلف با توجه به کارایی بالای روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی، از روش اخیر استفاده شده است. معادله‌های دیفرانسیل برای شرایط مرزی مختلف حل و میدان جابجایی نانولوله برای بارگذاری‌های مختلف

[3] Reddy
[4] Reddy & Pang
[5] Aydogdu
[6] Pradhan
[7] Alshorbagy
[8] Phadikar & Pradhan
[9] Civalek & Demir
[10] Abumandour
[11] Generalized Differential Quadrature Method
[12] Euler–Bernoulli beam
[13] Timoshenko beam
[14] Wang & Varadan
[15] Wang & Yang
[16] Strozzi

استخراج شده است. نتایج به‌دست‌آمده برای خیز بیشینه‌ی نانولوله با نتایج حاصل از تئوری تیر مقایسه شده و نشان داده است که در چه محدوده‌ای می‌توان از تئوری تیر برای تحلیل جابجایی و خمش در نانولوله‌ها استفاده کرد. با درنظرگرفتن اثر پارامتر غیرموضعی در راستای طولی و محیطی نانولوله نشان داده شده است که اثر اندازه در تئوری پوسته و تئوری تیر، آثار متفاوتی در پیش‌بینی خمش در نانولوله دارد. بدون درنظرگرفتن اثر اندازه برای L/R های بزرگ، پیش‌بینی تئوری تیر و پوسته برای خیز بیشینه، تطابق بالایی دارد؛ ولی با درنظرگرفتن اثر اندازه حتی برای L/R های بزرگ، پیش‌بینی تئوری پوسته با تئوری تیر انطباق ندارد و لذا با درنظرگرفتن اثر اندازه حتی برای نانولوله‌های بلند انطباق بین پیش‌بینی تئوری پوسته و تیرها وجود ندارد.

۲. مدل‌سازی

برای مدل‌سازی خمش و تغییرشکل نانولوله از تئوری پوسته‌های نازک استفاده شده است. شکل شماتیک پوسته‌ای از نانولوله‌ی کربنی تک‌جداره در شکل ۱ مشاهده می‌شود. طول نانولوله برابر با L، شعاع متوسط آن برابر با R، و محورهای مختصات xrθ برای نانولوله در نظر گرفته شده‌اند، ، که محور x منطبق بر محور نانولوله و r مختصه‌ی شعاعی و θ مختصه‌ی محیطی هستند. همچنین فرض شده است که بارهای خارجی گسترده‌ی $q_z(x,\theta)$، $q_\theta(x,\theta)$ ، و $q_x(x,\theta)$ در راستای شعاعی و محیطی و محوری بر نانولوله وارد می‌شوند. در مدل‌سازی رفتار مکانیکی نانولوله، برای بیان تغییرشکل نانولوله، میدان جابجایی نانولوله در راستای طولی، محیطی، و شعاعی به ترتیب با $\bar{u}$، $\bar{v}$، و $\bar{w}$ مشخص شده‌اند. رابطه‌ی مؤلفه‌های جابجایی پوسته بر حسب مؤلفه‌های مختصات و جابجایی صفحه‌ی میانی به‌صورت رابطه‌ی ۱ بیان می‌شود.[۳۲]

$$\begin{aligned}\bar{u}(x,\theta,z) &= u(x,\theta) - z\,\frac{\partial w}{\partial x}\\ \bar{v}(x,\theta,z) &= v(x,\theta) - z\left(\frac{\partial w}{R\,\partial\theta} + \frac{v}{R}\right)\\ \bar{w}(x,\theta,z) &= w(x,\theta)\end{aligned} \qquad (1)$$

که در آن، $u(x,\theta)$، $v(x,\theta)$، و $w(x,\theta)$ مؤلفه‌های جابجایی صفحه‌ی میانی پوسته هستند. شایان ذکر است که براساس فرضیات استفاده‌شده در مدل پوسته‌ی جدار نازک و به‌علت ضخامت کم جداره‌ی نانولوله، از مؤلفه‌ی کرنش در راستای شعاعی پوسته (ε_z) و کرنش‌های برشی در راستای ضخامت (γ_{xz} و $\gamma_{\theta z}$)، ناچیز در نظر گرفته شده است.

مؤلفه‌های کرنش در پوسته از رابطه‌ی ۲ به‌دست می‌آیند:[۳۲]

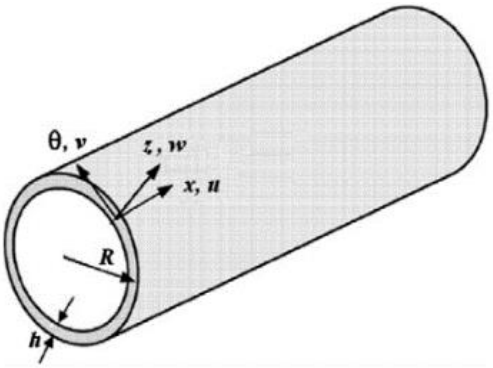


Fig.1. Shell model of a single-walled nanotube.

شکل ۱. مدل پوسته‌ای از یک نانولوله‌ی تک جداره.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} - z\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta} + w\right) - z\,\frac{1}{R^2}\left(-\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2} + \frac{\partial v}{\partial\theta}\right)\\ \gamma_{x\theta} &= \left(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - z\,\frac{1}{R}\left(-\frac{2\partial^2 w}{\partial x\,\partial\theta} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\end{aligned} \qquad (2)$$

در نوشتار حاضر، به‌منظور درنظرگرفتن اثر اندازه‌ی کوچک در مدل‌سازی رفتار نانولوله از تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی،[۵] استفاده شده است. تفاوت اصلی بین تئوری کلاسیک موضعی و تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی در تعریف تنش است. در نظریه‌ی کلاسیک موضعی، بین تنش در یک نقطه و کرنش در همان نقطه، یک تناظر یک به یک برقرار است. بدین معنی که تنش در یک نقطه فقط تابعی منحصربه‌فرد از کرنش در همان نقطه است؛ ولی در تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی، تنش در یک نقطه، تابعی از کرنش در تمام نقاط همسایگی آن نقطه در جسم است. رابطه‌ی ساختاری در تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی به شکل انتگرالی آن به‌صورت رابطه‌ی ۳ است:[۵]

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Omega} \psi\left(|x'-x|,\tau\right) C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}(x')\,dV(x') \qquad (3)$$

که در آن، σ_{ij} مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطه‌ی x، σ_{ij} مؤلفه‌های تانسور کرنش، و C_{ijkl} تانسور خواص ماده (ثوابت الاستیسیته) هستند، و Ψ تابع هسته‌ی غیرموضعی است که میزان تأثیر تنش در نقطه‌ی x را از کرنش نقاط همسایگی آن مشخص می‌کند، و Ω دامنه‌ی جسم موردنظر است، که انتگرال‌گیری بر روی آن انجام می‌شود. همچنین τ پارامتر مشخصه‌ی غیرموضعی است و نقش مهمی در تعیین گستره‌ی تأثیر کرنش یا تنش نقاط اطراف در نقطه‌ی موردنظر دارد. پارامتر τ معمولاً به‌صورت بدون بُعد است و با رابطه‌ی $\tau = e.a/L$ تعریف می‌شود؛ که در آن، e. یک ثابت تجربی بدون بُعد است، که مقدار آن در محدوده‌ی ۰/۳ تا ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. پارامتر a معرف فاصله‌ی بین‌اتمی یا اندازه‌ی ویژگی‌های ساختاری در مقیاس نانو و L نیز طول مشخصه‌ی هندسی جسم است، که ابعاد کلی سازه را در مقیاس ماکرو نمایش می‌دهد. رابطه‌ی اخیر نشان می‌دهد که پاسخ تنشی در یک نقطه، به‌طورجمعی از اطلاعات کرنش در محیط اطراف آن نقطه تأثیر می‌پذیرد، که برخلاف فرض تئوری کلاسیک، به‌طور دقیق‌تری رفتار مواد در مقیاس نانو را مدل‌سازی می‌کند. معمولاً به‌منظور اجتناب از درگیرشدن با معادله‌های انتگرالی، در منابع مختلف از فرم دیفرانسیلی معادله استفاده می‌شود. معادله‌ی ساختاری غیرموضعی در فرم دیفرانسیلی به‌صورت رابطه‌ی ۴ بیان می‌شود:[۵]

$$(1-\mu\nabla^2)\,\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} \qquad (4)$$

که در آن، $\mu = (e.a)^2$ پارامتر اندازه‌ی کوچک در تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی است؛ که برای هر ماده‌ی خاص با استفاده از آزمایش‌های مناسب تعیین می‌شود. با توجه به اینکه از کرنش‌های در راستای ضخامت صرف‌نظر شده است، رابطه‌ی ساختاری برای رابطه‌ی تنش و کرنش در تئوری غیرموضعی براساس رابطه‌ی ۵ نوشته می‌شود.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_\theta\\ \sigma_{x\theta}\end{Bmatrix} - (e_0 a)^2\nabla^2\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_\theta\\ \sigma_{x\theta}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0\\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_\theta\\ \gamma_{x\theta}\end{bmatrix} \qquad (5)$$

که در آن، E مدول یانگ، ν ضریب پواسون، و پارامترهای: σ_x، σ_θ، و $\sigma_{\xi\theta}$

به‌ترتیب تنش عمودی محوری (طولی)، تنش محیطی، و تنش برشی درون صفحه‌ای هستند.

برای استخراج معادله‌های حاکم بر نانولوله از اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل استفاده شده است. با توجه به اینکه از کرنش‌های برون‌صفحه‌ای ε_z، γ_{xz}، و $\gamma_{\theta z}$ صرف‌نظر شده است، انرژی پتانسیل کرنشی پوسته را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۶ بیان کرد.[۳۲]

$$U = \frac{1}{2}\iiint_V (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta}\varepsilon_{\theta\theta} + \sigma_{x\theta}\gamma_{x\theta})dV \tag{6}$$

با جایگذاری روابط تنش و کرنش در رابطه‌ی ۶ و انتگرال‌گیری روی حجم نانولوله، رابطه‌ی ۷ به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\delta U = \int_0^{2\pi}\int_0^{L}\Big\{ & N_{xx}(\frac{\partial \delta u}{\partial x}) + N_{\theta\theta}(\frac{1}{R}\frac{\partial \delta v}{\partial \theta} + \frac{\delta w}{R}) \\ & + N_{x\theta}(\frac{1}{R}\frac{\partial \delta u}{\partial \theta} + \frac{\partial \delta v}{\partial x}) - M_{xx}(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2}) + \\ & + M_{\theta\theta}(-\frac{\partial^2 \delta w}{R^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial \delta v}{R^2 \partial \theta}) \\ & + M_{x\theta}(-\frac{2}{R}\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \theta \partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial \delta v}{\partial x})\Big\} R dx d\theta\end{aligned} \tag{7}$$

که در تئوری پوسته، منتجه‌های تنش استفاده‌شده در رابطه‌ی ۷ براساس مؤلفه‌های تنش به‌صورت رابطه‌ی ۸ تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}(N_{xx}, N_{\theta\theta}, N_{x\theta}) &= \int_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{x\theta})dz \\ (M_{xx}, M_{\theta\theta}, M_{x\theta}) &= \int_{-h/2}^{h/2}(\sigma_{xx}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{x\theta})z dz\end{aligned} \tag{8}$$

کار نیروهای خارجی وارده بر نانولوله از رابطه‌ی ۹ به‌دست می‌آید.

$$W = \int_0^{2\pi}\int_0^{L}(q_r w + q_\theta v + q_x w)R dx d\theta \tag{9}$$

که در آن، پارامترهای: q_r، q_θ، و q_x به‌ترتیب نیروهای خارجی وارد بر نانولوله در راستای شعاعی، محیطی، و طولی هستند. با به‌کاربردن انتگرال‌گیری جزء به جزء برای انرژی پتانسیل کرنشی و با استفاده از اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل کل، معادله‌ی حاکم بر نانولوله بر حسب منتجه‌های تنش به‌صورت رابطه‌ی ۱۰ به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + q_x(x,\theta) = 0 \\ &\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial N_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{R}\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial \theta} + q_\theta(x,\theta) = 0 \\ &\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 M_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} - \frac{N_{\theta\theta}}{R} + q_r(x,\theta) = 0\end{aligned} \tag{10}$$

همچنین شرایط مرزی در لبه‌های نانولوله به‌صورت رابطه‌ی ۱۱ خواهد بود.

$$\begin{aligned}&N_{xx}\delta u = 0 \\ &(N_{x\theta} + \frac{1}{R}M_{x\theta})\delta v = 0 \\ &M_{xx}\delta w_{,x} = 0 \qquad\qquad at\ x = 0\ ,\ x = L \\ &(M_{xx,x} + \frac{2}{R}M_{x\theta,\theta})\delta w = 0\end{aligned} \tag{11}$$

حال برای به‌دست‌آوردن معادله‌های تعادل بر حسب مؤلفه‌های جابجایی، با استفاده از روابط ۵ و ۸، منتجه‌های نیرو بر حسب مؤلفه‌های جابجایی به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ بیان می‌شود.

$$\begin{aligned}&N_{xx} - (e_0 a)^2 \nabla^2 N_{xx} = K\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R})\right) \\ &N_{\theta\theta} - (e_0 a)^2 \nabla^2 N_{\theta\theta} = K\left(\nu\frac{\partial u}{\partial x} + (\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R})\right) \\ &N_{x\theta} - (e_0 a)^2 \nabla^2 N_{x\theta} = K\left(\frac{1-\nu}{2}(\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x})\right) \\ &M_{xx} - (e_0 a)^2 \nabla^2 M_{xx} = D\left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu(\frac{1}{R^2}(-\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta}))\right) \\ &M_{\theta\theta} - (e_0 a)^2 \nabla^2 M_{\theta\theta} = D\left(-\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (\frac{1}{R^2}(-\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta}))\right) \\ &M_{x\theta} - (e_0 a)^2 \nabla^2 M_{x\theta} = D\left(\frac{1-\nu}{2}(\frac{1}{R}(-\frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x}))\right)\end{aligned} \tag{12}$$

که در آن، $K = Eh/(1-\nu^2)$، سفتی غشایی جداره و $D = Eh^3/\left(12(1-\nu^2)\right)$ صلبیت خمشی جداره هستند. برای استخراج معادله‌های حرکت پوسته بر حسب مؤلفه‌های جابجایی، میدان جابجایی نانولوله به‌صورت سری فوریه بر حسب مختصه‌ی محیطی θ مطابق رابطه‌ی ۱۳بسط داده شده است:

$$\begin{aligned}u(x,\theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x)\sin n\theta \\ v(x,\theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} V_n(x)\cos n\theta \\ w(x,\theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} W_n(x)\sin n\theta\end{aligned} \tag{13}$$

با توجه به اینکه در بسیاری از کاربردها، نانولوله در محیط خلأ نبوده و در داخل یک محیط الاستیک قرار گرفته است و همچنین برای جامعیت‌بخشیدن به فرمول‌بندی در نوشتار حاضر نیز مانند بسیاری از نوشتارهای دیگر فرض شده است که نانولوله درون بستر الاستیک قرار دارد. اثر سفتی الاستیک و سفتی برشی برای بستر الاستیک با مدل بستر وینکلر- پاسترناک مدل شده است. لذا بار خارجی شعاعی وارد بر نانولوله، دو قسمت دارد که یک قسمت بار وارده توسط بستر و قسمت دیگر بار وارده‌ی خارجی است. لذا، بار وارده‌ی شعاعی را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۱۴ نوشت.

$$\bar{q}_r = q_r(x,\theta) - K_w w + K_p \nabla^2 w \tag{14}$$

که در آن، $q_r(x,\theta)$ بار شعاعی خارجی وارد بر نانولوله به جز نیروی بستر است. بار خارجی نیز به‌صورت رابطه‌ی ۱۵ بسط فوریه داده شده است.

$$q_r(x,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x)\cos n\theta \tag{15}$$

حال با استفاده از رابطه‌های ۱۲ و ۱۵، رابطه‌ی ۱۰ برای مؤلفه‌های جابجایی به‌صورت رابطه‌ی ۱۶ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} U(x) \\ V(x) \\ W(x) \end{Bmatrix}_n \\ &= (1-\mu\nabla^2)\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_n(x) \end{Bmatrix},\ n = 0,1,2,...\end{aligned} \tag{16}$$

که در آن، L_{ij} عملگرهای دیفرانسیلی و به‌صورت رابطه‌ی ۱۷ است.

$$\begin{aligned}L_{11} &= K(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (-n^2)(\frac{1-\nu}{2R^2})), \\ L_{12} &= (-n)K(\frac{1+\nu}{2R})\frac{\partial}{\partial x},\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
L_{13} &= +(\frac{\nu K}{R})\frac{\partial}{\partial x},\\
L_{21} &= (n)K(\frac{1+\nu}{2R})\frac{\partial}{\partial x},\\
L_{22} &= K(\frac{1-\nu}{2})+\frac{2D}{R^2}(\frac{1-\nu}{2})\frac{\partial^2}{\partial x^2}+(\frac{K}{R^2}+\frac{2D}{R^4})(-n^2)\\
L_{23} &= -(\frac{D}{R^2})(-n)\frac{\partial^2}{\partial x^2}+(\frac{K}{R})(n)-(\frac{D}{R^4})(-n^3),\\
L_{31} &= -(\frac{\nu K}{R})\frac{\partial}{\partial x},\\
L_{32} &= (\frac{D}{R^2})(-n)\frac{\partial^2}{\partial x^2}-(\frac{K}{R})(-n)+(\frac{D}{R^4})(n^3),\\
L_{33} &= -D\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\frac{2D}{R^2}(-n^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{D}{R^4}(n^4)-\frac{K}{R^2},
\end{aligned}
\tag{17}
$$

از روابط اخیر مشخص است که مشتق U و V تا مرتبه‌ی دوم و مشتق W تا مرتبه‌ی چهارم در معادله‌ی حاکم ظاهر شده و مشتق سوم W در معادلات ظاهر نشده است. حال برای حل معادله‌ها، یک ماتریس ستونی $\{X\}_{۱۰\times۱}$ که شامل توابع مجهول جابجایی و مشتق‌های آن بوده و در رابطه‌ی ۱۶ ظاهر شده است، به‌صورت رابطه‌ی ۱۸ تعریف می‌شود.

$$
\{X(x)\}_n = \left\{\{\tilde{U}(x)\}_n^T, \{\tilde{V}(x)\}_n^T, \{\tilde{W}(x)\}_n^T\right\}^T \tag{18}
$$

که در آن، ماتریس‌های $\{\tilde{U}\}$، $\{\tilde{V}\}$، و $\{\tilde{W}\}$ ماتریس‌های ستونی شامل جابجایی هستند و مشتق‌های آن‌ها به‌صورت روابط ۱۹ تعریف می‌شوند.

$$
\begin{aligned}
&\{\tilde{U}(x)\}_n = \{U(x), U^{(1)}(x), U^{(2)}(x)\}_n^T\\
&\{\tilde{V}(x)\}_n = \{V(x), V^{(1)}(x), V^{(2)}(x)\}_n^T\\
&\{\tilde{W}(x)\}_n =\\
&\{W(x), W^{(1)}(x), W^{(2)}(x), W^{(4)}(x)\}_n^T
\end{aligned}
\tag{19}
$$

که در آن، بالانویس داخل پرانتز (k) به معنی مشتق مرتبه‌ی k اُم است و به‌عنوان مثال $U^{(2)}(x)=U_{,xx}(x)$ است. با استفاده از روابط ۱۸ و ۱۹، معادله‌های حاکم را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۲۰ نوشت:

$$
[R]_n\{X\}_n = -(1+\mu\frac{n^2}{R^2}-\mu\partial_x^2)\begin{Bmatrix}0\\0\\Q_n\end{Bmatrix} \tag{20}
$$

که در آن، ماتریس [R] ماتریس ضرایب با ابعاد ۱۰×۳ است و به‌طورمثال، بعضی مؤلفه‌های آن به‌صورت رابطه‌ی ۲۱ تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&R_{1,1} = -n^2K(\frac{1-\nu}{2R^2}),\ R_{1,3} = K,\\
&R_{1,5} = -nK(\frac{1+\nu}{2R}),\ R_{1,8} = (\frac{\nu K}{R}),
\end{aligned}
\tag{21}
$$

در نوشتار حاضر، برای حل معادله‌های حاکم از روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی استفاده شده است. لذا برای گسسته‌سازی معادله‌های حاکم، تعداد N گره در امتداد طولی استوانه در نظر گرفته شده است، به‌طوری که گره‌ی i اُم در نقطه‌ی x_i قرار بگیرد. مقادیر گره‌ای برای گره‌ی i اُم در نقطه‌ی x_i به‌ترتیب با $U_i=U(x_i)$، $V_i=V(x_i)$ و $W_i=W(x_i)$ نشان داده می‌شود. با استفاده از روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی، مشتق مرتبه‌ی k از یک تابع مثلاً U(x)، V(x)، و W(x) در نقطه‌ی x_i را می‌توان به‌صورت گسسته بر حسب مقادیر گره‌ای به‌صورت ماتریسی (مطابق رابطه‌ی ۲۲) نوشت.[۳۳]

$$
U_n^{(k)}(x_i) = \sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(k)} U_n(x_j) = \{C\}_i^{(k)}\{U\}_n
$$

$$
\begin{aligned}
V_n^{(k)}(x_i) &= \sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(k)} V_n(x_j) = \{C\}_i^{(k)}\{V\}_n\\
W_n^{(k)}(x_i) &= \sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(k)} W_n(x_j) = \{C\}_i^{(k)}\{W\}_n
\end{aligned}
\tag{22}
$$

که در آن، ماتریس‌های $\{U\}_n$، $\{V\}_n$، و $\{W\}_n$ ماتریس‌های ستونی شامل مقادیر گره‌ای هستند و $\{C\}_i^{(k)}$ ماتریس ضرایب مربوط به مشتق مرتبه‌ی k اُم در روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی است، که با روش‌های ارائه‌شده در روش مذکور قابل استخراج است.[۳۳] به‌طور مثال، $\{U\}_n$ ماتریس مقادیر گره‌ای در جمله‌ی n اُم سری فوریه است و به‌صورت رابطه‌ی ۲۳ تعریف می‌شود.

$$
\{U\}_n = \{U_1, U_2, U_3, ..., U_N\}_n^T \tag{23}
$$

سپس ماتریس ستونی $\{d\}_n$ شامل تمام مقادیر گره‌ای یک ماتریس ۳N×۱ است، که به‌صورت رابطه‌ی ۲۴ تعریف می‌شود.

$$
\{d\}_n = \{\{U\}_n^T, \{V\}_n^T, \{W\}_n^T\}^T \tag{24}
$$

آنگاه با استفاده از گسسته‌سازی به روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی که در رابطه‌ی ۲۲ آمده است، می‌توان ماتریس {X} را که در رابطه‌ی۱۸ تعریف شده است، در نقطه‌ی x_i به‌صورت ضریبی از مقادیر گره‌ای مانند رابطه‌ی ۲۵ نوشت.

$$
\{X(x_i)\}_n = [G_i]\{d\}_n \tag{25}
$$

حال با استفاده از معادله‌های ۱۴، ۱۹، و ۲۰، معادله‌ی حاکم در نقطه‌ی x_i به‌صورت رابطه‌ی ۲۶ گسسته می‌شود.

$$
[k_i]_n\{d\}_n = \{0, 0, Q_n(x_i)\}^T \tag{26}
$$

که در آن، $[k_i]_{۳\times۳N} = ([R]_{۳\times۱۰})([G_i]_{۱۰\times۳N})$ است. با اعمال معادله‌ی ۲۶ برای تمامی N گره در طول نانولوله، دستگاه ۳N معادله با ۳N مجهول مانند رابطه‌ی ۲۷ به‌دست می‌آید.

$$
[K]_n\{d\}_n = \{F\}_n \tag{27}
$$

که در آن، ماتریس $\{F\}_n$ به‌صورت رابطه‌ی ۲۸ تعریف می‌شود:

$$
\{F\}_n = \left\{\{0\}^T, \{0\}^T, \{Q_n(x_i)\}^T\right\}^T \tag{28}
$$

که در آن، $\{۰\} = \{۰,۰,۰,...,۰\}_{۱\times N}$ یک ماتریس سطری صفر با N ستون است و همچنین $\{Q_n(x_i)\}$ مطابق رابطه‌ی ۲۹ به‌دست می‌آید:

$$
\{Q_n(x_i)\} = \{Q_n(x_1), Q_n(x_2), ..., Q_n(x_N)\}^T \tag{29}
$$

سپس با حل معادله‌ی ۲۷، مقدار $\{d\}_n$ که مربوط به n اُمین جمله از سری فوریه است، با تکرار فرایند مقادیر گره‌ای از سری فوریه (مطابق رابطه‌ی ۱۳) به‌دست می‌آید.

۳. نتایج عددی

نتایج عددی مربوط به بررسی تغییرشکل و جابجایی نانولوله‌ها تحت بارهای خارجی در بخش حاضر ارائه شده است. برای نانولوله‌های کربنی، مقادیر نسبتاً متفاوتی برای ضخامت و مدول الاستیسیته در منابع مختلف گزارش شده است، اما صلبیت کششی جداره C=Eh و صلبیت خمشی جداره‌ی کربنی $D = Eh^۳/\left(۱۲(1-\nu^۲)\right)$ به‌عنوان کمیت‌های ثابتی برای نانولوله‌ها در نظر گرفته می‌شوند، که با مقادیر مربوط به گرافن بسیار نزدیک هستند. در پژوهش حاضر، مقادیر کمیت‌های مذکور به‌ترتیب C=۳۶۰ N/m و D= ۰/۸۵ eV و ضریب پواسون ν= ۰/۱۹ انتخاب شده است.[۳۴] نتایج عددی برای نانولوله‌ی کربنی دسته‌صندلی با عدد چیرال (۳۵,۳۵)، که دارای قطر D= ۴/۷۴ nm است، ارائه شده است؛ مگر در مواردی که به‌طور مشخص بیان شده باشد.

از آنجا که در منابع پیشین عمدتاً از تئوری تیرها برای مدل‌سازی رفتار نانولوله‌ها استفاده شده است، در پژوهش حاضر، به‌منظور درک اهمیت استفاده از تئوری پوسته در محاسبه‌ی تغییرشکل نانولوله‌ها، خیز نانولوله به‌صورتی بی‌بُعد تعریف شده است، تا تفاوت یا تطابق پیش‌بینی‌های تئوری پوسته با پیش‌بینی‌های مدل تیر اویلر- برنولی آشکار شود. برای این منظور، خیز بیشینه‌ی تیر اویلر- برنولی با شرایط مرزی دو سر ساده و بدون درنظرگرفتن اثر اندازه (μ=۰) به‌عنوان معیار انتخاب شده است. به‌صورتی که خیز حاصل از تئوری پوسته بر بیشینه‌ی خیز به‌دست‌آمده از تئوری اویلر- برنولی تقسیم و نسبت به‌عنوان خیز بی‌بُعد معرفی شده است. خیز بیشینه‌ی تیر اویلر- برنولی با الاستیسیته‌ی موضعی با شرایط مرزی دو سر ساده برای بارگذاری با توزیع سینوسی در راستای طول $q(x)=q.\sin(\pi x/L)$ به‌صورت رابطه‌ی ۳۰ است.

$$w_{EB}=\frac{1}{\pi^4}\frac{q_0L^4}{EI}=\frac{1}{2\pi^3}\frac{PL^3}{EI}, \qquad (30)$$

که در آن، $P=2q.\ L/\pi$ برابر با کل بار واردشده به تیر در راستای خیز از طرف بار گسترده‌ی خارجی سینوسی است. بر این اساس، خیز بی‌بُعد نانولوله به‌صورت رابطه‌ی ۳۱ تعریف می‌شود:

$$w^*=\frac{w}{w_{EB}}=\frac{2\pi^3EI}{PL^3}w \qquad (31)$$

با تعریف اخیر خیز بی‌بُعد، هر چه مقدار خیز بی‌بُعد در وسط نانولوله با شرایط مرزی دو سر ساده (S-S) و برای حالت μ=۰ به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد، نشان می‌دهد انطباق بیشتری بین پیش‌بینی‌های تئوری پوسته و تئوری تیر اویلر- برنولی در تخمین خیز وجود دارد. در مقابل، فاصله‌گرفتن نسبت اخیر از عدد ۱، نشانگر کاهش انطباق تئوری پوسته با تئوری تیر اویلر- برنولی در پیش‌بینی خیز نانولوله‌هاست و نشان می‌دهد که در آن شرایط، استفاده از تئوری تیر اویلر- برنولی خطای بیشتری در پیش‌بینی نانولوله دارد.

شایان ذکر است که براساس تئوری تیر اویلر- برنولی براساس تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی، معادله‌ی حاکم بر نانولوله در حالت استاتیکی به‌صورت رابطه‌ی ۳۲ است.[۷]

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2w}{dx^2}\right)=q(x)-\mu q_{,xx}(x) \qquad (32)$$

که اگر بار وارده با توزیع سینوسی به‌صورت $q(x)=q.\sin(\pi x/L)$ در نظر گرفته شود ،آنگاه برای تیر دو سر تکیه‌گاه ساده، مقدار خیز به‌صورت رابطه‌ی ۳۳ به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} w&=\frac{q_0L^4}{\pi^4EI}\left(1+\mu\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)\\ &=\frac{PL^3}{2\pi^3EI}\left(1+\mu\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\right)\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)\end{aligned} \qquad (33)$$

و برای تیر با شرایط مرزی دو سرگیردار مقدار خیز به‌صورت رابطه‌ی ۳۴ به‌دست می‌آید.

$$w=\frac{PL^3}{2\pi^3EI}\left(1+\mu\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\right)\left(\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)+\pi\left(\left(\frac{x}{L}\right)^2-\frac{x}{L}\right)\right) \qquad (34)$$

و لذا خیز بیشینه‌ی بی‌بُعد برای آن در $x=L/2$ به‌صورت رابطه‌ی ۳۵ است.

$$\begin{aligned} w^*_{EB}&=\left(1+\mu\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\right), && S-S\\ w^*_{EB}&=\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\left(1+\mu\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\right), && C-C\end{aligned} \qquad (35)$$

ملاحظه می‌شود که تأثیر شرط مرزی دو سرگیردار نسبت به شرایط مرزی دو سر ساده برای بیشینه‌ی خیز در تئوری تیر اویلر- برنولی برابر ضریب (۱-π/۴=۰/۲۱۵) است. شایان ذکر است که تئوری تیر اویلر-برنولی از اثر کرنش برشی در تیر صرف‌نظر می‌کند و لذا، نتایج تئوری تیر اویلر- برنولی برای تیرهای نازک با نسبت طول به ضخامت بزرگ (L/h>۲۰) قابل‌قبول است، ولی خطای پیش‌بینی تئوری مذکور برای L/h کوچک افزایش می‌یابد.

این تذکر لازم است که بار وارده بر نانولوله بستگی به کاربرد خاص آن دارد و برای هر کاربرد باید بار وارده مشخص شود. باید توجه شود که برای حل مسئله‌ی بارگذاری اعمال‌شده باید نسبت به راستای محیطی (مختصه‌ی θ) بسط فوریه داده شود. در ادامه، در نوشتار حاضر، نتایج عددی برای خیز نانولوله برای دو نوع بارگذاری ارائه شده است. در بارگذاری نوع اول نیمه‌ی پایین نانولوله (π/۲ >θ> -π/۲) تحت بارگذاری قرار دارد و نیمه‌ی بالایی تحت بار قرار ندارد، که در رابطه‌ی ۳۶ آمده است. این بارگذاری برای حالتی که نانولوله مثلاً به‌عنوان حسگر استفاده می‌شود و از یک طرف تحت بار قرار دارد، قابل فرض است. این بارگذاری باید در راستای محیطی بسط فوریه داده شود. بارگذاری نوع دوم نیز در رابطه‌ی ۳۹ ارائه شده است، که در راستاهای محیطی و طولی، توزیع مثلثاتی دارد و نیازی به بسط فوریه ندارد. بارگذاری اخیر به‌عنوان یک بارگذاری معیار انتخاب شده است.

۳. ۱. بارگذاری نوع اول

در این حالت فرض شده است که بار شعاعی فقط به نیمه‌ی پایین نانولوله (π/۲ >θ> -π/۲) وارد می‌شود و توزیع بار نسبت به طول نانولوله، توزیع سینوسی دارد. بارگذاری نوع اول، به صورت رابطه‌ی ۳۶ در نظر گرفته شده است:

$$q=\begin{cases} q_0\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)\cos\theta, & -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}\\ 0 & \theta<-\frac{\pi}{2}\ or\ \frac{\pi}{2}<\theta\end{cases} \qquad (36)$$

شکل شماتیک از محورهای مختصات کارتزین انتخاب‌شده به نانولوله، که محور X منطبق بر محور نانولوله است، مبدأ اندازه‌گیری زاویه‌ی θ و همچنین بار وارده بر مقطعی از نانولوله در بارگذاری نوع اول طبق رابطه‌ی ۳۶، در شکل۲ مشاهده می‌شود:

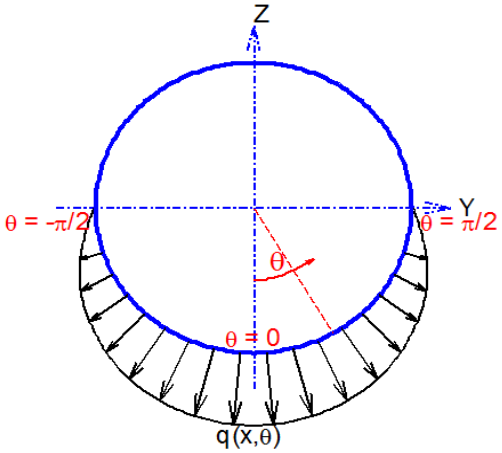


Fig. 2. Cartesian coordinate axes for the nanotube and the origin of the theta angle (θ=0 coincides with the negative Z-axis direction).

شکل ۲. محورهای مختصات کارتزین انتخاب‌شده برای نانولوله و مبدأ زاویه‌ی θ، (θ=۰ منطبق بر راستای منفی محور Z).

واضح است که در این حالت، نیروی وارد بر نانولوله در راستای Y برابر صفر است و مقدار کل بار وارده بر نانولوله در راستای Z مطابق رابطه‌ی ۳۷ محاسبه می‌شود:

$$P = q_0 LR \tag{37}$$

در این حالت برای حل مسئله، بارگذاری رابطه‌ی ۳۶ نسبت به مختصه‌ی θ بسط فوریه‌ی مثلثاتی کسینوسی داده شده و حل براساس سری فوریه صورت گرفته است. در ابتدا، همگرایی حل بر حسب تعداد جملات استفاده‌شده در سری فوریه، که با M نشان داده شده است، برای شرایط مرزی مختلف برای دو مقدار پارامتر غیرموضعی μ= ۰ و μ=۲ nm^2 در جدول ۱ ارائه شده است؛ که مطابق آن، با افزایش جملات سری فوریه تا ۷ جمله، (M=۷)، همگرایی نتایج عددی برای خیز نانولوله تا ۴ رقم اعشار حاصل شده است.

ابتدا مقدار خیز در نقطه‌ی (θ=۰ و x=L/۲) برای نانولوله در جدول‌های ۲ و ۳ برای شرط مرزی دو سر ساده و دو سر گیردار ارائه شده و پیش‌بینی تئوری تیر از رابطه‌ی ۳۵ با پیش‌بینی تئوری پوسته مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که برای L/R بزرگ در تئوری موضعی θ= ۰، پیش‌بینی مدل تیر و تئوری پوسته بسیار به همدیگر نزدیک است؛ ولی با درنظرگرفتن تئوری غیرموضعی (θ≠۰) پیش‌بینی تئوری پوسته و تئوری تیر اویلر- برنولی تفاوت قابل‌توجهی با هم دارند، که نشان می‌دهد پیش‌بینی تئوری تیر نمی‌تواند برای بررسی خیز حتی در نانولوله‌ی بلند هم معتبر باشد. علت پدیده‌ی اخیر آن است که با افزایش طول، اثر اندازه در راستای طول به‌طور چشمگیری کاهش می‌یابد و اختلاف پیش‌بینی تئوری تیر و پوسته بیشتر ناشی از اثر اندازه در راستای محیطی است، که باعث افزایش حدود ۳۰ درصدی خیز در پیش‌بینی تئوری

جدول ۱. همگرایی نتایج برای خیز نانولوله در (x=L/۲) و در سطح پایین (θ=۰) و سطح بالا (θ=π) برای (L/R=۳۰).

Table 1. Convergence of results for the deflection of nanotube at (x=L/2) on Bottom (θ=0) and top (θ=π) on nanotube (L/R=30).

M	SS		CC		SC	
	μ=0	μ=2	μ=0	μ=2	μ=0	μ=2
1	-1.0550 1.0552	-1.4353 1.4355	-0.2465 0.2467	-0.3353 0.3355	-0.3860 0.3862	-0.5252 0.5253
2	-0.9691 1.1411	-1.2265 1.6443	-0.1604 0.3328	-0.1260 0.5449	-0.3000 0.4722	-0.3161 0.7345
3	-0.9691 1.1411	-1.2265 1.6443	-0.1604 0.3328	-0.1260 0.5449	-0.3000 0.4722	-0.3161 0.7345
4	-0.9698 1.1404	-1.2312 1.6396	-0.1611 0.3321	-0.1307 0.5402	-0.3007 0.4716	-0.3208 0.7298
5	-0.9698 1.1404	-1.2312 1.6396	-0.1611 0.3321	-0.1307 0.5402	-0.3007 0.4716	-0.3208 0.7298
6	-0.9698 1.1404	-1.2305 1.6404	-0.1610 0.3321	-0.1300 0.5409	-0.3006 0.4716	-0.3201 0.7305
7	-0.9698 1.1404	-1.2305 1.6404	-0.1610 0.3321	-0.1300 0.5409	-0.3006 0.4716	-0.3201 0.7305

جدول ۲. مقایسه‌ی پیش‌بینی تئوری پوسته و تئوری تیر برای خیز نانولوله‌ی کربنی دو سر ساده در (θ=۰ و x=L/۲) بارگذاری نوع اول.

Table 2. Comparison of shell and beam theory predictions for deflection of a simply-supported carbon nanotube at (x=L/2, θ=0) under Type I loading, E-B: Euler-Bernoulli.

μ	L/R=50		L/R=80	
	E-B beam	Shell theory	E-B beam	Shell theory
0	1.0000	1.0427	1.0000	1.0069
0.5	1.0004	1.1386	1.0001	1.0969
1	1.0007	1.2345	1.0003	1.1870
1.5	1.0011	1.3306	1.0004	1.2770
2	1.0014	1.4267	1.0005	1.3671
2.5	1.0018	1.5228	1.0007	1.4572
3	1.0021	1.6190	1.0008	1.4573

جدول ۳. مقایسه‌ی پیش‌بینی تئوری پوسته و تئوری تیر برای خیز نانولوله‌ی کربنی دوسر گیردار در (x=L/۲ و θ=۰) بارگذاری نوع اول.

Table 3. Comparison of shell theory and beam theory predictions for the deflection of a clamped-clamped carbon nanotube at (x=L/2, θ=0) under loading Type I.

μ	L/R=50		L/R=80		L/R=100	
	E-B beam	Shell theory	E-B beam	Shell theory	E-B beam	Shell theory
0	0.2146	0.2408	0.2146	0.2246	0.2146	0.2212
0.5	0.2147	0.2652	0.2146	0.2450	0.2146	0.2411
1	0.2148	0.2896	0.2147	0.2654	0.2146	0.2609
1.5	0.2148	0.3140	0.2147	0.2858	0.2147	0.2808
2	0.2149	0.3385	0.2147	0.3063	0.2147	0.3006
2.5	0.2150	0.3629	0.2147	0.3267	0.2147	0.3205
3	0.2151	0.3874	0.2148	0.3472	0.2147	0.3404

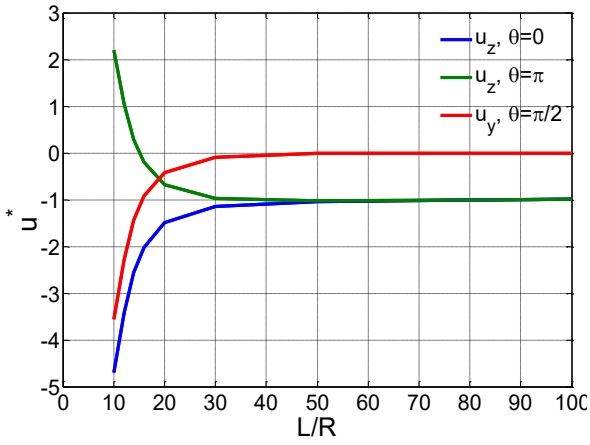


Fig. 5. Displacement at the midpoint of the nanotube (x=L/2) at θ=0, θ=π/2 and θ=π versus L/R variations for Simply-supported boundary conditions (μ=0).

شکل ۵. جابجایی در وسط نانولوله (x=L/۲) در θ= ۰ و θ=π/ ۲ و θ=π با تغییرات L/R برای شرایط مرزی دوسرساده (μ=۰).

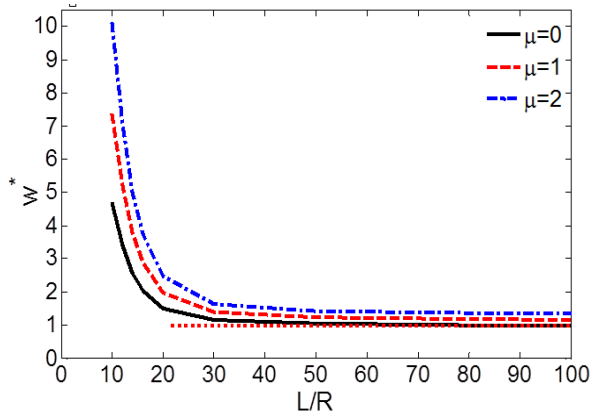


Fig. 3 Variations in deflection at the midpoint (x=L/2) of a simply-supported nanotube at θ=0 versus L/R variations for different values of the nonlocal parameter.

شکل ۳.تغییرات خیز در وسط نانولوله (x=L/۲) دو سرساده در θ= ۰ نسبت به تغییرات L/R برای مقادر مختلف پارامتر غیرموضعی.

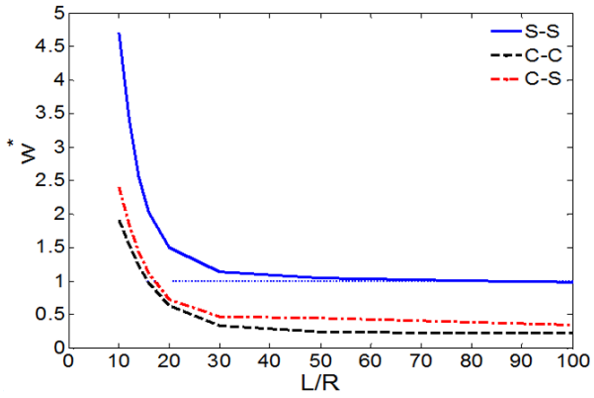


Fig. 4. Variations in deflection at the midpoint of a nanotube (x=L/2) at θ=0 versus L/R variations for different boundary conditions (μ=0).

شکل ۴. تغییرات خیز در وسط نانولوله (x=L/۲) در θ=۰ نسبت به

شکل ۳ مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، برای μ=۰ (خط پر مشکی)، با افزایش نسبت L/R، پیش‌بینی تئوری پوسته برای خیز بی‌بُعد به‌طورکامل به عدد ۱ همگرا شده است. این موضوع نشان می‌دهد که برای μ= ۰ با افزایش نسبت L/R، پیش‌بینی تئوری پوسته کاملاً به پیش‌بینی تئوری تیر (w^*=۱) نزدیک و بر آن منطبق می‌شود. با این حال، برای مقادیر کوچک‌تر L/R، پیش‌بینی تئوری پوسته به‌طور قابل‌توجهی بزرگ‌تر از پیش‌بینی تئوری تیر اویلر- برنولی است. شایان ذکر است که مدل تیر- اویلر برنولی، کرنش برشی در تیر را نادیده می‌گیرد و لذا پیش‌بینی مدل تیر اویلر- برنولی برای تیرهای نازک (L/h>۲۰) دقت کافی دارد و برای مقادیر طول به ضخامت کوچک، نتایج تئوری تیر اویلر- برنولی اعتبار کافی ندارد، که در شکل‌های ۳ و ۴ نیز مشاهده می‌شود، و پیش‌بینی مدل پوسته اختلاف قابل‌توجهی با مقدار w^*=۱ دارد. همچنین اثر پارامتر غیرموضعی در خیز نانولوله در شکل ۳ مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، با افزایش L/R، مقدار خیز بی‌بُعد، مجانب افقی دارد و به نسبت L/R وابسته نیست. تغییرات خیز بی‌بُعد نانولوله نسبت به تغییرات L/R برای سه شرایط مرزی مختلف دو سر ساده (S-S)، گیردار- ساده (C-S)، و دو سر گیردار (C-C) در شکل۴ نمایش داده شده است. اثر شرایط مرزی نانولوله در مقدار خیز تیر در نمودار مذکور مشاهده می‌شود. خیز نانولوله برای شرایط مرزی دو سر ساده، بزرگ‌ترین مقدار و برای دو سر گیردار، کمترین مقدار را دارد و برای شرط مرزی گیردار- ساده، بین دو حالت دو سر ساده و دو سر گیردار است.

پوسته نسبت به پیش‌بینی تئوری تیر اویلر- برنولی می‌شود. بدیهی است که تئوری تیر، اثر اندازه‌ی کوپک را در راستای محیطی نادیده می‌گیرد و لذا در مدل تیر با افزایش طول نانولوله، اثر اندازه کاملاً حذف می‌شود.

نمودارهای اثر نسبت طول به شعاع (L/R) نانولوله بر خیز آن، در شکل‌های ۳ الی ۵ مشاهده می‌شوند. همچنین، مقدار خیز بی‌بُعد نانولوله (w^*) در x=L/۲ و در نقطه‌ی θ=۰ (محل بیشینه‌ی بار خارجی) برای مقادیر مختلف L/R در

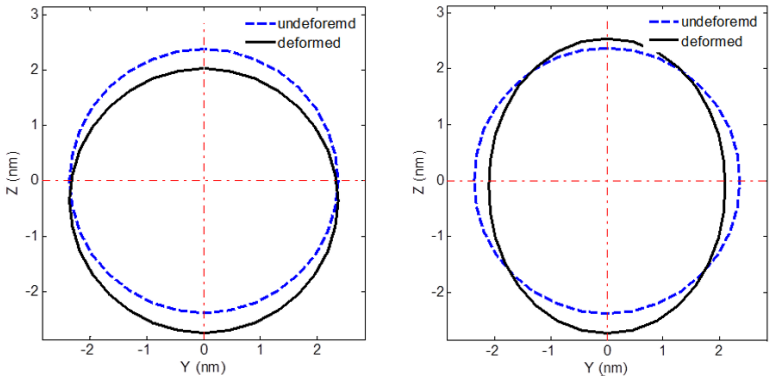


Fig. 6. Undeformed and deformed cross-section of the nanotube under loading type I.

شکل ۶. مقطع اولیه و تغییریافته‌ی نانولوله در اثر بارگذاری نوع اول.

همچنین مقدار خیز (جابجایی) نانولوله در (x=L/۲) در موقعیت‌های مختلف θ= ۰، θ=π/۲، و θ=π و برای مقادیر مختلف نسبت L/R در نانولوله دو سر ساده (S-S) در شکل۵ مشاهده می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که خیز u_z در دو نقطه‌ی مقابل هم (θ=۰ و θ=π/۲) برای مقادیر بزرگ L/R بسیار به یکدیگر نزدیک است، به‌طوری که جابجایی دو نقطه‌ی اخیر تقریباً برابر است. اما برای مقادیر کوچک‌تر L/R، جابجایی دو نقطه‌ی مذکور نه فقط برابر نیست، بلکه علامت آن‌ها نیز با یکدیگر متفاوت است.

همچنین با افزایش نسبت L/R مشاهده می‌شود که مقدار جابجایی نانولوله در راستای محور Y (u_Y) به صفر نزدیک می‌شود. بنابراین برای مقادیر بزرگ L/R، قطر نانولوله در راستاهای Y و Z تغییری نکرده و مقطع نانولوله تقریباً دایره‌ای باقی مانده است. برای مقادیر کوچک‌تر L/R، جابجایی دو نقطه‌ی مقابل در پایین و بالای نانولوله (θ=۰ و θ=π) نه فقط برابر نیست، بلکه مشاهده می‌شود علامت آن‌ها نیز متفاوت است. علاوه‌بر این، مقدار منفی u_Y برای مقادیر کوچک L/R نیز نشان می‌دهد که برای مقادیر کوچک L/R قطر نانولوله در راستای Y کاهش و در راستای Z افزایش یافته است، که بیانگر خروج مقطع نانولوله از حالت دایره‌ای است.

شکل شماتیک از مقطع نانولوله با شرایط مرزی دو سر ساده، قبل و بعد از تغییرشکل نانولوله در اثر بارگذاری نوع اول در شکل ۶ مشاهده می‌شود. شکل تغییریافته‌ی مقطع نانولوله بزرگ‌نمایی شده و ضریب بزرگ‌نمایی برای دو شکل یکسان نبوده است. مشاهده می‌شود که برای L/R= ۵۰ مقطع نانولوله تقریباً دایره مانده و تغییر شکل نداده است و تقریباً به‌صورت صلب به سمت پایین حرکت کرده است. ولی برای مقدار L/R= ۱۰، مقطع نانولوله کاملاً تغییرشکل داده و حتی قسمت بالای آن در خلاف جهت بارگذاری حرکت کرده است.

همچنین نسبت خیز غیرموضعی به خیز موضعی (R=w/$w_{\mu=.}$) در نقطه‌ی (θ=۰ و x=L/۲) برای مقادیر مختلف e.a و شرایط مرزی مختلف در شکل ۷ مشاهده می‌شود. با تغییر پارامتر غیرموضعی از ۰ تا e.a=۱/۵Nm مقدار خیز تا حدود ۴۵٪ افزایش یافته است.

برای بررسی اثر بستر در رفتار نانولوله، نمودارهای اثر سفتی بستر وینکلر و سفتی بستر پاسترناک در خیز نانولوله برای شرایط مرزی مختلف در شکل‌های ۸ و ۹ بررسی شده‌اند. در نمودارهای مذکور، بارگذاری نانولوله مانند رابطه‌ی ۳۶ است. ضریب بستر وینکلر و بستر پاسترناک بی‌بُعد به‌صورت رابطه‌ی ۳۸ تعریف شده است.

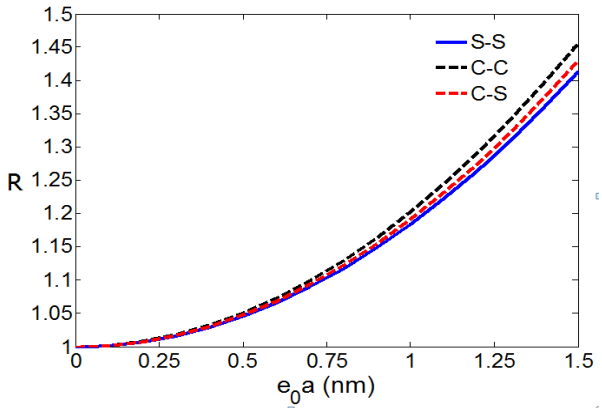


Fig. 7. Displacement ratio for different values of the nonlocal parameter e_0a under various boundary conditions (L/R=50).

شکل ۷. نسبت جابجایی برای مقادیر مختلف پارامتر غیرموضعی e_0a در شرایط مرزی مختلف (L/R= ۵۰).

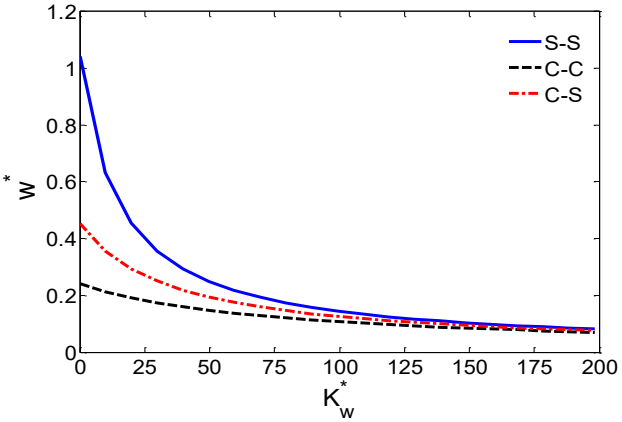


Fig.8 Dimensionless deflection of the nanotube at (x=L/2, θ=0) versus the dimensionless Winkler parameter (L/R=50).

شکل ۸. خیز بی‌بُعد نانولوله در (θ=۰ و x=L/۲) بر حسب ضریب سفتی بی‌بعد وینکلر (L/R=۵۰).

$$K_w = \frac{k_w L^5}{100EI},\quad K_P = \frac{k_P L^3}{EI} \qquad (38)$$

مشاهده می‌شود با افزایش ضریب بستر، نقش شرایط مرزی نانولوله در خیز نانولوله کاهش یافته است.

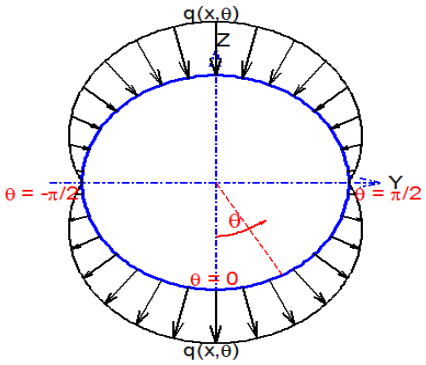


Fig. 10. Schematic diagram of loading on the nanotube (Type II).

شکل ۱۰. شکل شماتیک بارگذاری نوع دوم بر روی نانولوله.

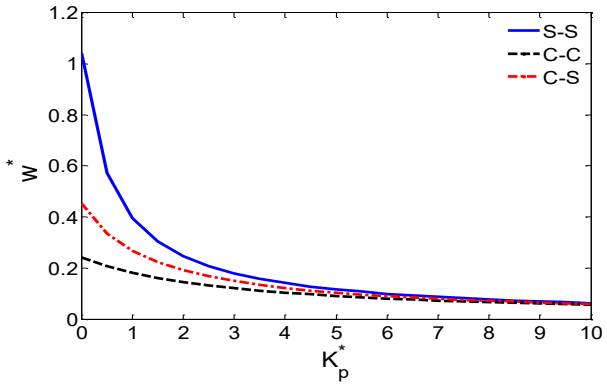


Fig.9 Dimensionless deflection of nanotube at (x=L/2, θ=0) versus the dimensionless Pasternak parameter (L/R=50).

شکل ۹. خیز بی‌بُعد نانولوله در (x=L/۲ و θ=۰) بر حسب ضریب سفتی بی‌بعد پاسترناک (L/R=۵۰).

۳. ۲. بارگذاری نوع دوم

در حالت بارگذاری نوع دوم، بار شعاعی وارده بر نانولوله، یک بارگذاری نمونه انتخاب شده است، تا امکان مقایسه‌ی نتایج عددی توسط سایر پژوهشگران با روش ارائه‌شده در نوشتار حاضر امکان‌پذیر باشد. در حالت بارگذاری نوع دوم، بار شعاعی در راستای طول و در راستای محیطی نانولوله به‌صورت مثلثاتی در نظر گرفته شده است (رابطه‌ی ۳۹):

$$q(x,\theta) = q_0 \sin(\frac{\pi x}{L})\cos(n\theta) \qquad (39)$$

حل بارگذاری نوع دوم، نیاز به بسط فوریه برای مختصه‌ی θ ندارد. شکل شماتیکی از توزیع نیروی شعاعی در بارگذاری نوع دوم برای n= ۱ در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود.

مقدار نیروی خالص جانبی بار خارجی اخیر بر نانولوله در راستای محور Y برابر با صفر و نیروی خالص وارده در راستای محور Z مطابق رابطه‌ی ۴۰ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} q(x,\theta)\cos\theta R\, d\theta = \\ &= \int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} q_0 \sin(\pi x / L)\cos(n\theta)\cos(\theta) R\, d\theta \\ &= \begin{cases} \dfrac{2q_0}{\pi}(\pi LR) & n=1 \\ 0 & n\neq 1 \end{cases} \end{aligned} \qquad (40)$$

مشاهده می‌شود که برای n= ۱، مقدار نیروی خالص جانبی وارد بر نانولوله مخالف صفر است. بنابراین، در این حالت، تغییرشکل خمشی در نانولوله ایجاد و مرکز نانولوله دچار جابجایی می‌شود. اما برای حالت n≠۱، نیروی خالص جانبی بار خارجی واردشده در هر مقطع از نانولوله برابر صفر است. در این حالت، مرکز جرم نانولوله در اثر نیروهای وارده جابجا نمی‌شود و فقط جاده‌ی نانولوله در هر مقطع تغییرشکل می‌دهد، در حالی که مرکز هر مقطع بدون جابجایی باقی می‌ملند. در ادامه، نتایج عددی برای n=۱ ارائه شده است.

مقدار خیز بی‌بُعد نانولوله در راستای Z (جابجایی شعاعی) در وسط نانولوله (x=L/۲) در نقطه‌ی بالایی نانولوله (θ=π) و پایینی نانولوله (θ=۰) برای مقادیر مختلف L/R و پارامتر غیرموضعی در جدول‌های ۴ الی ۶ برای سه شرط مرزی ارائه شده است. در جدول۴ مشاهده می‌شود که برای شرایط مرزی دو سر ساده در حالت μ= ۰، برای تمام مقادیر L/R، خیز بی‌بُعد پیش‌بینی‌شده با تئوری پوسته، بزرگ‌تر از عدد ۱ است و همان‌گونه که انتظار می‌رفت، با افزایش نسبت طول به شعاع در حالت μ= ۰، مقدار خیز بی‌بُعد به عدد ۱ نزدیک‌تر شده است. این موضوع نشان می‌دهد که برای نانولوله‌هایی با نسبت طول به شعاع بزرگ، پیش‌بینی تئوری پوسته با تئوری تیر در حالت μ=۰ انطباق بسیار بالایی دارد. برای نسبت‌های طول به شعاع کوچک (به‌عنوان مثال L/R= ۵)، پیش‌بینی تئوری پوسته بیش از ۲ برابر پیش‌بینی مدل تیر در شرایط بارگذاری مشابه است. همچنین اثر پارامتر اندازه در پیش‌بینی تئوری در جدول ۴ مشخص است. مشاهده می‌شود که برای L/R= ۵، با افزایش

جدول ۴. خیز بی‌بُعد نانولوله در وسط آن (x=L/۲) و در سطح پایین (θ=۰) و سطح بالا (θ=π) نانولوله با شرط مرزی دو سر ساده.

Table 4. Dimensionless deflection of the nanotube at its midpoint (x=L/2) on the bottom (θ=0) and top (θ=π) of nanotube with simply-supported boundary condition.

μ (nm²)	θ	L/R=5	L/R=10	L/R=20	L/R=50	L/R=80
0	0	-2.0179	-1.2517	-1.0869	-1.0315	-1.0052
	π	2.0179	1.2517	1.0869	1.0315	1.0052
0.5	0	-2.2740	-1.3747	-1.1860	-1.1234	-1.0946
	π	2.2740	1.3747	1.1860	1.1234	1.0946
1	0	-2.5428	-1.4998	-1.2855	-1.2155	-1.1841
	π	2.5428	1.4998	1.2855	1.2155	1.1841
0.5	0	-2.8241	-1.6267	-1.3855	-1.3076	-1.2735
	π	2.8241	1.6267	1.3855	1.3076	1.2735
2	0	-3.1180	-1.7557	-1.4858	-1.3998	-1.3630
	π	3.1180	1.7557	1.4858	1.3998	1.3630

جدول ۵. خیز بی‌بُعد نانولوله در وسط آن (x=L/۲) و در سطح پایین (θ=۰) و سطح بالا (θ=π) نانولوله با شرط مرزی گیردار- گیردار.

Table 5. Dimensionless deflection of the nanotube at its midpoint (x=L/2) on the bottom (θ=0) and top (θ=π) of the nanotube with clamped-clamped boundary condition.

μ (nm²)	θ	L/R=5	L/R=10	L/R=20	L/R=50	L/R=80
0	0	-1.3057	-0.4629	-0.2794	-0.2296	-0.2229
	π	1.3057	0.4629	0.2794	0.2296	0.2229
0.5	0	-1.4715	-0.5084	-0.3049	-0.2500	-0.2427
	π	1.4715	0.5084	0.3049	0.2500	0.2427
1	0	-1.6454	-0.5546	-0.3305	-0.2705	-0.2625
	π	1.6454	0.5546	0.3305	0.2705	0.2625
1.5	0	-1.8274	-0.6016	-0.3562	-0.2910	-0.2823
	π	1.8274	0.6016	0.3562	0.2910	0.2823
2	0	-2.0175	-0.6493	-0.3820	-0.3115	-0.3022
	π	2.0175	0.6493	0.3820	0.3115	0.3022

جدول ۶. خیز بی‌بعد نانولوله در وسط آن (x=L/۲) و در سطح پایین (θ=۰) و سطح بالا (θ=π) نانولوله با شرط مرزی گیردار- ساده.

Table 6. Dimensionless deflection of the nanotube at its midpoint (x=L/2) on the bottom (θ=0) and top (θ=π) of the nanotube with clamped-simply supported boundary condition.

μ (nm²)	θ	L/R=5	L/R=10	L/R=20	L/R=50	L/R=80
0	0	-2.6756	-0.5476	-0.3464	-0.4409	-0.3865
	π	2.6756	0.5476	0.3464	0.4409	0.3865
0.5	0	-3.0153	-0.6014	-0.3780	-0.4802	-0.4209
	π	3.0153	0.6014	0.3780	0.4802	0.4209
1	0	-3.3717	-0.6561	-0.4097	-0.5195	-0.4553
	π	3.3717	0.6561	0.4097	0.5195	0.4553
1.5	0	-3.7447	-0.7117	-0.4416	-0.5589	-0.4897
	π	3.7447	0.7117	0.4416	0.5589	0.4897
2	0	-4.1344	-0.7681	-0.4736	-0.5983	-0.5241
	π	4.1344	0.7681	0.4736	0.5983	0.5241

ضریب غیرموضعی از μ=۱ nm^2 به μ=۲ nm^2، مقدار خیز در پیش‌بینی تئوری غیرموضعی حدود ۵۰٪ افزایش یافته است. این افزایش برای نسبت L/R= ۸۰ حدود ۳۰٪ است. همچنین مقدار خیز در نقاط مشابه (θ=۰ و x=L/۲) و (θ=π و x=L/۲) برای شرایط مرزی گیردار- گیردار در جدول ۵ ارائه شده است. مشاهده می‌شود برای مقادیر بزرگ L/R، مقدار خیز در نانولوله‌ی گیردار- گیردار حدود ۲۲٪ مقدار خیز در نانولوله دو سر ساده است، که با مقدار موردانتظار از تئوری تیر اویلر- برنولی (۲۱/۵٪) تطابق دارد. اما برای L/R= ۵، نسبت خیز نانولوله‌ی دو سر گیردار به دو سر ساده حدود ۶۵٪ است، که نشان می‌دهد با کاهش نسبت L/R، تأثیر شرایط مرزی گیردار در کاهش خیز نانولوله کمتر شده است. مقدار خیز برای شرایط مرزی گیردار- ساده در جدول ۶ ارائه شده است.

۴. نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر، یک مدل مبتنی بر ترکیب تئوری پوسته‌های لاو و نظریه‌ی الاستیسیته‌ی غیرموضعی ارینگن برای تحلیل خمش نانولوله‌های کربنی تک جداره ارائه شده است. به‌منظور حل دقیق معادله‌های دیفرانسیل حاکم، از روش تعمیم‌یافته‌ی مربعات تفاضلی استفاده شده است، که ضمن دستیابی به دقت بالا با تعداد کم گره‌ها، توانایی بالایی در اعمال شرایط مرزی مختلف دارد.

نتایج عددی حاصل از مدل پیشنهادی نشان داده است که درنظرگرفتن آثار غیرموضعی منجر به افزایش قابل‌توجه در پیش‌بینی مقدار خیز نانولوله نسبت به حالتی که آثار غیرموضعی در نظر گرفته نشده است، می‌شود.

مقایسه‌ی بین نتایج مدل پوسته و مدل تیر برای پیش‌بینی خیز نانولوله نشان داده است که در غیاب اثر اندازه، دو مدل مذکور در نسبت‌های طول به شعاع بزرگ (L/R بزرگ) تطابق مناسبی دارند. اما با درنظرگرفتن اثر اندازه، حتی در نسبت‌های L/R بزرگ نیز تفاوت چشمگیری بین نتایج مدل تیر و مدل پوسته مشاهده می‌شود و نشان می‌دهد که مدل تیر به این علت که نمی‌تواند آثار تغییرات نسبت به محیط نانولوله را در مدل‌سازی در نظر بگیرد، نمی‌تواند به‌درستی رفتار واقعی خمشی نانولوله را پیش‌بینی کند. مسئله‌ی اخیر، لزوم استفاده از تئوری‌های دقیق‌تر، نظیر: تئوری لاو در ترکیب با تئوری الاستیسیته‌ی غیرموضعی برای مدل‌سازی نانولوله‌ها را به‌ویژه در مسائل مربوط به مدل‌سازی خیز نانولوله‌ها تأکید می‌کند.

References - منابع

1. Yakobson, B.I., Brabec, C.J. and Bernholc, J., 1996. Nanomechanics of carbon tubes: instabilities beyond linear response. *Physical Review Letters*, *76*(14), pp. 2511–2514. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.2511
2. Kulathunga, D.D.T.K., Ang, K.K. and Reddy, J.N., 2010. Molecular dynamics analysis on buckling of defective carbon nanotubes. *Journal of Physics: Condensed Matter*, *22*(34), p. 345301. DOI: https://doi.org/10.1088/0953-8984/22/34/345301
3. Kasti, N.A., 2007. Zigzag carbon nanotubes—molecular/structural mechanics and the finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, *44*(21), pp. 6914–6929. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.03.017
4. Chowdhury, R., Adhikari, S., Wang, C.Y. and Scarpa, F., 2010. A molecular mechanics approach for the vibration of single-walled carbon nanotubes. *Computational Materials Science*, *48*(4), pp. 730–735. DOI: https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.03.020
5. Eringen, A.C., 1983. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, *54*(9), pp. 4703–4710. DOI: https://doi.org/10.1063/1.332803
6. Reddy, J.N., 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, *45*(2–8), pp. 288–307. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2007.04.004
7. Reddy, J.N. and Pang, S.D., 2008. Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of Applied Physics*, *103*(2), p. 023511. DOI: https://doi.org/10.1063/1.2833431
8. Aydogdu, M., 2009. A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, *41*(9), pp. 1651–1655. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physe.2009.05.014
9. Pradhan, S.C., 2012. Nonlocal finite element analysis and small scale effects of CNTs with Timoshenko beam theory. *Finite Elements in Analysis and Design*, *50*, pp. 8–20. DOI: https://doi.org/10.1016/j.finel.2011.08.008
10. Alshorbagy, A.E., Eltaher, M.A. and Mahmoud, F.F., 2013. Static analysis of nanobeams using nonlocal FEM. *Journal of Mechanical Science and Technology*, *27*(7), pp. 2035–2041. DOI: https://doi.org/10.1007/s12206-013-0212-x
11. Phadikar, J.K. and Pradhan, S.C., 2009. Bending vibration and buckling analysis of nonhomogeneous nanotubes using nonlocal elasticity theory and GDQ method. *Journal of Aerospace Sciences and Technologies*, *61*(4), pp. 482–495. DOI: https://doi.org/10.61653/joast.v61i4.2009.588
12. Civalek, Ö. and Demir, Ç., 2011. Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, *35*(5), pp. 2053–2067. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.004
13. Hadi, A., Nejad, M.Z. and Hosseini, M., 2018. Vibrations of three-dimensionally graded nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, *128*, pp. 12–23. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.03.004
14. Abumandour, R.M., El-Shorbagy, M.A., Eldesoky, I.M., Kamel, M.H., Alotaibi, H. and Felila, A.L., 2022. Deflection analysis of a nonlocal Euler–Bernoulli nanobeam model resting on two elastic foundations: a generalized differential quadrature approach. *Symmetry*, *14*(11), p. 2342. DOI: https://doi.org/10.3390/sym14112342
15. Nejad, M.Z., Hadi, A., Omidvari, A. and Rastgoo, A., 2018. Bending analysis of bi-directional functionally graded Euler–Bernoulli nano-beams using integral form of Eringen's non-local elasticity theory. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, *67*(4), pp. 417–425. DOI: https://doi.org/10.12989/sem.2018.67.4.417
16. Najafi, M. and Ahmadi, I., 2022. A new model to study magnetic-electric fields effects on bending of nano-scale magneto-electro-elastic beams. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, *96*, p. 104712. DOI: https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2022.104712
17. Najafi, M. and Ahmadi, I., 2021. A nonlocal layerwise theory for free vibration analysis of nanobeams with various boundary conditions on Winkler-Pasternak foundation. *Steel and Composite Structures, An International Journal*, *40*(1), pp. 101–119. DOI: https://doi.org/10.12989/scs.2021.40.1.101
18. Koochakianfard, O. and Alibeigloo, A., 2023. Nonlocal vibration of nanobeam embedded in viscoelastic Pasternak foundation with longitudinal and rotational motions with surface effects. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, *54*(10), pp. 2215–2238. DOI: https://doi.org/10.22060/mej.2022.21234.7407
19. Ahmadi, I., Moradi, M.N. and Panah, M.D., 2024. Dynamic response analysis of nanoparticle-nanobeam impact using nonlocal theory and meshless method. *Structural Engineering and Mechanics*, *89*(2), pp. 135–153. DOI: https://doi.org/10.12989/sem.2024.89.2.135
20. Danesh, H., Javanbakht, M. and Aghdam, M.M., 2023. A comparative study of 1D nonlocal integral Timoshenko beam and 2D nonlocal integral elasticity

theories for bending of nanoscale beams. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, *35*(3), pp. 1063–1085. DOI: https://doi.org/10.1007/s00161-021-00976-7

21. Ahmadi, I., Davarpanah, M., Sladek, J., Sladek, V. and Moradi, M.N., 2024. A size-dependent meshless model for free vibration analysis of 2D-functionally graded multiple nanobeam system. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, *46*(1), p. 11. DOI: https://doi.org/10.1007/s40430-023-04580-5

22. Ahmadi, I., Sladek, V. and Sladek, J., 2025. Instability and buckling analysis of bi-directional FG multiple nanobeam system in thermal environment by a meshless method. *Archive of Applied Mechanics*, *95*(8), p. 181. DOI: https://doi.org/10.1007/s00419-025-02890-9

23. Hosseini-Hashemi, S. and Ilkhani, M.R., 2016. Exact solution for free vibrations of spinning nanotube based on nonlocal first order shear deformation shell theory. *Composite Structures*, *157*, pp. 1–11. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.08.019

24. Wang, Q. and Varadan, V.K., 2007. Application of nonlocal elastic shell theory in wave propagation analysis of carbon nanotubes. *Smart Materials and Structures*, *16*(1), pp. 178–190. DOI: https://doi.org/10.1088/0964-1726/16/1/022

25. Wang, X. and Yang, H.K., 2006. Bending stability of multiwalled carbon nanotubes. *Physical Review B*, *73*(8), p. 085409. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.085409

26. Wang, C.M., Tay, Z.Y., Chowdhury, A.R., Duan, W.H., Zhang, Y.Y. and Silvestre, N., 2011. Examination of cylindrical shell theories for buckling of carbon nanotubes. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, *11*(6), pp. 1035–1058. DOI: https://doi.org/10.1142/S0219455411004464

27. Shaban, M. and Alibeigloo, A., 2014. Three-dimensional vibration and bending analysis of carbon nanotubes embedded in elastic medium based on theory of elasticity. *Latin American Journal of Solids and Structures*, *11*, pp. 2122–2140. DOI: https://doi.org/10.1590/S1679-78252014001200002

28. Ansari, R., Rouhi, H. and Sahmani, S., 2016. Studying the vibrational behavior of single-walled carbon nanotubes under different boundary conditions using the Rayleigh-Ritz technique. *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, *8*(2), pp. 51–67. DOI: https://doi.org/10.24107/ijeas.252145

29. Ansari, R. and Rouhi, H., 2012. Analytical treatment of the free vibration of single-walled carbon nanotubes based on the nonlocal Flügge shell theory. *Journal of Engineering Materials and Technology*, *134*(1), p. 011008. DOI: https://doi.org/10.1115/1.4005347

30. Selim, M.M., Alotaibi, M.F., Soltani, A., Mohamed, A.B.A. and Abdel-Aty, A.H., 2023. Torsional vibrational analysis of irregular single-walled carbon nanotube with elastic-support boundary conditions. *Journal of Materials Research and Technology*, *24*, pp. 215–222. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2023.02.230

31. Strozzi, M., Elishakoff, I.E., Bochicchio, M., Cocconcelli, M., Rubini, R. and Radi, E., 2023. A comparison of shell theories for vibration analysis of single-walled carbon nanotubes based on an anisotropic elastic shell model. *Nanomaterials*, *13*(8), p. 1390. DOI: https://doi.org/10.3390/nano13081390

32. Budiansky, B. and Sanders, J.L., 1963. On the best first-order linear shell theory. In Progress in Applied Mechanics: The Prager Anniversary Volume, pp. 129–140, Macmillan, New York, USA.

33. Shu, C., 2000. Differential quadrature and its application in engineering. Springer, London, UK. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0407-0

34. Pantano, A., Parks, D.M. and Boyce, M.C., 2004. Mechanics of deformation of single- and multi-wall carbon nanotubes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *52*(4), pp. 789–821. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmps.2003.08.004

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu

Research Article

Investigation of Parametric Dynamic Mode Decomposition for 2D Flow Field Estimation

Mohammad Sadegh Keyvanipour, Foroogh Mohandespour and Nowrouz Mohammad Nouri *

Faculty of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
* Corresponding author:(mnouri@iust.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 15 February 2026

Revised: 10 September 2026

Accepted: 30 September 2026

Keywords:

Dynamic mode decomposition, computational fluid dynamics, regression.

Abstract

The Dynamic Mode Decomposition (DMD) method is recognized for enhancing the computational efficiency of numerical and experimental studies of complex phenomena. Using this method, a high-dimensional system is reduced to a low-dimensional one that preserves the key features of the original system and reproduces its dynamics. DMD is broadly adaptable and applicable in fluid dynamics and other data-driven fields. Regression methods, in turn, are statistical techniques that model relationships between two or more variables. In this study a fast and accurate technique is used to approximate the velocity field of a fluid from precomputed velocity fields at neighboring Reynolds numbers. Specifically, features of the velocity field are extracted from the decomposed modes and then extended to other Reynolds numbers using regression. Finally, this algorithm is applied to lid-driven cavity flow, with the velocity field studied at Reynolds numbers between 400 and 600. The results show good agreement between the velocity fields estimated by this method and those obtained from full simulations.

Introduction

Data-driven methods have attracted tremendous attention owing to recent advances in computational capacity [1-4]. Unlike other developed methods, such as Proper Orthogonal Decomposition (POD), DMD, as an effective Reduced Order Model (ROM), can predict and estimate the flow field from data and extract fundamental features, called spatial and temporal modes [5-6].

Many researchers have investigated ways to extend the capabilities of DMD and make it more robust [9-10]. Because feature estimation is important in fluid dynamics [13], many studies have been conducted. One DMD variant is parametric DMD, which allows an estimate obtained for one system condition to be extended to another.

In this study, a parametric DMD analysis is used to extract features from three fluid flows. As a case study, a lid-driven cavity flow is considered. Assuming the features vary smoothly within the range of interest (here, Re = 400–600). The novelty of this study lies in adapting the initial conditions of the DMD-decomposed modes and regression method to conduct a parametric study. This method thereby extends DMD's capacity with less computation compared to the existing pDMD methods.

Methodology

Parametric DMD comprises the DMD algorithm and a conductor, such as regression and Radial Basis Function (RBF) Neural Network, that establishes a meaningful relationship among the decomposed modes. First, to apply DMD, the snapshot matrices are defined as in Equation (1) [16]. After the velocity data are arranged accordingly, the algorithm seeks the matrix A. Using Equations (4) to (6), the dynamical modes can be calculated. Therefore, as shown in Equation (7), the flow field dynamics can be reproduced.

To Cite this article:
Keyvanipour, MS., Mohandespour, F. and Mohammad Nouri, N. 2026. Investigation of parametric dynamic mode decomposition for 2d flow field estimation, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 95-103.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.67541.1759

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

To conduct the parametric study of the modes, regression on the DMD features is used. The matrices of features are arranged as in Equation (9). The value of p is determined by the flow characteristics. The more complicated and nonlinear the flow, the higher the value of p required to establish a linear relationship with low estimation error.

To implement the method presented in this study, a lid-driven cavity flow, as shown in Figure 1, is considered. The 2D flow is driven by an oscillating lid with velocity u_ref cos(ωt), where the viscosity, Reynolds number, and frequency are $0.01\ N.s/m^2$, 100, and $\frac{2\pi}{6}$, respectively. As shown in Figure 2, the simulation results are consistent with those reported in Ref. [20].

After validation, the simulation is repeated for fluid flows at Reynolds numbers of 400, 500, and 600 to generate sufficient data for the presented method. A laminar, transient solver with the SIMPLE algorithm is used.

Results and Discussion

During mode decomposition, the modes' energies are calculated and shown in Figure 5. The first nine modes contain 99% of the energy and are therefore selected. The spatial and temporal modes of the flow with Re = 400 are shown in Figures 4 and 6. Because the flow is periodic, the modes occur in complex-conjugate pairs, except for the DC mode. Therefore, only one mode from each conjugate pair and the DC mode are included in the figures. Figure 7 compares the spatial modes at Re = 400, 500, and 600; they are almost identical.

According to Equation (11), the initial conditions within the specified span are identified. The flow fields at Re = 425, 450, 475, 525, 550, and 575 are then reconstructed. Finally, Table 1 reports the percentage of nodes with a relative error above 5%. In this table, the percentage of nodes with a relative error greater than 5% is reported. The highest error belongs to the estimation of fluid flow with Re equal to 450, and then to 550. This is attributed to the error increasing with the distance between the estimation point and the nearest training point.

Conclusion

Unlike common ROM, DMD dynamically reconstructs fluid flow. In this research, a variant of parametric DMD with lower computational effort is presented. The results show that the regression between the training nodes, using the DMD modes' initial conditions, provides a sound basis for estimating fluid flows at different Re numbers. However, for highly nonlinear flows, more training points may be needed to improve the estimates; this should be explored in future work.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

بررسی تجزیه‌ی حالت پویا پارامتریک برای تخمین میدان جریان دو بُعدی

محمدصادق کیوانی‌پور ، فروغ مهندس‌پور و نوروز محمد نوری*

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (mnouri@iust.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۱۱/۲۶

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۶/۱۹

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵ /۰۷/۰۸

واژگان کلیدی:

تجزیه‌ی مد دینامیکی،

دینامیک سیالات محاسباتی،

رگرسیون.

چکیده

مدل‌های مرتبه‌ی کاهش‌یافته یا ROM ها، به‌دلیل افزایش کارایی محاسباتی برای روش‌های عددی و تحلیل نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی، در مطالعه‌ی پدیده‌های پیچیده‌ای که دینامیک غیرخطی دارند، به جایگاه شناخته‌شده و قابل اطمینانی رسیده‌اند. در این میان، روش تجزیه‌ی حالت پویا یا DMD، در طیف وسیعی از زمینه‌های معرفی‌شده در دینامیک سیالات و سایر رشته‌های مرتبط با روش‌های داده‌محور، نتایج رضایت‌بخشی را نشان داده است. در مطالعه‌ی حاضر، از یک روش سریع و دقیق برای به‌دست‌آوردن تقریب مناسب از میدان سرعت یک سیال مشخص، با استفاده از میدان سرعت محاسبه‌شده‌ی سیال‌هایی که با اعداد رینولدز در همسایگی تعریف شده‌اند، استفاده شده است. در روش مذکور از تشکیل ماتریس داده‌های میدان سرعت و روش رگرسیون بهره گرفته شده است. درنهایت، به‌عنوان یک مطالعه‌ی موردی، الگوریتم اخیر بر روی جریان سیال حفره‌ای با درب محرک اعمال شده است. نتایج به‌دست‌آمده، مطابقت مناسبی بین میدان سرعت تخمین زده‌شده با استفاده از روش مذکور را نشان داده است.

۱. مقدمه

به‌دلیل پیشرفت‌های اخیر در ظرفیت‌های محاسباتی، به روش‌های داده‌محور بیش از پیش توجه شده است. روش DMD[1]، یکی از روش‌های بدیع در میان ROM[2]هاست، که با استخراج ویژگی‌ها از داده‌ها، مدل‌سازی، تخمین، و پیش‌بینی سیستم‌های غیرخطی پیچیده را متحول می‌سازد.[۱] روش DMD، داده‌ها را به ساختارهای زمانی و مکانی منسجم تجزیه می‌کند، که براساس مقادیر ویژه‌ی سیستم رفتار می‌کنند. DMD در سال‌های اخیر در بسیاری از تحلیل‌های پیچیده‌ی مبتنی بر داده، مانند اپیدمیولوژی،[۲] مالی،[۳] علوم اعصاب،[۴] و دینامیک سیالات، که برای اولین بار توسط اشمیت[3] (۲۰۱۰)،[۵] معرفی شده است، استفاده شده است. روش DMD، عملگر کوپمن خطی را منحصراً در حوزه داده‌های اندازه‌گیری‌شده تقریب می‌زند.[۶]

شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی غیرخطی و پیچیده در کاربردهای دینامیک سیالات، پرهزینه و عمدتاً پیچیده است، زیرا سیستم‌های حاکم بر معادلات ناویر- استوکس پیچیده هستند. بنابراین، استفاده از مدل‌های ریاضی مبتنی بر داده می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی ناسازگاری‌ها و هزینه‌های محاسباتی را کاهش دهد. با این حال، روش‌های مبتنی بر داده در مواردی مانند حساسیت به نویز،[۷] به خوبی عمل نمی‌کنند، که باید خطاهای موجود تا حد امکان کاهش یابند. لذا، کاربرد روش‌های مذکور باید گسترش یابد تا به طورمناسب در جریان سیال در رویکردهای هیدرودینامیکی اعمال شوند. همچنین از روش DMD به منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی نیز استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال، صباغ زادگان و کاظم مؤیدی (۲۰۲۱)،[۱۳] با استفاده از روش DMD، یک مدل کاهش مرتبه‌یافته از فرایند انتقال حرارت از یک پوسته‌ی جامد را ارائه و هزینه‌ی محاسباتی را کاهش داده‌اند.

نوشتارهای پژوهشی بسیاری روش DMD را تحلیل کرده‌اند، تا آن را مقاوم‌تر کنند و دامنه‌ی کاربری آن را نیز افزایش دهند. به عنوان مثال، ساشیدر و کوتز[4] (۲۰۲۲)،[۹] تجزیه‌ی حالت پویای بهینه‌شده و بگینگ[5] را معرفی کرده‌اند، که به DMD این امکان را می‌دهد تا انتخاب دقیق تصاویر لحظه‌ای توسط روش‌های یادگیری ماشین انجام شود و درنهایت، سازگاری روش DMD را افزایش دهد. دینگ و لی[6] (۲۰۲۳)،[۱۰] از روش کمینه‌ی مربعات کل برای حذف نویز و حذف باياس تصاویر لحظه‌ای در جایی که پیچیدگی طیفی سیستم از پیچیدگی مکانی آن قابل توجه‌تر بوده است، استفاده و نتیجه را برای انواع مختلف موارد با موفقیت بررسی کرده‌اند.

[1] Dynamic Mode Decomposition
[2] Reduced-order models
[3] Schmid
[4] Sashidhar & Kutz
[5] Bagging
[6] Ding & Li

استناد به این مقاله:

کیوانی‌پور، محمدصادق، مهندس‌پور، فروغ و محمد نوری، نوروز، ۱۴۰۵. بررسی تجزیه‌ی حالت پویا پارامتریک برای تخمین میدان جریان دو بُعدی. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۹۵-۱۰۳. https://doi.org/10.24200/j40.2026.67541.1759

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

اگرچه ثابت شده است که تجزیه‌ی متعامد سره (POD) از نظر دقت بهتر از DMD است، اما DMD همچنان عملکرد بهتری در پیش‌بینی نشان می‌دهد. به عنوان مثال، لی و همکارانش (۲۰۲۰)،[۱۱] دقت روش DMD را در یک میدان فشار با عدد رینولدز بالا، که در آن جریان روی یک منشور عبور می‌کرده است، بررسی کرده‌اند. DMD با رتبه‌ی کامل دقت بالایی را نشان داده است، اگرچه خطاهای کاهش مرتبه در برخی مناطق قابل اغماض نبوده‌اند. از دلایل اصلی خطاهای بازسازی ماتریس ساختارهای مکانی، فعالیت‌های غیرخطی سیستم دینامیکی است. همچنین، خطاهای بازسازی ماتریس ساختارهای زمانی، ناشی از رفتار سیستم دینامیکی در طول زمان هستند. مطالعات پژوهشی زیادی در مورد گسترش توانایی‌های روش DMD از نظر دقت انجام شده است. پن[۷] و همکارانش (۲۰۱۵)،[۱۲] دقت DMD را در تخمین هارمونیک‌های مرتبه‌ی بالاتر با چهار نوع الگوریتم DMD بررسی کرده و نتیجه گرفته‌اند که DMD برای میدان‌های مطالعاتی با انرژی بالا عملکرد بهتری دارد.

با توجه به اهمیت روش تخمین ویژگی‌های هیدرودینامیکی در سیالات،[۱۳] پژوهش‌های زیاد برای افزایش دقت و توانایی‌های پیش‌بینی با استفاده از روش DMD انجام شده است. یکی از زیرشاخه‌های آن، مطالعات پارامتریک است، که میدان جریان در یک حوزه با استفاده از تخمین‌های صورت‌گرفته در حوزه‌های دیگر انجام می‌شود.[۱۴] در پژوهش حاضر نیز با بهره‌گیری از رویکرد اخیر، ویژگی‌های مکانی و زمانی استخراج‌شده از یک سیستم دینامیکی به سیستم دیگر انتقال یافته و بدین صورت ویژگی‌های هیدرودینامیکی سیال ثانویه با درنظرگرفتن شرایط اولیه در تجزیه‌ی مد دینامیکی تخمین زده شده است. این نگاشت ویژگی با استفاده از یادگیری نظارت‌شده انجام شده است. لذا، جریان سیال حفره‌ای با درپوش محرک به عنوان یک مسئله‌ی پایه در دینامیک سیالات در نظر گرفته شده است. پارامترهای تخمین هدف، مؤلفه‌های دو بُعدی میدان‌های سرعت بوده‌اند. نوآوری پژوهش حاضر این است که پس از تجزیه‌ی میدان به مؤلفه‌های استاندارد DMD، با درنظرگرفتن شرایط اولیه‌ی تعریف‌شده، مؤلفه‌های جریان در میدان‌های جریانی دیگر تخمین زده می‌شوند.

۲. روش‌شناسی

در بخش حاضر، رگرسیون- DMD پارامتریک و به اختصار RpDMD ارائه شده است. همان‌طور که قبلاً گفته شده است، خروجی الگوریتم DMD فقط براساس زمان و برای یک نوع جریان سیال است. بنابراین، نمی‌توان آن را مستقیماً برای اهداف دیگری، مانند پیش‌بینی جریان سیال مدل‌سازی‌شده با تغییر پارامترهایی، مانند عدد رینولدز یا ویژگی‌های سیال مانند چگالی استفاده کرد. در این راستا، از یک روش یادگیری ماشین تحت نظارت برای حل مشکل مذکور استفاده شده است. همچنین، برای بررسی معنای هر بخش، روش RpDMD ارائه شده است. در بخش ۲، مروری مختصر بر DMD و رگرسیون ارائه شده است. در بخش ۳، جزئیات روش RpDMD به‌طورجامع شرح داده شده است. درنهایت، همراه با اعتبارسنجی، نتایج شبیه‌سازی و تخمین مطالعات موردی با استفاده از RpDMD به تفضیل تعریف شده است.

۱.۲. تجزیه‌ی حالت پویا

DMD ابزاری کارآمد برای تولید یک مدل ریاضی مقاوم با استفاده از جفت ساختارهای استخراج‌شده از شبیه‌سازی‌های پیچیده‌ی تجربی یا عددی است. DMD ترکیبی از ROM ها و تبدیل فوریه در زمان در است.[۱۵] روش مذکور، ساختارهای مکانی و زمانی را از ماتریس‌های اسنپ شات، که حاوی داده‌های اندازه‌گیری‌شده‌ی مرتب‌شده براساس زمان هستند، استخراج می‌کند. در روش DMD، یک تقریب خطی از داده‌های جمع‌آوری‌شده از یک اندازه‌گیری سیستم دینامیکی غیرخطی یا پیچیده با نرخ نمونه‌برداری ثابت بین بردارهای داده طبق رابطه‌ی ۱ در نظر گرفته می‌شود:[۱۶]

$$X_{k+1} = AX_k \tag{1}$$

مطابق رابطه‌ی اخیر، بهترین تقریب را ماتریس A تخمین می‌زند، که یک تقریب خطی از دینامیک سیستم است. بررسی نرخ نمونه‌برداری مناسب، چالشی است که به‌دلیل تأثیر آن در دقت مدل‌سازی ریاضی، باید در نظر گرفته شود.

برای یافتن ماتریس تقریب سیستم، داده‌های اندازه‌گیری باید به شکل ماتریس‌های داده‌های لحظه‌ای مرتب شوند، که به‌صورت ماتریس لحظه‌ای با جابجایی زمانی مطابق با رابطه‌ی ۲ تعریف می‌شوند:[۱۵]

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{m-1} \end{bmatrix}, \\ X' &= \begin{bmatrix} x_2 & x_3 & \cdots & x_m \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

بنابراین، رابطه‌ی ۳ به‌دست می‌آید:

$$A = X'X^{\dagger} \tag{3}$$

که در آن، $\dagger$ شبه معکوس مور- پنروز است. برای حل مسئله‌ی کمینه‌ی مربعات، می‌توان این موارد را با اعمال SVD طبق رابطه‌ی ۴ تعریف کرد:[۱۷]

$$X = U\Sigma V^* = \begin{bmatrix} \tilde{U} & \tilde{U}_{rem} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma} & 0 \\ 0 & \tilde{\Sigma}_{rem} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}^* \\ \tilde{V}^*_{rem} \end{bmatrix} \approx \tilde{U}\tilde{\Sigma}\tilde{V}^* \tag{4}$$

که در آن، $U \in R^{n\times n}, \Sigma \in R^{n\times m-1}, \tilde{V}^* \in R^{m-1\times m-1}, \tilde{U} \in R^{n\times r}$ $\tilde{\Sigma} \in R^{r\times r}, \tilde{V}^* \in R^{r\times m-1}$، و عملگر خطی A را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۵ به‌دست آورد:[۱۵]

$$A \approx \overline{A} = X'\tilde{V}\tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{U}^* \tag{5}$$

سپس، حالت‌های DMD مرتبط مطابق رابطه‌ی ۶ عبارت‌اند از:[۱۶]

$$\Phi = X'V\Sigma^{-1}\Psi \tag{6}$$

که در آن، Ψ یک ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه است. درنهایت، مدل ریاضی جدید سیستم فقط مبتنی بر داده‌ها مطابق با رابطه‌ی ۷ است:[۱۵]

$$X(t) \approx \sum_{k=1}^{r} \phi_k \exp(\omega_k t) b_k = \Phi \exp(\Omega t) B \tag{7}$$

که در آن، $\omega_k = \ln(\lambda_k)/\Delta t$، B شامل دامنه‌های اولیه، Φ شامل بردارهای ویژه، و Ω شامل مقادیر ویژه به شکل ماتریسی هستند.

۲.۲. روش رگرسیون

اگر υ یک بردار با مرتبه‌ی n به‌عنوان بردار ویژگی باشد، آنگاه $\hat{y}$ نیز بردار پیش‌بینی نامیده می‌شود و مدل رگرسیون به‌صورت رابطه‌ی ۸ خواهد بود:[۱۸]

$$\hat{y} = \upsilon^T \beta + \delta = \begin{bmatrix} 1 \\ \upsilon \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta \\ \beta \end{bmatrix} = \tilde{\upsilon}^T \tilde{\beta} \tag{8}$$

[7] Pan

۳.۲. الگوریتم جدید مبتنی بر DMD/ رگرسیون

مدل ریاضی سیستم دینامیکی با اعمال الگوریتم DMD بر روی داده‌های حاصل از اندازه‌گیری به‌دست می‌آید. این امر نیز با تشخیص ویژگی‌های دینامیکی سیستم با استفاده از الگوریتم DMD و اجرای آن در طول زمان و برای یک نوع سیال با شرایط تعریف‌شده انجام می‌شود. در پژوهش حاضر سعی بر آن بوده است که با داشتن اطلاعات دینامیکی حاصل از چند شبیه‌سازی، و برقراری رابطه‌ی رگرسیون بین آن‌ها، بتوان میدان سرعت سیال دلخواه را پیش‌بینی کرد. به این منظور، شبیه‌سازی چند نوع سیال متفاوت، که عدد رینولدز متفاوت داشته‌اند، انجام شده است. لذا، فرض شده است که شرایط مرزی برای همه‌ی سیالات یکسان است و فقط چگالی و لزجت آن‌ها با یکدیگر تفاوت دارد. درنهایت، می‌توان میدان سیال دیگر را با استفاده از اعمال رگرسیون بر ویژگی استخراج‌شده توسط DMD از شبیه‌سازی‌های موجود تخمین زد.

اولاً، میدان سرعت یک سیستم دینامیکی سیال فقط براساس داده‌های اندازه‌گیری‌شده بازسازی می‌شود. از آنجا که $Re(t)=\rho V(t)L/\mu$ است، پس می‌توان رابطه‌ی $Re(t)=f(\chi(t))$, را نوشت و رابطه‌ی ۹ نیز برقرار خواهد بود:

$$\chi(t)=\begin{bmatrix}\Phi_1 & \Phi_2 & \cdots & \Phi_p\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}B_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & 0 & B_p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\exp(\Omega_1 t)\\ \exp(\Omega_2 t)\\ \vdots\\ \exp(\Omega_p t)\end{bmatrix} \quad (9)$$

مقدار مناسب p به ویژگی‌های دینامیک جریان سیال بستگی دارد؛ هر چه غیرخطی‌بودن میدان سیال بیشتر باشد، مقدار p بیشتری موردنیاز است.

رابطه‌ی اخیر توضیح می‌دهد که چگونه عدد رینولدز با مدهای مکانی و زمانی میدان سرعت مرتبط است. درنهایت، به‌منظور حل رابطه‌ی مذکور، شرایط اولیه‌ی رابطه‌ی رگرسیون به صورت معادله‌ی ۱۰ برقرار خواهد بود:

$$B_i=\sum_{j=1}^{N}\eta_{i,j}\,\mathrm{Re}^{j-1},\quad i=1,\ldots,p,\ \ j=1,\ldots,N \quad (10)$$

عملیات رگرسیون روی هر سطر ماتریس انجام خواهد شد، تا بردارهای وزنی مناسب مربوط به ویژگی‌های میدان جریان انتخاب‌شده شناسایی شوند.

۳. مطالعه‌ی موردی

جریان حفره‌ای با درب متحرک مطابق با شکل ۱، به‌عنوان مطالعه‌ی موردی برای پژوهش حاضر در نظر گرفته شده است. معادله‌های ناویر- استوکس تراکم‌ناپذیر دو بُعدی بدون نیروی خارجی و معادله‌ی پیوستگی استفاده شده است.[۱۹] حل دو بُعدی برای رفتار دینامیکی جریان سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر در یک حفره‌ی

(m^2) ۱ × ۱ با درب نوسانی با سرعت $u_{ref}\cos(\omega t)$ انجام شده است. با استفاده از روش FVM و الگوریتم معادله‌های وابسته به فشار روش نیمه‌ضمنی برای جریان سیال نیوتنی و تراکم‌ناپذیر از شبکه‌های دکارتی روی حفره‌ی دو بُعدی با درب متحرک نوسان‌کننده به‌صورت $u_{ref}\cos(\omega t)$ بهره گرفته

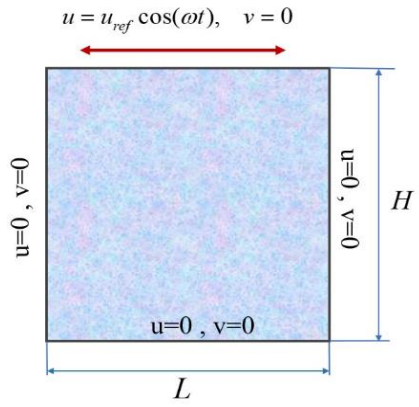


Figure 1. The geometry of the lid driven cavity flow.

شکل ۱. نمایی از هندسه‌ی جریان سیال با درب متحرک.

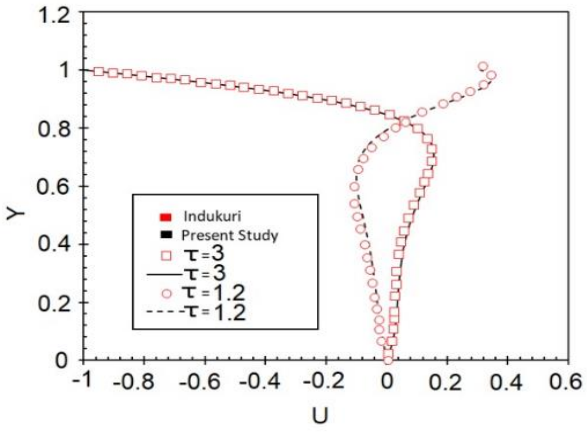


Figure 2. Validation simulation result for speed U.[20]

شکل ۲. نتیجه‌ی شبیه‌سازی اعتبارسنجی برای سرعت U.[۲۰]

می‌شود. در معادله‌ی مذکور، u_{ref} و ω به ترتیب دامنه و فرکانس نوسان هستند. ویسکوزیته، عدد Re، و فرکانس سیال به ترتیب ۰/۰۱ $N.s/m^2$، Re=۱۰۰، و ۲π/۶ در نظر گرفته شده‌اند. مطابق شکل ۲، نتیجه‌ی شبیه‌سازی با کار ایندوکری و مانییر[8] (۲۰۱۸)،[۲۰] اعتبارسنجی شده است. در این راستا، زمان بدون بُعد به‌صورت $\tau=u_{ref}t/L$ تعریف شده است.

در مرحله‌ی بعد، جریان حفره با درب متحرک با نوسان بالاتر به‌عنوان یک مسئله‌ی گذرا حل شده است، تا DMD بر نوسان هارمونیک اعمال شود و تغییرات آشکار شوند. در این راستا، u_{ref}=۱۰ (m/s)، ω=۲π، (kg/m^3) ρ=۱۰، Re= ۴۰۰، μ=۰/۲۵ ($N.s/m^2$) در نظر گرفته می‌شود. همچنین، برای گام زمانی داده‌شده برابر با ۰/۰۲ ثانیه، زمان اجرای شبیه‌سازی ۲۰ ثانیه بوده است، که ۱۰۰۰ تصویر لحظه‌ای تولید می‌کند. برای حل شبکه‌ی مذکور از نرم‌افزار فلوئنت از ورژن ۲۰۲۲R۲ و الگوریتم SIMPLE با درنظرگرفتن جریان آرام و گذرا استفاده شده است.

۱.۳. آزمون استقلال از شبکه

به‌منظور بررسی تأثیر اندازه‌ی شبکه‌ی محاسباتی در دقت نتایج و اطمینان از استقلال پاسخ عددی از شبکه، آزمون استقلال از شبکه برای مسئله‌ی جریان ناپایای حاضر انجام شده است. شرایط شبیه‌سازی، شامل عدد رینولدز Re=۱۰۰ و فرکانس تحریک (نوسان)، ۲π/۶ رادیان بر ثانیه بوده است.

[8] Indukuri & Maniyeri

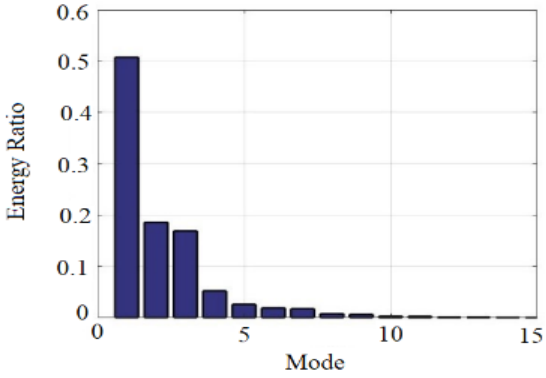


Figure 5. Energy of the first 15 modes.

شکل ۵. انرژی ۱۵ مد اول.

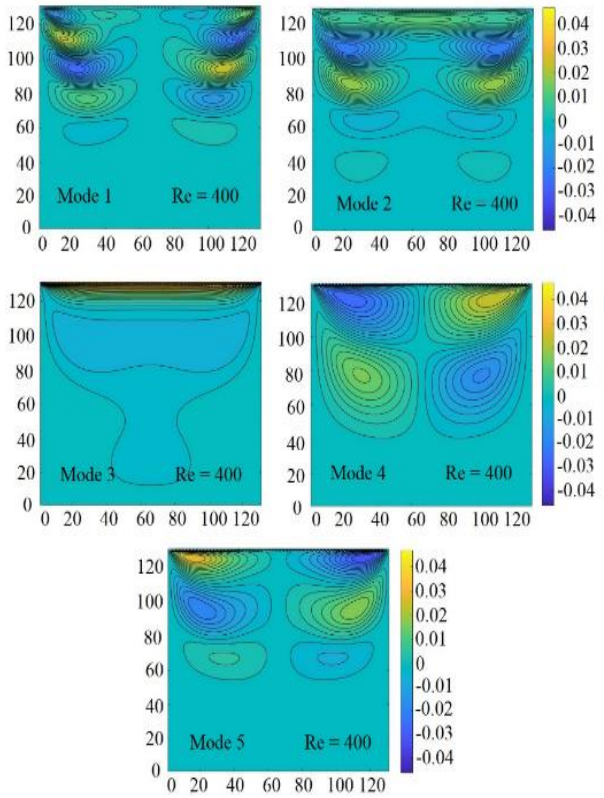


Figure 6. The top 5 non-iterative modes of cavity structures with movable lids for Re = 400.

شکل ۶. پنج ساختار بدون تکرار جریان در حفره با درب متحرک برای جریان با رینولدز ۴۰۰.

به‌صورت مزدوج هستند. در شکل ۶، پنج مد غیرتکراری از ۹ مد دینامیکی نشان داده شده است. مد اول برابر با مد DC و دیگر مدهای هارمونیک برای جریان سیال درون حفره با درب نوسانی برای عدد رینولدز ۴۰۰ رسم شده‌اند.

۲.۳. اعمال الگوریتم RpDMD

جریان سیال حفره با درب متحرک با درنظرگرفتن Re=۴۰۰ با استفاده از روش حجم محدود حل شده است. برای اعمال الگوریتم RpDMD، جریان سیال حفره برای Re=۵۰۰ و Re=۶۰۰ نیز به‌صورت مشابه شبیه‌سازی و مدهای دینامیکی زمانی و مکانی آن‌ها با استفاده از روش DMD استخراج شده‌اند. در این راستا، می‌توان شرایط جریان سیال با Re های مختلف در بازه‌ی ۴۰۰ تا ۶۰۰ را تخمین زد. روش اخیر، محدوده‌ی تخمین و پیش‌بینی الگوریتم DMD را در سایر تغییرات جریان سیال گسترش می‌دهد و باعث می‌شود تا

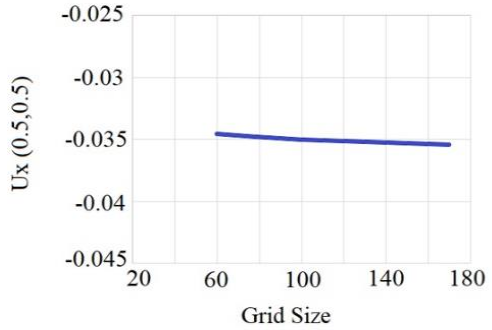


Figure 3. Mesh Independency Test for cavity fluid flow.

شکل ۳. آزمون استقلال از مش برای جریان حفره.

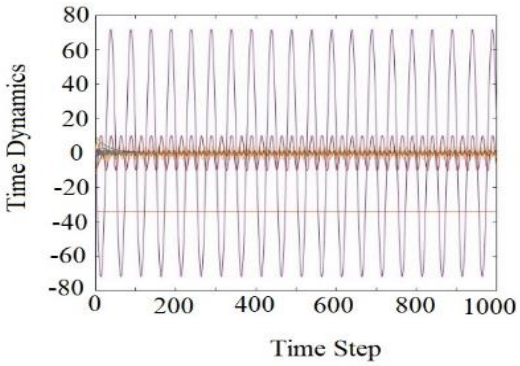


Figure 4. Time dynamics of a cavity flow with a movable lid.

شکل ۴. دینامیک زمانی جریان حفره با درب متحرک.

برای ارزیابی حساسیت نتایج نسبت به اندازه‌ی شبکه، پنج شبکه‌ی یکنواخت با ابعاد نشان داده‌شده در شکل ۳ بررسی شده‌اند. مقایسه‌ی نتایج نشان داده است که اختلاف نسبی میان تمامی شبکه‌های مطالعه‌شده کمتر از ۱٪ است، که بیانگر همگرایی مناسب حل عددی و استقلال نتایج از اندازه‌ی شبکه است. همچنین، کمترین اختلاف بین نتایج حاصل از شبکه‌های ۱۳۰×۱۳۰ و ۱۷۰×۱۷۰ مشاهده شده است، که نشان می‌دهد ریزسازی بیشتر شبکه، تأثیر محسوسی در پاسخ عددی نداشته است. از آنجا که استفاده از شبکه‌ی ۱۷۰×۱۷۰ فقط موجب افزایش هزینه‌ی محاسباتی، بدون بهبود قابل‌توجه در دقت نتایج می‌شود، شبکه‌ی ۱۳۰×۱۳۰ به‌عنوان شبکه‌ی بهینه انتخاب و در تمامی شبیه‌سازی‌های پژوهش استفاده شده است.

همچنین در شکل ۴، مدهای زمانی دینامیکی حفره با درب متحرک در یک شکل مشاهده می‌شوند؛ که مطابق آن، یک دینامیک زمانی DC و چندین دینامیک زمانی هارمونیک وجود دارند. دینامیک زمانی DC و برخی از هارمونیک در طول زمان اجرا ادامه دارند، اما گروهی از دینامیک‌های زمانی نیز به طورموقت وجود داشته و محو شده‌اند.

شرایط اولیه از داده‌های برداشت‌شده از شبیه‌سازی حذف می‌شوند. سپس، پس از اعمال معادله‌ی ۴، می‌توان مشاهده کرد که ۱۵ مد، بیشترین سهم انرژی جنبشی از انرژی کل را داشته‌اند. مقدار سهم انرژی مدهای مذکور را می توان در شکل ۵ مشاهده کرد. در این میان، ۹ مد اول مقدار ۹۹٪ از انرژی کل را در اختیار دارند و می‌توانند به‌عنوان نماینده‌ی کل جریان در نظر گرفته شوند، که در ادامه به آن پرداخته شده است.

شایان ذکر است که به‌دلیل پریودیک‌بودن دینامیک سیستم، به جز یکی از مدها که نشانگر جریان غالب در طول زمان است، بقیه‌ی مدهای دینامیکی

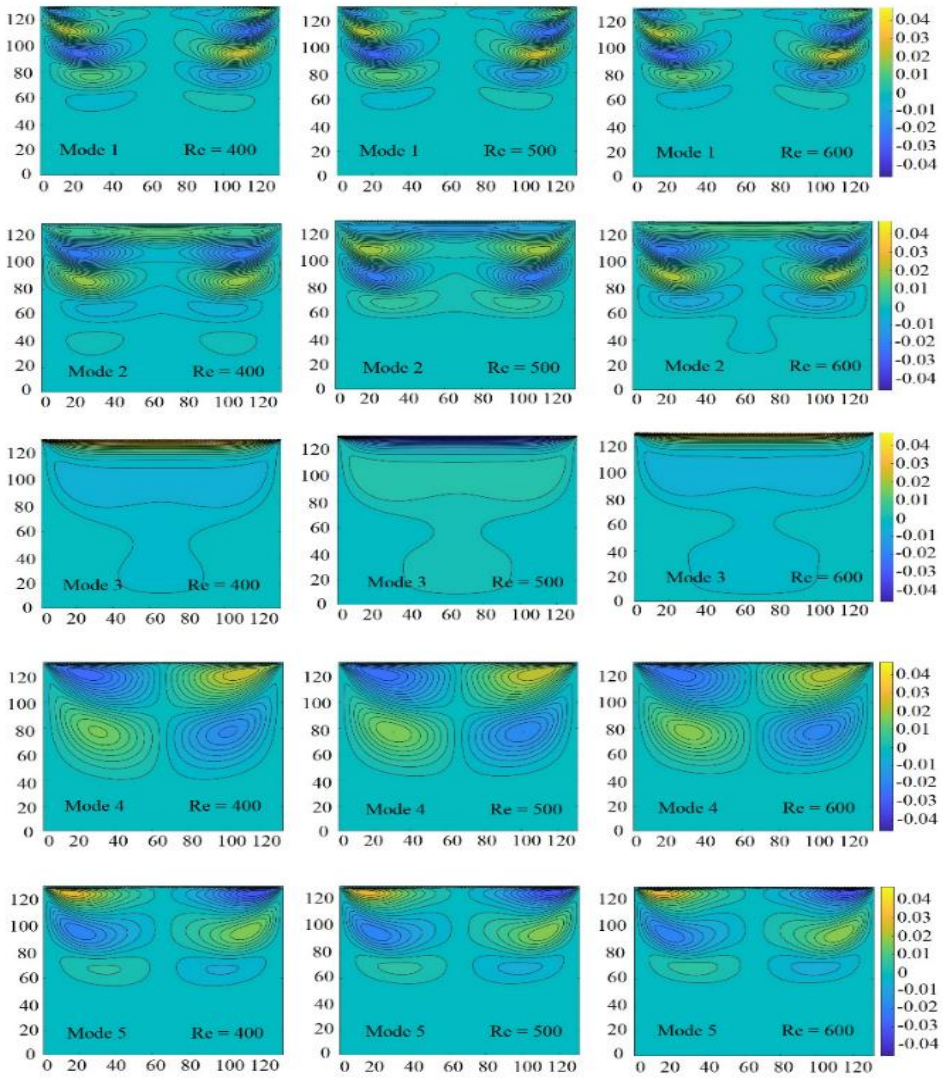


Figure 7. The 5 noniterative space modes of 9 modes with the highest energy in fluid flows with Re equals to 400, 500, 600.

شکل ۷. پنج مد غیرتکراری از ۹ مد فضایی اول با بالاترین انرژی جریان در Re های برابر با ۴۰۰، ۵۰۰، و ۶۰۰.

ظرفیت‌های الگوریتم DMD برای تخمین شرایط جریان سیال دیگر با همان شرایط مرزی افزایش یابد. در مطالعه‌ی پژوهشی حاضر، بخش‌های رگرسیون و DMD، و در نتیجه الگوریتم RpDMD می‌تواند شرایط جریان سیال را در سایر اعداد Re در محدوده‌ی مشخص‌شده تخمین بزند.

برای شبیه‌سازی جریان سیال با عددهای رینولدز ۵۰۰ و ۶۰۰ نیز ۲۰۰ گام زمانی اول از داده‌های برداشت‌شده از شبیه‌سازی، به‌عنوان شرایط اولیه‌ی ناپایدار صرف‌نظر شده است. با استفاده از الگوریتم DMD مدهای دینامیکی شناسایی و تجزیه شده‌اند. در طی این فرایند، در هنگام اعمال معادله‌ی ۴، با توجه با ماتریس مقادیر تکین Σ، مشاهده شده است که ۹ مد اول، شامل ٪۹۹ انرژی جنبشی سیستم دینامیکی بوده‌اند. بنابراین، با داشتن ۹ مد دینامیکی مکانی و زمانی همراه با شرایط اولیه، که در معادله‌ی ۷ نشان داده شده است، می‌توان با دقت مناسبی جریان سیال را بازسازی کرد.

در شکل ۷، مدهای مکانی تجزیه شده‌ی غیرتکراری با بالاترین انرژی برای جریان سیال در هر عدد Re مشاهده می‌شود. تشابه مدهای دینامیکی مکانی ذکرشده، زمینه‌ی مناسب را برای عملگر رگرسیون فراهم می‌آورد تا رابطه‌ی خطی بین میدان‌های سرعت در هر جریان با Re متفاوت در بازه‌ی بیان‌شده را ایجاد کند. به‌عبارت دیگر، با بهره‌گیری از این تشابه بین مدها و یکسان درنظرگرفتن آن‌ها بین جریان‌های سیال با اعداد رینولدز متفاوت در بازه‌ی رینولدز ۴۰۰ تا ۶۰۰، و متغیر درنظرگرفتن شرایط اولیه، می‌توان با استفاده از شرایط اولیه که در معادله‌ی ۱۰ به آن اشاره شده است، می‌توان میدان سیال جدید را تخمین زد. در واقع، در پژوهش حاضر فرض بر آن بوده است که شرایط اولیه در مدها، که با b_k در معادله‌ی ۷ نشان داده شده است، عامل ایجاد تغییرات در میدان سرعت جریان سیال برای جریان با رینولدزهای متفاوت بوده است. لذا، معادله‌ی رگرسیون برای تخمین شرایط اولیه‌ی متغیر در مدها به صورت معادله‌ی ۱۱ است:

$$B_i = \sum_{j=1}^{3} \eta_{i,j} \, \mathrm{Re}^{j-1} \quad i,j = 1,2,3. \tag{11}$$

به‌عبارت دیگر، با درنظرگرفتن تحلیل پارامتریک در DMD، در پژوهش حاضر با استفاده از رگرسیون بین شرایط اولیه‌ی مدهای دینامیکی استخراج‌شده از جریان‌هایی با اعداد رینولدز متفاوت ارتباطی خطی برقرار شده است. در نتیجه، میدان جریان با عدد رینولدز جدید و بدون نیاز به شبیه‌سازی مجدد را می‌توان بازسازی کرد.

جدول ۱. درصد تعداد نقاط با خطای تخمین سرعت بالاتر از ۵٪ در سیال‌ها با اعداد Re مختلف.

Table 1. Percentage of points with estimation error of axial velocity over 5%.

Re	*The percentage of nodes with relative error more than 5%*
425	1.8414
450	2.0365
475	1.2489
525	1.1463
550	1.7322
575	1.4722

برای حاصل‌شدن خطای تخمین کمتر از رگرسیون درجه‌ی دو استفاده شده است. مؤلفه‌ی سرعت که در راستای افق در تمامی نودهای شبکه محاسبه شده‌اند، در نظر گرفته شده است. نتایج خطای تخمین جریان با رینولدزهای متفاوت و درصد تعداد نودهای با خطای تخمین بالاتر از ۵٪ برای جریان سیال تخمین زده شده است، که در جدول ۱ ارائه شده است؛ که مطابق آن، بالاترین مقدار خطا مربوط به جریان با رینولدز ۴۵۰ و سپس ۵۵۰ بوده است. میزان خطای اخیر، نشان می‌دهد که با افزایش فاصله از نقاط تشکیل‌دهنده‌ی منحنی رگرسیون، خطای تخمین کمینه‌ی مربعات بیشتر شده است. بنابراین، برای افزایش دقت تخمین در روش ذکرشده، باید نقاط رگرسیون بیشتری انتخاب شوند.

۴. نتیجه‌گیری

برخلاف آنچه که در روش‌های مرسوم ROM مانند POD مشاهده می‌شود، تجزیه‌ی مد دینامیکی به‌منظور تجزیه‌ی جریان سیال به مدهای دینامیکی مکانی و زمانی معرفی شده است، که علاوه‌بر خاصیت کاهش ابعاد محاسباتی، امکان بازسازی دینامیکی میدان جریان را نیز فراهم می‌آورد. در مطالعات اخیر، به‌منظور تخمین میدان‌های جریان دیگر از روش DMD پارامتریک استفاده می‌شود، که معمولاً حجم مطالعاتی بالا دارند. در مطالعه‌ی حاضر، با استفاده از تشابه مدها در جریان‌هایی با عدد رینولدز متفاوت در محدوده‌های مشخص، تخمین مناسبی از میدان جریان با حجم محاسباتی پایین‌تر صورت گرفته است.

در پژوهش حاضر، با استفاده از رویکرد تحلیل پارامتریک DMD، اما فقط با درنظرگرفتن شرایط اولیه‌ی مدهای دینامیکی، میدان سرعت جریان سیال با Re متفاوت تخمین زده شده است. برای این منظور، سه جریان سیال درون حفره با درب نوسانی با Re های متفاوت با استفاده از روش تفاضل محدود حل شده و سپس داده‌برداری انجام گرفته است. مشاهده شده است که مدهای مکانی و زمانی با اختلاف پایین به صورت مشابه برای سه سیال مذکور وجود دارند و تفاوت را می‌توان در شرایط اولیه‌ی مدها مشاهده کرد. بدین ترتیب، با اعمال رگرسیون بین سه دسته مدهای استخراج‌شده از جریان سیال با Re های متفاوت، جریان‌های متفاوت نیز پیش‌بینی شده‌اند.

این رویکرد در کاربردهایی مفید است که در آن‌ها: نوع، ویسکوزیته، و چگالی سیال تغییر می‌کند، که باعث تغییر در عدد Re می‌شود، اما شرط مرزی ثابت می‌ماند. لذا، در شبیه‌سازی سیال فقط به اعمال اعداد Re به مدل رگرسیون استخراج‌شده نیاز است و پروفیل سرعت را می‌توان بدون شبیه‌سازی استخراج کرد. در نتیجه، تخمین جریان سیال در اعداد رینولدز نزدیک به نقاط تعریف‌شده برای الگوریتم رگرسیون، با دقت بالاتری صورت گرفته است. بیشترین خطا مربوط به سیال با عددهای رینولدز ۵۵۰ و ۴۵۰ بوده است.

- نمادگذاری

A	ماتریس تخمین‌زن خطی
L	طول حفره
r	مقدار مرتبه‌ی کاهش‌یافته
u	سرعت در راستای محور x ها
V	میدان سرعت

- نمادهای یونانی

β	بردار وزنی اسکالر
δ	مقدار انحراف مدل
μ	لزجت
Σ	مقدار تکین
λ	مقدار ویژه
Φ	ماتریس مقادیر ویژه

References - منابع

1. Schmid, P.J., 2021. Dynamic Mode Decomposition and its variants, *Annual Review of Fluid Mechanics*, *54*, pp. 225–254. DOI:10.1146/annurev-fluid-030121-015835

2. Proctor, J.L. & Eckhoff, P.A., 2015. Discovering dynamic patterns from infectious disease data using dynamic mode decomposition, *International Health*, *7*(2), pp. 139–145. DOI:10.1093/inthealth/ihv009

3. Mann, J. & Kutz, J.N., 2016. Dynamic mode decomposition for financial trading strategies, *Quantitative Finance*, *16*(11), pp. 1643–1655. DOI:10.1080/14697688.2016.117019

4. Casorso, J., Kong, X., Chi, W., Van De Ville, D., Yeo, B.T.T. & Liégeois, R., 2019. Dynamic mode decomposition of resting-state and task fMRI, *NeuroImage*, *194*(1), pp. 42–54. DOI:10.1016/j.neuroimage.2019.03.019

5. Schmid, P.J., 2010. Dynamic mode decomposition of experimental data, *Journal of Fluid Mechanics*, *656*, pp. 5–28. DOI:10.1017/S0022112010001217

6. Wu, Z., Brunton, S.L. & Revzen, S., 2021. Challenges in dynamic mode decomposition, *Journal of the Royal Society Interface*, *18*(185). DOI:10.1098/rsif.2021.0686

7. Tissot, G., Cordier, L., Benard, N. & Noack, B.R., 2014. Model reduction using Dynamic Mode Decomposition, *Comptes Rendus Mécanique*, *342*(6–7), pp. 410–416. DOI:10.1016/j.crme.2013.12.011

8. Rasekh, M. & Mahdi, M., 2020. Hydrodynamic coefficients estimation of a prolate spheroid using combination of hybrid extended Kalman filter and computational fluid dynamics, *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *36*(3.1), pp. 99–108 [in Persian]. DOI:20.1001.1.26764725.1399.363.1.12.7

9. Sashidhar, D. & Kutz, J.N., 2022. Optimized dynamic mode decomposition for robust, stable forecasting with spatial and temporal uncertainty quantification, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 380(2229). DOI:10.1098/rsta.2021.0199

10. Ding, W. & Li, J.I.E., 2023. Higher order extended dynamic mode decomposition based on the structured total least squares, *Journal on Scientific Computing*, *45*(2), pp. 985–1011. DOI:10.1137/21M1463665

11. Li, C.Y., Tse, T.K.T. & Hu, G., 2020. Dynamic Mode Decomposition on pressure flow field analysis: Flow field reconstruction, accuracy, and practical significance, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, *205*(104278). DOI:10.1016/j.jweia.2020.104278

12. Pan, C., Xue, D. & Wang, J., 2015. On the accuracy of dynamic mode decomposition in estimating instability of wave packet, *Experiments in Fluids*, *56*(8), pp. 1–15. DOI:10.1007/s00348-015-2015-6

13. Sabaghzadeghan, F. & Moayyedi, M.K., 2021. Reduced order model of conduction heat transfer in a solid plate based on Dynamic Mode Decomposition, *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *37*(3.2), pp. 3–12 [in Persian]. DOI:10.24200/j40.2021.55926.1555

14. Abhijith, M.S., Sandra, S., 2026. Parametric DMD with multi-linear interpolation for thermal field prediction of nanofluid flows, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 48*(178), pp. DOI:10.1007/s40430-025-06173-w

15. Kutz, J.N., Brunton, S.L., Brunton, B.W. & Proctor, J.L., *Dynamic Mode Decomposition*. Ed., 1st Edn, pp. 1-24, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, USA (2016). DOI:10.1137/1.9781611974508

16. Wu, Z., Brunton, S. L., Revzen, S., 2021, Challenges in dynamic mode decomposition, *Journal of The Royal Society Interface*, *18* (185), DOI:10.1098/rsif.2021.0686

17. Askham, T, Kutz, N., 2018, Variable Projection Methods for an Optimized Dynamic Mode Decomposition, *Applied Dynamical Systems, 17*(1), pp. 380-416, DOI:10.1137/M1124176

18. Boyd, S., Vandenberghe, L. (2018). *Introduction to Applied Linear Algebra: Vectors, Matrices, and Least Squares*. Cambridge: Cambridge University Press, DOI:10.1017/9781108583664

19. Bruneau, C., Saad, M., 2004, The 2D lid-driven cavity problem revisited, *Computers & Fluids,* 35(3), pp. 326-348. DOI:10.1016/j.compfluid.2004.12.004

20. Indukuri, J.V. & Maniyeri, R., 2018. Numerical simulation of oscillating lid-driven square cavity, *Alexandria Engineering Journal*, *57*(4), pp. 2609–2625. DOI:10.1016/j.aej.2017.07.011

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu



Research Article

Attitude Determination of Geosynchronous Satellites with Sun and Earth Sensors Using Artificial Intelligence Algorithms

Farid Hajiwaysa[1], Hossein Nejat Pishkenari*[1] and Taleb Abdollahi[2]

[1]Faculty of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
[2]Iranian Space Research Center, Tehran, Iran
* Corresponding author:(nejat@sharif.edu)

Article Info

Article history:

Received: 28 February 2026

Revised: 10 August 2026

Accepted: 2 September 2026

Keywords:

Attitude determination,
Satellite,
Artificial intelligence,
Sun sensor,
Earth sensor.

Abstract

Attitude determination is a critical component in the design and operation of satellites. This study presents a novel framework for estimating the attitude of a geosynchronous satellite by combining Sun and Earth sensors with artificial intelligence algorithms. Using raw sensor data led to poor or unsatisfactory results, with the best prediction error exceeding 10 degrees; therefore, the raw data were augmented through a preprocessing step utilizing the TRIAD algebraic method. Several machine learning and deep learning algorithms, including XGBoost, CatBoost, and multilayer perceptron (MLP) networks, were then employed to estimate the satellite's rotation quaternions. The findings demonstrated that the simultaneous and parallel use of four identical two-layer MLP models, each predicting a single quaternion component from the preprocessed data, coupled with output normalization, yielded a mean absolute error of 0.57 degrees. This approach outperformed the TRIAD algorithm by approximately 10%, the best classical method evaluated, and its computation time was shown to be compatible with real-time onboard execution. This hybrid approach offers a cost-effective and reliable solution for implementing attitude determination systems in satellites.

Introduction

The Attitude Determination System (ADS) is a critical subsystem in satellite architecture, directly affecting communication, navigation, imaging, and stabilization performance [1]. Classical methods such as the Extended Kalman Filter (EKF), Unscented Kalman Filter (UKF), and algebraic approaches including TRIAD, QUEST, and Q-Method require precise dynamic modeling and known measurement noise, and their performance degrades under environmental noise, sensor delays, or singularity points [3], [4]. Recent advances in machine learning enable approaches that learn the hidden relationship between sensor data and rotation quaternions directly from training data, without explicit dynamic modeling [5].

Sensor selection is a key design factor: star trackers offer high accuracy but come at the expense of high cost, power, and complexity, while Sun and Earth sensors are simple, compact, and low-power, though individually insufficient for full three-axis determination [6], [7]. Prior studies combining multi-sensor data with deep learning — Kalman-filter-based star tracker and gyroscope fusion for TianHui-1 [8], an LSTM-based roll-angle estimator using GNSS jamming energy [9], and inertial-celestial navigation fusion using quaternions [10] — show that intelligent sensor fusion reduces dependence on explicit dynamics while improving accuracy in noisy, GEO environments.

This study proposes combining Sun and Earth sensors with artificial intelligence as a practical, real-time, low-cost solution for geosynchronous satellite attitude estimation. Synthetic datasets were generated from dynamic modeling of satellite motion, preprocessed using TRIAD and vector-based feature engineering, and used to train and compare multiple learning models for quaternion estimation [11].

To Cite this article:
Hajiwaysa, F., Nejat Pishkenari, H. and Abdollahi, T. 2026. Attitude determination of geosynchronous satellites with sun and earth sensors using artificial intelligence algorithms, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 105-117.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.68496.1761

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

Methodology

The satellite is assumed to be in a circular geosynchronous orbit with 23°30′ inclination. Two coordinate frames are defined: an orbital reference frame (index r), with its z-axis pointing toward Earth's center, and a body frame (index b) fixed to the satellite. The Sun and Earth are treated as stationary over short intervals (a few days), with the Sun-satellite-Earth system assumed coplanar and the satellite position fixed.

Raw data consist of four unit vectors representing Sun and Earth positions relative to the satellite in reference and body frames, computed via geometric relations and quaternion-based rotations (Eqs. 4–12), with Gaussian noise added to the body-frame vectors (Eqs. 13–14). Since raw vectors alone proved insufficient, additional features were engineered: dot products between Sun and Earth vectors in each frame, a cross-product vector representing rotation-axis information (Eq. 15), and twelve features derived from the classical TRIAD algorithm (Eqs. 16–21), addressing the algebraically overdetermined nature of the problem.

Eight models were trained and compared: Decision Tree, Random Forest, AdaBoost, CatBoost, HistGradientBoosting, XGBoost, LightGBM, and MLP, the latter in two architectures — four parallel single-output models and one four-output model. Accuracy was evaluated using the exact quaternion angular error (Eq. 22). Training used 12,996 samples generated by systematically varying β, γ (0°–180°) and ϕ (0°–360°) in 10° steps; 2,600 random samples were used for validation and 100,000 for testing. Real-time feasibility was assessed by benchmarking local computing power (Dhrystone 2.1) against the RAD750 spaceborne processor [19] and comparing scaled inference time to typical GEO control cycle rates [20].

Results and Discussion

Using raw sensor vectors without preprocessing gave poor accuracy, with the best prediction error exceeding 10 degrees, motivating the feature engineering described above. Preprocessing with TRIAD proved essential: without it, all models except MLP performed poorly, suggesting that tree-based algorithms struggle to approximate the continuous, trigonometric relationships underlying the raw vectors without explicit geometric guidance, whereas MLP's gradient-based optimization handles such relationships more effectively. The best results of various artificial intelligence models in estimating the rotation quaternions are presented in Table 1 and Figure 3.

Among tree-based and boosting algorithms, CatBoost achieved the best performance (MAE = 1.484°, 0.004 ms/sample), though still less accurate than TRIAD and the neural network models. Other models — LightGBM, XGBoost, HistGradientBoosting, Random Forest, Decision Tree, and AdaBoost — showed higher errors (2.56°–15.48°) despite very low prediction times.

TRIAD, evaluated on the same noisy test data, achieved 0.622° error. The four parallel MLP models trained on TRIAD-preprocessed data achieved the lowest error (0.57°), about 10% better than TRIAD, at 0.21 ms/sample .The same architecture without preprocessing yielded 0.656° error but achieved the fastest execution (0.090 ms), while a single four-output MLP achieved 0.622° at 0.157 ms.

This inverse accuracy-speed relationship, combined with real-time feasibility analysis (approximately 37.5 ms on RAD750, versus a 50–500 ms control-cycle budget), confirms the TRIAD-preprocessed parallel MLP as the most practical configuration.

Conclusion

This study demonstrated a practical, low-cost framework for attitude determination of geosynchronous satellites using only Sun and Earth sensors combined with artificial intelligence algorithms. TRIAD-based preprocessing combined with a parallel four-model MLP architecture achieved the best balance of accuracy and computational efficiency, yielding a mean absolute error of 0.57° — approximately 10% better than the classical TRIAD algorithm alone — while remaining computationally compatible with real-time onboard execution. These results indicate that combining simple, low-cost sensors with appropriate preprocessing and learning-based estimation can serve as a viable alternative to more complex and expensive classical attitude determination systems. Future work should validate the proposed approach using real flight data, extend the analysis across the full orbital range, evaluate performance under measurement delays, and benchmark against optimal statistical estimators such as QUEST.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

تعیین وضعیت یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ مجهز به حسگرهای خورشید و زمین با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی

فرید حاجی ویسه‌ء[۱]، حسین نجات پیشکناری*[۱] و طالب عبدالهی[۲]

[۱] دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.

[۲] پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (nejat@sharif.edu)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۴/۱۲/۰۹

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۵/۱۹

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵ /۰۶/۱۱

واژگان کلیدی:

تعیین وضعیت،

ماهواره،

هوش مصنوعی،

حسگر خورشید،

حسگر زمین.

چکیده

تعیین وضعیت، یکی از مؤلفه‌های حیاتی در طراحی و عملکرد سامانه‌های فضایی است. در پژوهش حاضر، چارچوبی نوین برای تخمین وضعیت یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ با ترکیب حسگرهای خورشید و زمین و استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی ارائه شده است. روش جبری TRIAD برای پیش‌پردازش داده‌های خام حسگر استفاده شده است. در ادامه، مجموعه‌ای از الگوریتم‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق شامل روش‌های XGBoost، CatBoost، و شبکه‌ی عصبی چندلایه (MLP) برای تخمین کواترنیون‌های چرخش ارزیابی شده و نتایج نشان داده‌اند که استفاده‌ی هم‌زمان از چهار مدل MLP دو لایه‌ای با داده‌های پیش‌پردازش‌شده، همراه با نرمال‌سازی کواترنیون‌های خروجی، به میانگین خطای مطلق ۰/۵۷ درجه منجر می‌شود. رویکرد اخیر، تقریباً ۱۰٪ برتری عملکردی را در مقایسه با الگوریتم TRIAD از خود نشان داده و دقت مناسبی برای کاربردهای عملی و اجرای بلادرنگ فراهم ساخته است.

۱. مقدمه

سیستم تعیین وضعیت[1]، یکی از زیرسامانه‌های حیاتی در معماری فضایی است، که تعیین‌کننده‌ی جهت‌گیری بدنه‌ی ماهواره نسبت به یک چارچوب مرجع لَخت است. پارامتر مذکور مستقیماً در کیفیت عملکرد زیرسامانه‌های ارتباطی، ناوبری، تصویربرداری و پایدارسازی ماهواره اثرگذار هستند.[۱] علاوه‌بر تعیین وضعیت، طراحی سامانه‌های کنترل وضعیت مقاوم نیز از موضوع‌های مهم مرتبط با پایداری ماهواره‌هاست.[۲] به بیان دیگر، هرگونه خطا در برآورد جهت‌گیری ماهواره می‌تواند منجر به کاهش دقت مأموریت، افزایش مصرف انرژی، یا حتی از دست‌رفتن کامل کنترل شود.

در سیستم‌های کلاسیک تعیین وضعیت ماهواره، الگوریتم‌هایی نظیر فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF)[2]، فیلتر کالمن بدون مدل خطی (UKF)[3]، و روش‌های جبری مانند TRIAD، QUEST، و Q-Method استفاده می‌شوند، که اغلب نیازمند مدل‌سازی دقیق دینامیک ماهواره و مشخص‌بودن نویز اندازه‌گیری هستند. با اینکه روش‌های اخیر در مأموریت‌های عملی متعدد نتایج قابل‌قبولی ارائه داده‌اند، اما در مواجهه با نویزهای وابسته به شرایط محیطی، تأخیرهای سنسوری، یا در نقاط تکینگی، مانند تغییر وضعیت‌های ناگهانی، دچار افت عملکرد می‌شوند.[۳ و ۴]

با پیشرفت الگوریتم‌های یادگیری ماشین و شبکه‌های عصبی در دهه‌ی اخیر، رویکردهای نوینی در حل مسائل تعیین وضعیت پیشنهاد شده‌اند، که برخلاف روش‌های کلاسیک، نیازی به مدل‌سازی صریح دینامیک ندارند. روش‌هایی، نظیر: XGBoost، LightGBM، CatBoost و شبکه‌های عصبی عمیق قادرند با یادگیری از داده‌های آموزشی حاصل از شبیه‌سازی، رابطه‌ی پنهان بین داده‌های سنسوری و کواترنیون‌های چرخش را استخراج کنند و در زمان آزمون عملکردی دقیق و سریع ارائه دهند.[۵]

یکی از چالش‌های اصلی در طراحی سیستم تعیین وضعیت، انتخاب نوع و ترکیب حسگرهاست. سنسورهای دقیق، مانند ستاره‌یاب‌ها با وجود دقت بالا،

[1] Attitude Determination System
[2] Extended Kalman Filter
[3] Unscented Kalman Filter

استناد به این مقاله:

حاجی ویسه‌ء، فرید، نجات پیشکناری، حسین و عبدالهی، طالب، ۱۴۰۵. تعیین وضعیت یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ مجهز به حسگرهای خورشید و زمین با استفاده از الگوریتم‌های هوش مصنوعی. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۱۰۵-۱۱۷. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68496.1761

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

هزینه، توان مصرفی، و پیچیدگی بالایی دارند. در مقابل، سنسورهای خورشید[۴] و زمین[۵] با سادگی، ابعاد کوچک، و توان مصرفی پایین، گزینه‌هایی مناسب برای ماهواره‌های سبک‌وزن و کم‌هزینه محسوب می‌شوند؛ اما به تنهایی قادر به تعیین کامل جهت‌گیری سه‌محوره نیستند.[۶ و ۷]

در این راستا، پژوهش‌های اخیر نشان داده‌اند که ترکیب داده‌های حسگرها و بهره‌گیری از الگوریتم‌های یادگیری عمیق[۶] می‌تواند دقت و پایداری تعیین وضعیت را به شکل چشمگیری افزایش دهد. برای نمونه، الگوریتمی تلفیقی بر پایه‌ی فیلتر کالمن و روش کمینه‌ی مربعات برای ادغام داده‌های ستاره‌یاب و ژیروسکوپ در ماهواره‌ی سنجش از دور TianHui-۱ ارائه شده است، که با داده‌های واقعی پروازی آزموده شده و دقتی در حدود چند ثانیه‌ی قوسی به‌دست آورده است.[۸] همچنین روشی نوین مبتنی بر انرژی تداخل سیگنال‌های ماهواره‌های زمین‌آهنگ[۷] و شبکه‌ی عصبی LSTM برای تعیین وضعیت رول وسایل در حال دوران معرفی شده است، که با یادگیری رابطه‌ی میان انرژی دریافتی سیگنال (GNSS)[۸] و زاویه‌ی رول، توانسته است خطای میانگین را نسبت به روش کمینه‌ی مربعات تا حدود ۴۹٪ کاهش دهد.[۹] همچنین در پژوهشی دیگر، با تلفیق سامانه‌ی ناوبری اینرسی و حسگر ستاره‌نگر (سماوی) به‌کمک فیلتر کالمن درجه‌ی دوم و بهره‌گیری از کواترنیون‌ها برای کاهش بار محاسباتی و پیشگیری از تکینگی، خطاهای سرعت و موقعیت در ابتدای فعالیت حسگر ستاره‌نگر با دقت مناسبی جبران شده،[۱۰] و سه مطالعه‌ی اخیر نشان داده‌اند که ترکیب هوشمند داده‌های چندحسگره و مدل‌های یادگیری عمیق، نه‌فقط وابستگی به مدل‌سازی دینامیکی صریح را کاهش می‌دهند، بلکه دقت و پایداری تعیین وضعیت را در محیط‌های پرنویز و مأموریت‌های GEO به شکل محسوسی بهبود می‌بخشند.

در این میان، استفاده‌ی ترکیبی از حسگرهای خورشید و زمین به همراه الگوریتم‌های یادگیری عمیق می‌تواند راه‌حلی عملی و کم‌هزینه برای تخمین دقیق وضعیت باشد. در پژوهش حاضر، با بهره‌گیری از مدل‌سازی دینامیکی حرکت ماهواره و تولید داده‌های مصنوعی بردارهای یکه‌ی خورشید و زمین در چارچوب‌های مداری[۹] و بدنی[۱۰]، یک دیتاستِ بزرگ با درنظرگرفتن نویز تصادفی ایجاد کرده است. در ادامه، داده‌ها با روش‌هایی مانند الگوریتم کلاسیک TRIAD، تخمین بردار چرخش اویلر، و ضرب داخلی و خارجی بردارهای مختلف پیش‌پردازش شده‌اند، تا بهبود دقت مدل‌های یادگیرنده حاصل شود. سپس مجموعه‌ای از الگوریتم‌های یادگیری ماشین[۱۱] و یادگیری عمیق روی داده‌های اخیر اعمال شده‌اند و عملکرد آن‌ها از نظر دقت در تخمین کواترنیون‌های چرخش مقایسه شده است. علاوه‌بر دقت تخمین، امکان‌پذیری اجرای مدل منتخب در بستر بلادرنگ و بر روی سخت‌افزار پردازشی مشابه با آنچه در ماهواره‌های واقعی به کار می‌رود، نیز بررسی شده است؛ تا کاربردپذیری عملی روش پیشنهادی ارزیابی شود.

نتایج به‌دست‌آمده نشان داده‌اند که با ترکیب مناسب پیش‌پردازش بردارهای سنسوری با مدل‌های شبکه‌ی عصبی چندلایه (MLP)[۱۲] می‌توان به دقتی در حدود ۰/۵۷ درجه در تخمین بردار چرخش دست یافت. این میزان دقت نه تنها از دقت روش جبری کلاسیک بررسی‌شده در پژوهش حاضر فراتر است، بلکه از منظر زمان محاسباتی نیز برای کاربردهای عملی و مأموریت‌های با محدودیت‌های منابع کاملاً قابل قبول است. بنابراین، استفاده از روش‌ها و مدل‌های مختلف هوش مصنوعی به‌ویژه در سناریوهایی با محدودیت سخت‌افزاری یا داده‌های ناقص می‌تواند به‌عنوان رویکردی مؤثر در طراحی نسل جدید سیستم‌های تعیین وضعیت ماهواره‌ها مطرح شود.[۱۱]

۱.۱. مدار زمین‌آهنگ

ماهواره‌های زمین‌آهنگ، در یک مدار دایروی با ارتفاع مداری حدود ۳۶۰۰۰ کیلومتر و زاویه‌ی میل مداری غیرصفر درجه (غیراستوایی) گردش می‌کنند. دوره‌ی زمانی یک بار چرخش کامل ماهواره‌های مذکور در مدار خود برابر با دوره‌ی تناوب یک گردش زمین به دور خود است، که به معنای سرعت دورانی برابر زمین و ماهواره در راستای خط واصل مرکز زمین و شمال جغرافیایی زمین است. از این جهت، روابط دینامیکی ۱ الی ۳ برای حرکت این ماهواره‌ها برقرار خواهد بود:

$$m_s \frac{v_s^2}{r_{se}} = G \frac{m_s m_e}{r_{se}^2} \quad (1)$$

$$v_s = r_{se}\omega \quad (2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{24\times 3600} \; rad/s \quad (3)$$

که در آن‌ها، m_e بیانگر جرم زمین، m_s جرم ماهواره، r_{se} فاصله‌ی مرکز زمین تا ماهواره، G ثابت جهانی گرانش[۱۳]، v_s سرعت خطی ماهواره، و ω بیانگر سرعت زاویه‌ای گردش زمین به دور خود و سرعت زاویه‌ای مداری ماهواره هستند.

با استفاده از روابط اخیر، شعاع دوران این مدل از ماهواره‌ها حدود ۴۲۰۰۰ کیلومتر به‌دست خواهد آمد، که تقریباً ۶/۶۱ برابر شعاع زمین است. این تذکر لازم است که روابط ۱ الی ۳ بر پایه‌ی فرض مدار دایروی کامل استخراج شده‌اند، که برای مدار زمین‌آهنگ بررسی‌شده در پژوهش حاضر، تقریب مناسبی محسوب می‌شود. این روابط برای مدارهای غیردایروی معتبر نیستند و در صورت تعمیم پژوهش حاضر به چنین مدارهایی، لازم است از معادله‌های دینامیکی عمومی‌تر استفاده شود.

ماهواره‌ی بررسی‌شده در پژوهش حاضر در مداری زمین‌آهنگ با زاویه‌ی میل[۱۴] ۲۳ درجه و ۳۰ دقیقه در گردش است و در واقع در صفحه‌ی مدار گردش زمین به دور خورشید قرار دارد.

۲.۱. دستگاه‌های مختصات فضایی

فرایند تعیین وضعیت ماهواره به‌عنوان تخمین زوایای دوران دستگاه مختصات متصل به ماهواره (دستگاه مختصات بدنی) نسبت به یک دستگاه مختصات مرجع (دستگاه مختصات مداری) تعریف می‌شود:

I. دستگاه مختصات مداری

[4] Sun Sensor
[5] Earth Sensor
[6] Deep Learning
[7] Geosynchronous
[8] Global Navigation Satellite System
[9] Orbital Frame
[10] Body Frame
[11] Machine Learning
[12] Multi-Layer Perceptron
[13] Gravitational Constant
[14] Inclination Angle

مبدأ دستگاه مختصات مداری در مرکز جرم ماهواره قرار دارد و جهت‌گیری آن به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که محور z آن همواره به سمت مرکز زمین باشد. محور x در راستای بردار سرعت مداری ماهواره قرار دارد و محور y مطابق قاعده‌ی دست راست نسبت به دو محور دیگر حاصل می‌شود. دستگاه مذکور معمولاً با اندیس r یا o نمایش داده می‌شود.

II. دستگاه مختصات بدنی

دستگاه مختصات بدنی، هم‌مرکز با دستگاه مداری است، اما به بدنه‌ی ماهواره متصل است و محورهای آن هم‌راستا با محورهای اصلی ماهواره هستند و همراه با آن دوران می‌یابد. دستگاه بدنی جهت نمایش وضعیت لحظه‌ای ماهواره به‌کار می‌رود و معمولاً با اندیس b بیان می‌شود.

۲. مدل‌سازی دینامیکی حرکت اجرام

در فرآیند تحلیل دینامیکی سیستم، برای ساده‌سازی شبیه‌سازی و حذف پیچیدگی‌های غیرضروری، خورشید و زمین در یک بازه‌ی زمانی کوتاه (در حد چند روز) به‌ترتیب به‌عنوان یک منبع نوری ثابت در فضا و یک منبع بازتابنده‌ی نور ثابت در فضا در نظر گرفته می‌شوند. این فرض از آنجا ناشی می‌شود که سرعت زاویه‌ای حرکت مداری زمین به دور خورشید در مقایسه با سرعت زاویه‌ای گردش ماهواره‌ی زمین‌آهنگ به دور زمین بسیار ناچیز است؛ بنابراین، در بازه‌های زمانی کوتاه، تغییر موقعیت زاویه‌ای خورشید نسبت به دستگاه مرجع، اثر قابل‌چشم‌پوشی در دقت تخمین وضعیت خواهد داشت. با این حال، این فرض برای بازه‌های زمانی بلندمدت معتبر نیست و در چنین شرایطی لازم است حرکت مداری خورشید نیز به‌صراحت در مدل لحاظ شود. درنظرگرفتن حرکت مداری زمین به دور خورشید در مقیاس زمانی کوتاه موردنظر در پژوهش حاضر، فقط منجر به تکرار عملی داده‌ها در مجموعه‌ی آموزشی می‌شود و تأثیر معنی‌داری در دقت مدل ندارد.

علاوه‌بر این، فرض می‌شود که صفحه‌ی مداری چرخش ماهواره به دور زمین با صفحه‌ی چرخش زمین به دور خورشید منطبق است؛ در نتیجه، سه جسم شامل ماهواره، زمین، و خورشید همواره در یک صفحه‌ی مشترک (دایرة البروج) قرار دارند. همچنین برای کاهش پیچیدگی‌های هندسی، شکل‌های خورشید و زمین به صورت کره‌های کامل و ماهواره به‌صورت یک نقطه‌ی جرم‌دار در نظر گرفته شده‌اند. مدار چرخش ماهواره نیز به‌صورت دایره‌ای کامل فرض شده‌اند، تا بتوان روابط تحلیلی دوران را با دقت مناسب و پیچیدگی کمتر مدل‌سازی کرد. همچنین در ادامه ذکر شده است که ماهواره در یک نقطه از مدار، ثابت در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به فرضیات ذکرشده، تخمین وضعیت برای ماهواره در یک نقطه‌ی خاص انجام و در پژوهش‌های آینده، با تلفیق نتایج به‌دست‌آمده از نقاط مختلف مداری، امکان تعیین وضعیت برای کل مدار فراهم می‌شود.

شایان ذکر است که چارچوب پیشنهادی در پژوهش حاضر از نظر ساختاری مستقل از نوع مدار است و اصولاً برای سایر مدارها (از جمله LEO یا مدارهای بیضوی) نیز قابل‌استفاده است. آنچه در پژوهش حاضر مختص مدار زمین‌آهنگ است، دیتاستِ تولیدشده و وزن‌های آموزش‌دیده‌ی مدل‌ها هستند، که براساس پارامترهای مداری خاص مدار زمین‌آهنگ (شعاع مداری، و سرعت زاویه‌ای گردش) ساخته شده‌اند. به‌کارگیری چارچوب اخیر برای مدارهای دیگر، مستلزم تولید دیتاستِ متناظر با پارامترهای همان مدار و آموزش مجدد شبکه است، اما نیازی به بازطراحی الگوریتم نیست.

۳. حسگرها[15]

برای تعیین وضعیت ماهواره‌ها از انواع مختلفی از حسگرها، از جمله حسگرهای: ستاره، خورشید، زمین، و مغناطیس‌سنج استفاده می‌شود. انتخاب نوع و ترکیب حسگرها به عوامل مختلفی، نظیر: دقت موردنیاز، محدودیت‌های وزنی و حجمی، پیچیدگی طراحی، و همچنین بودجه‌ی در دسترس پروژه بستگی دارد. به‌طورکلی، استفاده‌ی ترکیبی از چند نوع حسگر می‌تواند منجر به افزایش دقت شود، اما همواره چنین نیست؛ چرا که در برخی موارد یک حسگر ستاره با دقت بالا ممکن است عملکردی بهتر از ترکیب چندین حسگر با دقت پایین‌تر ارائه دهد. لذا، نوع حسگر انتخاب‌شده، یکی از عوامل کلیدی در طراحی سیستم تعیین وضعیت محسوب می‌شود.

در پژوهش حاضر، با هدف کاهش پیچیدگی و هزینه‌ی سخت‌افزاری و در عین حال حفظ قابلیت اطمینان، فرض شده است که سامانه‌ی تعیین وضعیت ماهواره به دو حسگر ساده و متداول، یعنی حسگر خورشید و حسگر زمین مجهز است و به این شرح معرفی می‌شوند:

I. حسگر خورشید: حسگر خورشید با استفاده از اختلاف شدت تابش خورشید در میدان دید خود، جهت‌گیری خورشید را نسبت به ماهواره تعیین می‌کند. در چارچوب پژوهش حاضر، خروجی حسگر خورشید به‌صورت یک بردار یکه تعریف شده است، که موقعیت مرکز خورشید را نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات بدنی نمایش می‌دهد.

II. حسگر زمین: حسگر زمین با جمع‌آوری و تحلیل پرتوهای نوری منتشرشده از سطح زمین، موقعیت نسبی زمین نسبت به ماهواره را تخمین می‌زند. در مطالعه‌ی حاضر، خروجی حسگر زمین نیز به‌صورت یک بردار یکه در نظر گرفته شده است، که موقعیت مرکز زمین را نسبت به ماهواره در چارچوب مختصات بدنی بیان می‌کند.

در طراحی سامانه‌ی تعیین وضعیت پژوهش، از حسگر مغناطیس‌سنج به‌عنوان منبع اطلاعاتی استفاده نشده است. دلیل اصلی انتخاب اخیر، ماهیت ضعیف و کم‌دقت میدان مغناطیسی زمین در مدار زمین‌آهنگ است؛ در این ارتفاع مداری، شدت میدان مغناطیسی زمین به‌شدت کاهش می‌یابد و به مقادیری در حد چند نانوتسلا می‌رسد، که نسبت به نویزهای محیطی نسبت سیگنال‌به‌نویز پایینی دارد. علاوه‌بر این، استفاده از مغناطیس‌سنج مستلزم دسترسی به یک مدل مرجع دقیق میدان مغناطیسی زمین در فاصله‌ی مداری موردنظر است، که خود منبع خطای اضافی محسوب می‌شود. بر این اساس، در پژوهش حاضر، تمرکز بر حسگرهای خورشید و زمین محفوظ بوده است و بررسی افزودن مغناطیس‌سنج یا سایر حسگرهای تکمیلی به‌عنوان یکی از موضوع‌های پژوهش‌های آینده پیشنهاد می‌شود.

۴. جمع‌آوری داده‌ها

داده‌های خام استفاده‌شده در پژوهش حاضر، شامل چهار بردار یکه بوده‌اند، که موقعیت نسبی دو جسم آسمانی خورشید و زمین را نسبت به ماهواره در دو چارچوب مختصات مختلف نمایش می‌دهند. این بردارها عبارت‌اند از:

[15] Sensors

۱. بردار یکه‌ی موقعیت خورشید نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات مرجع،

۲. بردار یکه‌ی موقعیت خورشید نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات بدنی،

۳. بردار یکه‌ی موقعیت زمین نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات مرجع،

۴. بردار یکه‌ی موقعیت زمین نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات بدنی.

با توجه به تعریف دستگاه مختصات مرجع، که در آن مبدأ در مرکز جرم ماهواره قرار داشته و محور z در راستای شعاع مداری به سمت زمین تعریف شده است، بردار موقعیت زمین نسبت به ماهواره در دستگاه مذکور، همواره مقداری ثابت دارد، که در رابطه‌ی ۴ آمده است:

$$E_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

برای تعیین بردار یکه‌ی موقعیت خورشید نسبت به ماهواره در دستگاه مختصات مرجع، از یک دستگاه میانی استفاده می‌شود، که مبدأ آن در مرکز خورشید قرار دارد و با اندیس i نمایش داده می‌شود. این دستگاه مختصات به گونه‌ای تعریف شده است که محور y آن عمود بر صفحه‌ی مدار زمین به دور خورشید و هم‌جهت با محور y دستگاه مداری، محور x درون این صفحه و به سمت زمین باشد و محور z طبق قاعده‌ی دست راست تعیین شود.

چون ماهواره، زمین، و خورشید در یک صفحه قرار دارند، موقعیت لحظه‌ای خورشید نسبت به ماهواره در دستگاه i به صورت معادله‌ی ۵ تعریف می‌شود:

$$S_i = \begin{bmatrix} -(SS)\cos(\alpha) & 0 & -(SS)\sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن، SS (Sun to Satellite) فاصله‌ی بین خورشید و ماهواره، و α موقعیت زاویه‌ای ماهواره نسبت به محور x دستگاه i هستند.

چون در پژوهش حاضر، زمین به‌صورت یک کره‌ی ثابت با موقعیت زاویه‌ای صفر درجه نسبت به محور x دستگاه i در نظر گرفته شده و واحد نجومی (فاصله‌ی بین خورشید و زمین) بیش از ۳۵۰۰ برابر بزرگ‌تر از فاصله‌ی بین زمین و ماهواره بوده است، موقعیت لحظه‌ای خورشید نسبت به زمین در دستگاه i به‌صورت معادله‌ی ۶ تعریف می‌شود:

$$(AU \approx SS, \alpha = 0) \rightarrow S_i = \begin{bmatrix} -AU & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

برای تبدیل این بردار به دستگاه مداری ماهواره، با توجه به هم‌صفحه‌بودن محورهای y در دو دستگاه، از یک دوران دوبُعدی استفاده و ماتریس تبدیل رابطه‌ی ۷ اعمال می‌شود:

$$R_i^r = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن، θ زاویه‌ی دوران حول محور y برای تبدیل دستگاه خورشید مرکز به دستگاه مداری است. با اعمال تبدیل رابطه‌ی ۷، بردار موقعیت خورشید در دستگاه r به‌صورت رابطه‌ی ۸ به‌دست می‌آید:

$$S_r = \frac{R_i^r S_i}{\left| R_i^r S_i \right|} \quad (8)$$

در روابط اخیر، پارامتر ورودی فقط زاویه‌ی θ است، که از آن موقعیت لحظه‌ای خورشید نسبت به ماهواره در دستگاه مداری استنتاج می‌شود.

با توجه به ماهیت ایستای ماهواره در مدار زمین‌آهنگ، در پژوهش حاضر، تحلیل‌ها بر مبنای موقعیت ماهواره در زاویه‌ی $\theta = 270°$ انجام شده‌اند. این فرض موجب ساده‌سازی روابط هندسی و دینامیکی سیستم می‌شود و امکان تمرکز بر روی فرآیند اصلی تعیین وضعیت را فراهم می‌سازد.

با این حال، از آنجا که ماهواره در مدار دایره‌ای و در فاصله‌ی ثابتی از زمین قرار دارد، داده‌ها و مدل‌های حاصل را می‌توان با اعمال یک تبدیل زاویه‌ای ساده به سایر نقاط مدار تعمیم داد. به بیان دقیق‌تر، دستگاه مداری همراه با گردش ماهواره به دور زمین می‌چرخد، در حالی که دستگاه خورشید مرکز نسبت به راستای زمین- خورشید ثابت باقی می‌ماند، پس زاویه‌ی θ در واقع معادل موقعیت زاویه‌ای لحظه‌ای ماهواره روی مسیر مداری آن است. بر این اساس، با تغییر مقدار θ می‌توان موقعیت ماهواره را در نقاط مختلف مدار جابجا کرد. همچنین می‌توان برای هر نقطه، داده‌ی متناظر را بدون نیاز به بازتعریف کامل مدل دینامیکی تولید کرد.

از آنجا که در شبیه‌سازی، داده‌های واقعی حسگرها در دسترس نبوده‌اند، بردارهای مربوط به موقعیت خورشید و زمین در دستگاه بدنی از طریق اعمال دوران‌های مختلف در دستگاه بدنی و با استفاده از داده‌های محاسبه‌شده در دستگاه مرجع به‌دست آمده‌اند. برای انتقال بین دستگاه‌های مرجع و بدنی، از چارچوب کواترنیونی برای توصیف دوران استفاده شده است. بر اساس قضیه‌ی اویلر، هر دوران سه‌بُعدی را می‌توان با یک بردار جهت (محور دوران) و یک زاویه‌ی دوران مشخص کرد؛ که کواترنیون[16] متناظر با آن به‌صورت رابطه‌ی ۹ تعریف می‌شود:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \sin(\frac{\phi}{2}) \\ u_2 \sin(\frac{\phi}{2}) \\ u_3 \sin(\frac{\phi}{2}) \\ \cos(\frac{\phi}{2}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن، u_iها مؤلفه‌های بردار واحد جهت دوران، و ϕ زاویه‌ی دوران هستند. کواترنیون‌ها باید نرمالیزه باشند، بنابراین شرط ۱۰ همواره برقرار است:

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (10)$$

بردار واحد جهت دوران را می‌توان با استفاده از دو زاویه به صورت رابطه‌ی ۱۱ نشان داد:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) \\ \cos(\beta)\sin(\gamma) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن، β بیانگر زاویه‌ی بردار دوران نسبت به صفحه‌ی xy دستگاه مرجع و γ بیانگر زاویه‌ی تصویر بردار دوران در صفحه‌ی xy نسبت به محور x در دستگاه دوران هستند. این پارامترسازی زاویه‌ای بردار واحد جهت دوران، مبنای تولید نظام‌مند مجموعه‌داده‌ی آموزشی در پژوهش حاضر است؛ به‌طوری که در بخش ۸، پیمایش فضای کامل دوران با تغییر گام‌به‌گام زوایای β و γ (به‌همراه زاویه‌ی دوران ϕ در رابطه‌ی ۹) در بازه‌های تعریف‌شده صورت می‌گیرد و برای هر ترکیب از زوایای اخیر، یک بردار دوران و در نتیجه یک کواترنیون متناظر تولید می‌شود.

[16] Quaternion

مزیت اصلی استفاده از کواترنیون‌ها نسبت به زوایای اویلر، نبود نقاط تکینگی و پایداری عددی بالاتر در محاسبات است. ماتریس دوران از دستگاه مرجع به دستگاه بدنی با استفاده از کواترنیون به شکل رابطه‌ی ۱۲ تعریف می‌شود:

$$R_r^b = \begin{bmatrix} 1-2q_2^2-2q_3^2 & 2q_1q_2+2q_3q_4 & 2q_1q_3-2q_2q_4 \\ 2q_1q_2-2q_3q_4 & 1-2q_1^2-2q_3^2 & 2q_2q_3+2q_1q_4 \\ 2q_1q_3+2q_2q_4 & 2q_2q_3-2q_1q_4 & 1-2q_1^2-2q_2^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

با اعمال ماتریس اخیر، بردارهای موقعیت زمین و خورشید در دستگاه بدنی پس از اضافه‌کردن نویز به‌صورت روابط ۱۳ و ۱۴ محاسبه می‌شوند:

$$E_b = R_r^b E_r + N(0,0.006) \quad (13)$$

$$S_b = R_r^b S_r + N(0,0.004) \quad (14)$$

که در آن‌ها، N بیانگر توزیع تصادفی گاوسی (نرمال) است. چهار بردار به‌دست‌آمده در معادله‌های ۴، ۸، ۱۳ و ۱۴، تشکیل‌دهنده‌ی داده‌های خام استفاده‌شده در فرایند یادگیری هستند. با این حال، آزمایش‌ها نشان داده‌اند که فقط استفاده از داده‌های خام مذکور، منجر به تخمینی با دقت پایین و خطاهای قابل‌توجه می‌شود. از این رو، برای افزایش دقت تخمین و غنی‌سازی ویژگی‌های ورودی، از پیش‌پردازش داده‌ها استفاده شده است؛ که شامل: ترکیب بردارها، استخراج ویژگی‌های هندسی جدید، و اعمال الگوریتم‌های کلاسیک مانند TRIAD هستند، که در ادامه تشریح شده‌اند.

۵. پیش‌پردازش[17] داده‌های خام

با توجه به تعداد محدود ویژگی‌های اولیه (چهار بردار یکه)، لازم است که برای بهبود عملکرد مدل‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق، اطلاعات بیشتری از ساختار هندسی داده‌ها استخراج شوند. به همین منظور، با انجام عملیات برداری روی داده‌های خام، ستون‌های جدیدی به مجموعه‌ی داده افزوده شده است، تا الگوهای نهفته در روابط چرخشی میان دستگاه‌های مرجع و بدنی به شکل بهتری برای مدل‌ها قابل درک باشد. در یک لحظه‌ی زمانی ثابت، بردارهای یکه‌ی موقعیت خورشید و زمین نسبت به ماهواره، در دستگاه‌های مرجع و بدنی ثابت هستند و فقط نمایش عددی آن‌ها متفاوت است. بنابراین، زاویه‌ی بین دو بردار خورشید و زمین در دستگاه مرجع و بدنی یکسان است. البته نویز سنسورها ممکن است اندکی بر این تساوی اثر بگذارد. با استفاده از ویژگی ذکرشده، دو ستون جدید شامل ضرب داخلی بین بردارهای خورشید و زمین در دستگاه مرجع و نیز در دستگاه بدنی به مجموعه‌ی داده افزوده شده‌اند. این مقادیر به‌طور ضمنی زاویه‌ی بین بردارهای خورشید و زمین را به الگوریتم یادگیری منتقل می‌کنند و به این ترتیب می‌توان بخشی از اطلاعات دوران سه‌بُعدی را برای مدل قابل فهم کرد. علاوه‌بر این، یک راهکار مؤثر دیگر برای آموزش بهتر مدل‌ها، افزودن برداری در راستای محور چرخش دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع است؛ که در دستگاه مرجع تعریف می‌شود و با استفاده از ضرب خارجی تفاضل بردارهای زمین و خورشید در دو دستگاه مطابق رابطه‌ی ۱۵ محاسبه می‌شود:

$$R_v = (E_b - E_r) \times (S_b - S_r) \quad (15)$$

بردار ذکرشده، اختلاف جهت‌گیری صفحه‌ی تشکیل‌شده توسط بردارهای خورشید و زمین در دستگاه بدنی را نسبت به همان صفحه در دستگاه مرجع نمایش می‌دهد و لذا، اطلاعاتی تکمیلی درباره‌ی جهت محور دوران بین دو دستگاه را به مدل یادگیری منتقل می‌کند.

از آنجا که روابط میان بردارهای مذکور به‌صورت جبری بیش‌تعیین‌شده هستند (۴ بردار با ۶ معادله‌ی مستقل)، از الگوریتم کلاسیک TRIAD برای تخمین بهتر ماتریس دوران بین دستگاه‌های مرجع و بدنی استفاده شده است. الگوریتم TRIAD، که معمولاً در تعیین نگرش کاربرد دارد، یکی از بردارها را به‌عنوان بردار با دقت بالاتر انتخاب می‌کند (در پژوهش حاضر، بردار خورشید به‌دلیل خطای کمتر حسگر)، و با استفاده از آن، ماتریس دوران را تخمین می‌زند. گام‌های تشکیل ماتریس دوران در معادله‌های ۱۶ تا ۲۱ ارائه شده‌اند:

$$t_{1b} = S_b \quad (16)$$

$$t_{1r} = S_r \quad (17)$$

$$t_{2b} = \frac{S_b \times E_b}{|S_b \times E_b|} \quad (18)$$

$$t_{2r} = \frac{S_r \times E_r}{|S_r \times E_r|} \quad (19)$$

$$t_{3b} = t_{1b} \times t_{2b} \quad (20)$$

$$t_{3r} = t_{1r} \times t_{2r} \quad (21)$$

از آنجا که بردارهای S_b و S_r در داده‌های خام موجود هستند، فقط کافی است بردارهای تولیدشده از معادله‌های ۱۸ الی ۲۱ به‌عنوان ویژگی‌های جدید به داده‌ها اضافه شوند. در مجموع، ۱۲ ویژگی جدید (سه مؤلفه برای هر بردار خروجی) به ماتریس ویژگی‌ها افزوده شده است. این کار باعث شده است که مدل‌های پیچیده‌تر هوش مصنوعی (مانند شبکه‌های عصبی چندلایه) بتوانند بدون بروز پدیده‌ی برازش بیش از حد[18]، الگوهای چرخشی را بهتر یاد بگیرند و کواترنیون‌های وضعیت را با دقت بیشتری تخمین بزنند.

لازم به توضیح است که ویژگی‌های افزوده‌شده در فرآیند پیش‌پردازش به‌طور ذاتی توابعی قطعی و غیرخطی از همان چهار بردار یکه‌ی خام هستند و اندازه‌گیری یا اطلاعات مستقل جدیدی به مجموعه‌داده اضافه نمی‌کنند. این وابستگی، ناشی از خطای طراحی نیست، بلکه رویکردی متداول در مهندسی ویژگی[19] است؛ که هدف از افزودن آن‌ها، ارائه‌ی بازنمایی صریح‌تری از روابط هندسی و مثلثاتی نهفته در داده‌های خام به مدل‌هاست، تا فرآیند یادگیری روابط غیرخطی اخیر تسهیل شود، نه آنکه اطلاعات جدیدی به سیستم اضافه شود.

این تذکر لازم است که الگوریتم TRIAD، یک تخمین‌گر بهینه از منظر آماری نیست. مسئله‌ی بررسی‌شده در پژوهش حاضر به لحاظ جبری بیش‌تعیین‌شده است، و این افزونگی اطلاعاتی می‌تواند برای بهبود دقت تخمین در حضور نویز سنسوری استفاده شود. الگوریتم TRIAD، فقط یکی از بردارها (در اینجا بردار خورشید، به‌دلیل دقت بالاتر حسگر) را کاملاً معتبر فرض کرده و بردار دوم، فقط برای تکمیل دستگاه مختصات به کار رفته است؛ بدین ترتیب، الگوریتم TRIAD، وزنی متناسب با کوواریانس نویز هر حسگر به بردارها اختصاص نمی‌دهد. در همین راستا، مدل‌های یادگیری ماشین به‌کاررفته در پژوهش حاضر، با دسترسی هم‌زمان به بردارهای خام، خروجی TRIAD، و ویژگی‌های

[17] Preprocess
[18] Overfitting
[19] Feature Engineering

هندسی افزوده، عملاً قادرند به‌صورت داده‌محور، یک تصحیح غیرخطی بر پایه‌ی ساختار آماری نویز اعمال کنند.

۶. تخمین کواترنیون‌ها و سنجش خطا

به‌منظور تخمین دقیق کواترنیون‌های نشان‌دهنده‌ی وضعیت ماهواره، از شبکه‌ی عصبی چندلایه مبتنی بر یادگیری عمیق و همچنین ۷ الگوریتم پرکاربرد در حوزه‌ی یادگیری ماشین استفاده شده است؛ که عبارت‌اند از:

- Decision Tree
- Random Forest
- AdaBoost
- Cat Boost
- Hist Gradient Boosting
- XGBoost
- Light GBM

درخت‌های تصمیم[۲۰]، مدل‌هایی غیرپارامتری هستند که با تقسیم‌بندی تکرارشونده‌ی فضای ویژگی به نواحی همگن، امکان مدل‌سازی روابط غیرخطی میان ورودی‌ها و متغیر هدف را فراهم می‌سازند.[۱۲]

جنگل‌های تصادفی[۲۱]، از جمله روش‌های تجمیعی هستند که مجموعه‌ای بزرگ از درخت‌های تصمیم را بر روی زیرمجموعه‌های بوت‌استرپ‌شده از داده‌های آموزشی می‌سازند و خروجی نهایی را از میانگین‌گیری پیش‌بینی‌های آن‌ها به‌دست می‌آورند. این رویکرد موجب کاهش واریانس و بهبود توان تعمیم مدل در مقایسه با یک درخت منفرد می‌شود.[۱۳]

AdaBoost یک روش تجمیعی است که با ترکیب تکرارشونده‌ی مجموعه‌ای از یادگیرنده‌های ضعیف — که معمولاً درخت‌های تصمیم کم‌عمق هستند — و با بازوزن‌دهی تطبیقی نمونه‌های آموزشی براساس خطاهای پیشین، یک پیش‌بین قدرتمند ایجاد می‌کند. این سازوکار موجب تمرکز یادگیرنده‌های بعدی بر نمونه‌های دشوار می‌شود و درنهایت، دقت مدل را افزایش و سوگیری آن را کاهش می‌دهد.[۱۴]

Cat Boost یک الگوریتم گرادیان بوستینگ است که برای پردازش کارآمد متغیرهای دسته‌ای و کاهش سوگیری پیش‌بینی از طریق ordered boosting و کمینه‌سازی target leakage طراحی شده است. الگوریتم Cat Boost از درخت‌های تصمیم متقارن[۲۲] بهره می‌برد، که ضمن افزایش کارایی محاسباتی و توان تعمیم، امکان مدل‌سازی روابط پیچیده و غیرخطی را فراهم می‌سازند.[۱۵]

الگوریتم‌های Light GBM و گرادیان بوستینگ مبتنی بر هیستوگرام (HGB)[۲۳] بر پایه‌ی بهینه‌سازی مبتنی بر هیستوگرام عمل می‌کنند؛ بدین صورت که متغیرهای پیوسته پیش از آموزش به بازه‌های هیستوگرامی گسسته‌سازی می‌شوند، تا جستجوی نقاط تقسیم به‌صورت بسیار کارآمد و با مصرف کمتر حافظه انجام شود و سرعت آموزش به‌طور قابل‌توجهی افزایش یابد. Light GBM، چارچوب اخیر را با نوآوری‌هایی همچون رشد برگ‌محور درخت‌ها، نمونه‌برداری یک‌طرفه مبتنی بر گرادیان (GOSS)[۲۴] و تجمیع انحصاری ویژگی‌ها (EFB)[۲۵] گسترش می‌دهد و به‌ویژه در داده‌های پربُعد و پُرنویز عملکرد قدرتمندی ارائه می‌کند. در مقابل، HGB در نسخه‌ی پیاده‌سازی‌شده در scikit-learn از اصل گسسته‌سازی هیستوگرامی مشابه استفاده می‌کند و توانایی مدل‌سازی روابط غیرخطی را در کنار مقیاس‌پذیری محاسباتی بالا فراهم می‌سازد.[۱۶]

XGBoost یک چارچوب بهینه‌سازی‌شده‌ی گرادیان بوستینگ را پیاده‌سازی می‌کند، که در آن از اطلاعات گرادیان مرتبه‌ی دوم، منظم‌سازی پیچیدگی درخت‌ها، و سازوکارهای کارآمد برای مدیریت ورودی‌های پراکنده استفاده می‌شود. علاوه‌بر این، الگوریتم XGBoost با به‌کارگیری بهینه‌سازی‌های سطح سیستم، نظیر ساخت موازی درخت‌ها و تخصیص حافظه‌ی مبتنی بر معماری سخت‌افزار، امکان آموزش سریع بر روی داده‌های پیچیده را فراهم می‌سازد.[۱۷]

MLP یک شبکه‌ی عصبی پیش‌خور است، که از چند لایه‌ی کاملاً متصل تشکیل شده است و با یادگیری نگاشت‌های سلسله‌مراتبی و غیرخطی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها عمل می‌کند. فرایند آموزش شبکه‌ی MLP با استفاده از الگوریتم پس‌انتشار خطا[۲۶] انجام می‌شود، که طی آن وزن‌های شبکه به‌صورت تکراری به‌روزرسانی می‌شوند و خطای پیش‌بینی کاهش می‌یابد. معماری اخیر، توانایی مدل‌سازی روابط پیچیده و غیرخطی و همچنین استخراج تعامل‌های نهان میان ویژگی‌های حسگری (ویژگی‌هایی که در مسائل تعیین وضعیت ماهواره معمولاً مشاهده می‌شوند)، را دارد.[۱۸]

هر یک از مدل‌های ذکرشده از مکانیزم متفاوتی برای یادگیری داده‌ها بهره می‌برند و ممکن است در شرایط متفاوت (مثلاً استفاده از داده‌های خام یا پیش‌پردازش‌شده) عملکرد بهتری از خود نشان دهند. لذا، برای ارزیابی دقیق، داده‌ها در سه سناریوی مختلف پیش‌پردازش، شامل: ویژگی‌های افزوده‌شده مبتنی بر ضرب داخلی، بردار تقریبی محور دوران، و الگوریتم TRIAD استفاده شده و مدل‌ها به‌صورت جداگانه برای هر حالت آموزش دیده‌اند.

هر مدل مجموعه‌ای از ابرپارامترها دارد، که تنظیم دقیق آن‌ها می‌تواند به بهبود عملکرد، افزایش دقت تخمین، و کاهش خطای نهایی منجر شود. مشخصات کامل پیکربندی و تنظیم‌های هر مدل در جدول ۱ ارائه شده است.

نکته‌ی قابل‌توجه در فرآیند تخمین کواترنیون‌ها این است که هر یک از مدل‌های هوش مصنوعی به‌تنهایی قادر به برآورد دقیق و پایدار هر چهار مؤلفه‌ی کواترنیون نبوده‌اند. بنابراین، برای بهبود دقت تخمین و کاهش هم‌پوشانی خطا میان مؤلفه‌ها، از چهار مدل یکسان به‌صورت موازی استفاده شده است؛ به‌گونه‌ای که هر مدل، یکی از مؤلفه‌های کواترنیون را مستقلاً پیش‌بینی می‌کند.

به منظور همگرایی بهتر مدل‌های MLP در مرحله‌ی آموزش، برای هر مدل از یک ساختار مشابه از قبل آموزش‌دیده و پس از اتمام آموزش اولیه، بهترین وزن‌های به‌دست‌آمده جهت مقداردهی اولیه‌ی مدل اصلی استفاده شده‌اند. همچنین برای افزایش سرعت اجرای فرآیند آموزش و تخمین، از روش

[20] Decision Trees
[21] Random Forests
[22] Oblivious Trees
[23] Histogram-based Gradient Boosting
[24] Gradient-based One-side Sampling
[25] Exclusive Feature Bundling
[26] Back Propagation

جدول ۱. نتایج تخمین کواترنیون‌ها با استفاده از مدل‌های مختلف هوش مصنوعی.

Table 1. Results of estimating quaternions using different artificial intelligence model.

Preprocess Method	Model	Model Properties	Mean Absolute Error	Prediction Time Per Sample
TRIAD	Light GBM	Lr=0.03, n-es=10000 Max-depth=8	2.56°	2.243 *ms*
TRIAD	XGBoost	Lr=0.01, n-es=10000 Max-depth=5	2.94°	0.054 *ms*
TRIAD	Hist Gradient Boost	Lr=0.08, Max-depth=10	3.34°	0.004 *ms*
TRIAD	Cat Boost	Lr=0.001, n-es=10000 Max-depth=10	1.484°	0.004 *ms*
TRIAD	Random Forest	Max-depth=17	3.18°	0.013 *ms*
TRIAD	Decision Tree	-	6.62°	0.001 *ms*
TRIAD	AdaBoost	Lr=0.03, n-es=1000	15.48°	0.153 *ms*
-	TRIAD	Algebraic Method	0.622°	0.12 *ms*
TRIAD	MLP – Single Model (4 Quaternion Outputs)	n-l = 2, w-l = 164, 64 b-s = 256, epochs = 250 act_func = relu, opt = adam	0.622°	0.157 *ms*
-	MLP – 4 Identical Single-Output Models (Parallel Structure)	n-l = 2, w-l = 164, 64 b-s = 256, epochs = 250 act_func = relu, opt = adam	0.656°	0.090 *ms*
TRIAD	MLP – 4 Identical Single-Output Models (Parallel Structure)	n-l = 2, w-l = 164, 64 b-s = 256, epochs = 250 act_func = relu, opt = adam	0.57°	0.21 *ms*

چندریسمانی[۲۷] استفاده شده است، تا محاسبات مربوط به هر مدل به‌صورت هم‌زمان انجام شود.

به‌منظور فراهم‌آوردن معیاری منصفانه برای مقایسه‌ی عملکرد مدل‌های یادگیری ماشین با روش کلاسیک، خطای الگوریتم TRIAD نیز دقیقاً بر روی همان مجموعه‌داده‌ی آزمون و با استفاده از همان بردارهای نویزدار خورشید و زمین در دستگاه بدنی محاسبه شده است، بدون آنکه هیچ مرحله‌ی یادگیری بر روی آن اعمال شود. بدین ترتیب، مقدار خطای ۰/۶۲۲ درجه‌ی گزارش‌شده برای TRIAD در جدول ۱، مستقیماً بازتاب‌دهنده‌ی اثر همان سطح نویز سنسوری بر دقت این الگوریتم جبری است و مبنای مقایسه‌ای هم‌سطح با سایر مدل‌ها را فراهم می‌سازد.

در میان مدل‌های استفاده‌شده، فقط شبکه‌ی عصبی چندلایه، عملکردی قابل‌مقایسه و در برخی موارد برتر نسبت به الگوریتم کلاسیک TRIAD از خود نشان داده است. به همین دلیل، علاوه‌بر ساختار چهار مدلی موازی، یک مدل MLP دیگر نیز طراحی و آموزش داده شده است، که هر چهار مؤلفه‌ی کواترنیون را به‌طور هم‌زمان در خروجی تولید می‌کند. نتایج مدل اخیر نشان داده است که ضمن حفظ دقت مناسب، زمان اجرای آن به‌طورمحسوسی کاهش یافته است. تحلیل تفصیلی نتایج این ساختار در بخش ۸ ارائه شده است.

از سوی دیگر، بردار موقعیت زمین در دستگاه مرجع طبق رابطه‌ی ۴ برای تمامی نمونه‌ها مقداری ثابت دارد و به همین دلیل به‌تنهایی حامل اطلاعات متمایزکننده‌ای بین نمونه‌های مختلف نیست. برای اطمینان از عدم تأثیر بردار ثابت موقعیت زمین در نتایج، آزمایش‌های مقایسه‌ای با حذف و بدون حذف بردار موقعیت زمین از مجموعه‌ی ویژگی‌های ورودی انجام شده است؛ که نشان می‌دهد حضور یا عدم حضور آن تأثیر معناداری در دقت مدل‌ها ندارد.

در مرحله‌ی پس‌پردازش نیز کواترنیون‌های تخمین‌زده‌شده نرمال‌سازی شده‌اند، تا شرط نرمال‌بودن کواترنیون‌ها ($|q|=1$) برقرار باشد و از بروز خطاهای عددی در محاسبات تعیین وضعیت جلوگیری شود.

برای ارزیابی دقت تخمین کواترنیون‌ها، از خطای زاویه‌ای دقیق بین کواترنیون حقیقی و کواترنیون تخمین‌زده‌شده با واحد درجه استفاده شده است، که مطابق رابطه‌ی ۲۲ محاسبه می‌شود:

[27] Multi-threading

$$Error = 2\cos^{-1}(|q_r \cdot q_e|) \quad (22)$$

که در آن، q_r کواترنیون مرجع (حقیقی) و q_e کواترنیون تخمین زده‌شده هستند، و علامت $\cdot$ نشان‌دهنده‌ی ضرب داخلی در فضای چهاربُعدی است. این شاخص به‌دلیل ماهیت هندسی کواترنیون‌ها، ارزیابی دقیقی از فاصله‌ی چرخشی بین دو وضعیت ارائه می‌دهد.

۷. ارزیابی امکان‌پذیری اجرای بلادرنگ

با توجه به اینکه هدف نهایی پژوهش حاضر، ارائه‌ی راهکاری کاربردی برای تعیین وضعیت ماهواره‌های واقعی است، لازم است امکان‌پذیری اجرای مدل‌های پیشنهادی در بستر واقعی و بلادرنگ نیز بررسی شود. از آنجا که دسترسی به سخت‌افزار واقعی پردازنده‌ی onboard ماهواره برای پژوهش حاضر فراهم نبوده است، ارزیابی امکان‌پذیری اجرای بلادرنگ از طریق مقایسه‌ی توان محاسباتی سامانه‌ی توسعه (رایانه استفاده‌شده برای آموزش و آزمون مدل‌ها) با یکی از پردازنده‌های استاندارد و پرکاربرد صنعت فضایی انجام شده است.

پردازنده‌ی مبنا برای مقایسه‌ی انجام‌شده، RAD750 ساخت شرکت BAE Systems بوده است؛ که به‌طورگسترده در مأموریت‌های فضایی متعدد به‌عنوان واحد پردازش مرکزی onboard استفاده می‌شود. طبق گزارش رسمی سازنده، پردازنده‌ی مذکور با معماری RISC ابرمقیاسی، عملکردی معادل ۲۴۰ میلیون دستور Dhrystone 2.1 در ثانیه (MIPS) در فرکانس ۱۳۳ مگاهرتز با توان مصرفی کمتر از ۶ وات ارائه می‌دهد.[۱۹]

به‌منظور مقایسه‌ای هم‌سطح و معتبر، توان پردازشی سامانه‌ی توسعه (پردازنده‌ی Intel Core i7-11800H) با استفاده از همان بنچمارک استاندارد صنعتی، یعنی Dhrystone نسخه‌ی ۲.۱، مستقیماً اندازه‌گیری شده است؛ که نتیجه‌ی آن، توان پردازشی معادل ۴۲۹۰۶ Dhrystone-MIPS (تک‌هسته) در فرکانس ۲۳۰۰ مگاهرتز را نشان داده است.

با توجه به اینکه فرآیند استنتاج (inference) برای یک نمونه‌ی ورودی به‌صورت تک‌رشته‌ای انجام می‌شود، ضریب کُندی پردازنده‌ی RAD750 نسبت به سامانه‌ی توسعه تقریباً برابر با ۱۷۹ می‌شود. با اعمال ضریب اخیر بر روی زمان اجرای بهترین مدل گزارش‌شده در جدول ۱ (مدل MLP چهارمدلی موازی با پیش‌پردازش TRIAD، با زمان اجرای ۰/۲۱ میلی‌ثانیه بر روی سامانه‌ی توسعه)، زمان اجرای تخمینی بر روی پردازنده‌ی RAD750 تقریباً ۳۷/۵ میلی‌ثانیه برآورد شده است.

نرخ معمول چرخه‌ی کنترل وضعیت در ماهواره‌های زمین‌آهنگ مخابراتی حدود ۲ هرتز است، هر چند در برخی طراحی‌ها تا ۲۰ هرتز نیز افزایش می‌یابد.[۲۰] این نرخ معادل بودجه‌ی زمانی حدوداً ۵۰ تا ۵۰۰ میلی‌ثانیه برای هر چرخه‌ی پردازش وضعیت است. با توجه به اینکه زمان اجرای تخمینی مدل پیشنهادی (۳۷/۵ میلی‌ثانیه) کمتر از حد پایین این بودجه‌ی زمانی است، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی از نظر محاسباتی برای اجرای بلادرنگ بر روی سخت‌افزار واقعی onboard ماهواره‌ای مناسب است.

شایان ذکر است که این تحلیل یک برآورد نظری مبتنی بر مقیاس‌دهی توان پردازشی اندازه‌گیری‌شده است و جایگزین پیاده‌سازی و آزمون واقعی بر روی سخت‌افزار embedded نیست. پیاده‌سازی و آزمون واقعی مدل‌های پیشنهادی بر روی سخت‌افزار embedded مشابه با پردازنده‌های onboard ماهواره‌ای، به‌عنوان یکی از محورهای مهم پژوهش‌های آینده پیشنهاد می‌شود.

۸. تحلیل نتایج و نتیجه‌گیری

برای به‌دست‌آمدن نتایج پژوهش حاضر، در مجموع از ۱۲۹۹۶ داده‌ی آموزشی (داده‌هایی که پوشش کامل فضای دوران و تنوع کافی برای یادگیری مدل را تضمین می‌کردند)، انتخاب شده‌اند.

به‌منظور پوشش تمامی حالت‌های ممکن بردار جهت دوران و زاویه‌ی دوران، زوایای γ و ϕ با گام‌های ۱۰ درجه‌ای در بازه‌ی صفر تا ۱۸۰ درجه و زاویه‌ی β با گام ۱۰ درجه‌ای در بازه‌ی صفر تا ۳۶۰ درجه تغییر یافته و مجموعه‌ی حاصل به‌عنوان داده‌های آموزشی مدل‌ها استفاده شده‌اند.

برای اعتبارسنجی مدل‌ها، ۲۶۰۰ داده (تقریباً معادل ۰/۲ داده‌های آموزشی) تولید شده‌اند، که در آن‌ها زوایای γ، ϕ، و β به‌صورت تصادفی[۲۸] و در بازه‌های تعریف‌شده انتخاب شده‌اند. درنهایت، برای آزمون نهایی مدل‌ها، ۱۰۰۰۰۰ داده‌ی مشابه داده‌های اعتبارسنجی ولی با نمونه‌گیری تصادفی مستقل تولید شده‌اند. انتخاب این حجم از داده‌های آزمون با هدف افزایش اطمینان از پایداری مدل‌ها و جلوگیری از اثرگذاری داده‌های خاص یا سوگیری احتمالی انجام شده است.

پس از انجام آزمایش‌های متعدد، مشخص شد که مدل‌های هوش مصنوعی در پیش‌بینی مقادیر بسیار نزدیک به صفر عملکرد دقیقی نداشته‌اند؛ به‌طوری که در اغلب موارد، مقادیر مثبت را منفی و بالعکس پیش‌بینی کرده‌اند. به‌منظور کاهش این اثر و افزایش پایداری مدل، مقادیر خروجی با قدرمطلق کمتر از ۰/۰۰۳ پس از پردازش به مقدار صفر تبدیل شده‌اند.

بهترین نتایج مدل‌های مختلف هوش مصنوعی در تخمین کواترنیون‌های چرخش دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع در جدول ۱ (فقط برای مدل‌های MLP زمان اجرای پیش‌پردازش در نظر گرفته شده است) و شکل ۳ ارائه شده است. عبارت‌های اختصاری مندرج در جدول ۱، در جدول ۲ توصیف شده‌اند.

در پژوهش حاضر، با بهره‌گیری از مدل‌سازی دینامیکی حرکت یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ، مجموعه‌ای از داده‌های شبیه‌سازی‌شده حاصل از حسگرهای

جدول ۲. معادل عبارات کوتاه استفاده‌شده در جدول نتایج تخمین کواترنیون‌ها.

Table 2. Equivalent of the abbreviated expressions used in the quaternion estimation results table.

علامت اختصاری	عبارت کامل
Lr	Learning rate
n-es	n-estimator
n-l	Number of layers
w-l	Width of layers
b-s	Batch-size
act_func	Activation function
Opt	optimizer

[28] Random

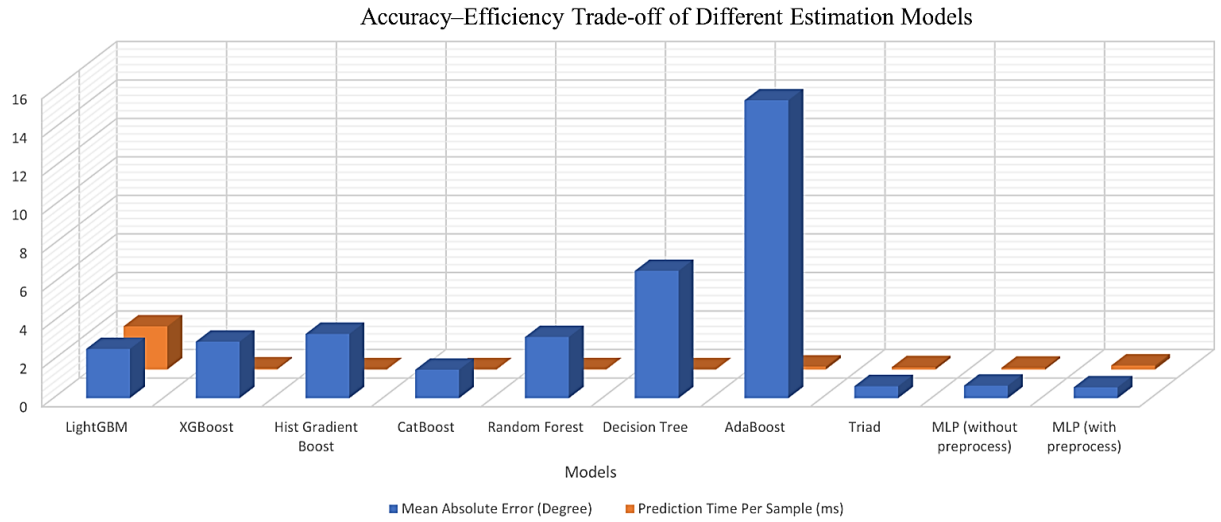


Figure 3. Results of estimating quaternions using different artificial intelligence model.

شکل ۳. نتایج تخمین کواترنیون‌ها با استفاده از مدل‌های مختلف هوش مصنوعی.

خورشید و زمین تولید و الگوریتم‌های متنوع یادگیری ماشین و یادگیری عمیق برای تخمین وضعیت سه‌بُعدی ماهواره ارزیابی شده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده از ارزیابی مدل‌ها نشان می‌دهند که بین دقت تخمین و زمان استنتاج هر مدل، رابطه‌ی معکوسی وجود دارد؛ به‌طوری که مدل‌هایی با ساختار ساده‌تر نظیر درخت تصمیم، زمان اجرای بسیار کوتاه ولی با دقت کمتری دارند، در حالی که مدل‌های پیچیده‌تر، مانند شبکه‌های عصبی چندلایه، با وجود زمان اجرای کمی بیشتر، دقتی به مراتب بالاتر ارائه می‌دهند.

در میان مدل‌های بررسی‌شده فقط روش پیش‌پردازش TRIAD توانسته است به‌طور معناداری باعث بهبود عملکرد مدل‌های یادگیرنده شود. سایر روش‌های پیش‌پردازش، تأثیر چشمگیری در کاهش خطای تخمین نداشته‌اند. همچنین مشاهده شده است که بجز در شبکه‌ی عصبی چندلایه، عملکرد سایر الگوریتم‌ها بدون استفاده از پیش‌پردازش TRIAD ضعیف و غیرقابل قبول بوده است.

مقایسه‌ی مدل‌ها نشان می‌دهند که در میان مدل‌های مبتنی بر درخت تصمیم و روش‌های تقویتی، الگوریتم CatBoost بهترین عملکرد را با میانگین خطای مطلق ۱/۴۸۴ درجه و زمان اجرای ۰/۰۰۴ میلی‌ثانیه برای هر نمونه ارائه داده است. با وجود این، دقت آن همچنان پایین‌تر از شبکه‌های عصبی چندلایه و روش کلاسیک TRIAD باقی مانده است. سایر الگوریتم‌های یادگیری ماشین نظیر Hist Gradient Boost و Random Forest علی‌رغم زمان پیش‌بینی بسیار پایین، دقت لازم برای کاربردهای دقیق تعیین وضعیت را تأمین نکرده‌اند.

درخصوص عملکرد برتر شبکه‌ی عصبی چندلایه نسبت به سایر الگوریتم‌ها، به نظر می‌رسد این تفاوت ناشی از ماهیت متفاوت خانواده‌ی مدل‌ها بوده باشد. مدل‌های مبتنی بر درخت تصمیم (از جمله Random Forest، AdaBoost، CatBoost، XGBoost و LightGBM) با تقسیم‌بندی‌های هم‌راستا با محور[29] فضای ویژگی را مدل می‌کنند و برای تقریب دقیق روابط پیوسته و مثلثاتی حاکم بر ضرب‌های داخلی و خارجی بردارها، به عمق و تعداد زیادی از شاخه‌ها نیاز دارند، که با حجم داده‌ی موجود در پژوهش حاضر، به‌طور کامل محقق نمی‌شود. در مقابل، شبکه‌ی عصبی چندلایه به‌دلیل بهره‌گیری از توابع فعال‌سازی پیوسته و بهینه‌سازی مبتنی بر گرادیان، توانایی بیشتری در ترکیب هموار این ویژگی‌های مهندسی‌شده و یادگیری تصحیحی غیرخطی بر پایه‌ی خروجی الگوریتم TRIAD دارد.

در مقایسه‌ی ساختارهای مختلف شبکه‌ی عصبی، نتایج نشان می‌دهند که چهار مدل MLP یکسان، که هرکدام یک مؤلفه‌ی کواترنیون را به‌صورت موازی تخمین می‌زنند، با پیش‌پردازش TRIAD دقیق‌ترین تخمین را با میانگین خطای مطلق ۰/۵۷ درجه و زمان اجرای ۰/۲۱ میلی‌ثانیه ارائه کرده است. در مقابل، ساختار مشابه بدون پیش‌پردازش با خطای ۰/۶۵۶ درجه و زمان اجرای ۰/۰۹۰ میلی‌ثانیه ضمن حفظ دقت قابل‌قبول، سریع‌ترین مدل در میان ساختارهای مبتنی بر شبکه‌ی عصبی بوده است. عملکرد ضعیف‌تر مدل اخیر بیانگر نقش کلیدی داده‌های استخراج‌شده از روش TRIAD در فرآیند یادگیری و عملکرد مناسب MLP بدون پیش‌پردازش نسبت به سایر مدل‌هاست. از سوی دیگر، مدل MLP که هر چهار مؤلفه‌ی کواترنیون را هم‌زمان تخمین می‌زند، نیز با خطای مطلق ۰/۶۲۲ درجه و زمان اجرای ۰/۱۵۷ میلی‌ثانیه نسبت به چهار مدل موازی مشابه عملکرد ضعیف‌تر، اما زمان اجرای کمتری داشته است.

به‌طور کلی، می‌توان نتیجه گرفت که ترکیب روش پیش‌پردازش TRIAD با شبکه‌ی عصبی چندلایه، توازنی بهینه میان دقت و سرعت محاسباتی ایجاد می‌کند و روشی کارآمد و پایدار برای تعیین وضعیت ماهواره‌های زمین‌آهنگ فراهم می‌آورد. این مدل نه فقط نسبت به الگوریتم کلاسیک TRIAD (با خطای ۰/۶۲۲ درجه) دقت بالاتری ارائه می‌دهد، بلکه قابلیت اجرای بلادرنگ نیز دارد و می‌تواند به‌عنوان جایگزینی عملی برای روش‌های کلاسیک در سامانه‌های ماهواره‌ای کوچک و سبک‌وزن استفاده شود.

نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهند که ترکیب داده‌های سنجشی ساده و کم‌هزینه، مانند خروجی حسگرهای خورشید و زمین با روش‌های هوش مصنوعی، خصوصاً در صورت بهره‌گیری از پیش‌پردازش‌های مناسب، می‌تواند راهکاری عملی و مقرون‌به‌صرفه برای طراحی سیستم‌های تعیین وضعیت در ماهواره‌های کوچک و سبک‌وزن فراهم آورد. روش‌های مذکور نه فقط هزینه و

[29] Axis-Aligned Splits

پیچیدگی سخت‌افزاری را کاهش می‌دهند، بلکه در شرایطی مانند نویز زیاد، فقدان برخی داده‌ها یا وقوع تکینگی‌های هندسی نیز عملکرد قابل اتکایی دارند.

برای مطالعه‌های آتی، پیشنهاد می‌شود که مدل پیشنهادی بر داده‌های واقعی حاصل از پرتاب‌های آزمایشی یا مدارهای واقعی پیاده‌سازی و آزمون شود.

همچنین تخمین وضعیت برای تمامی نقاط مدار انجام شود و بررسی عملکرد الگوریتم‌های مذکور در حضور تأخیرهای زمانی[30] و در چارچوب سامانه‌های کنترل وضعیت نیز می‌تواند گامی مؤثر در توسعه سامانه‌های هوشمند ماهواره‌ای باشد.

References – منابع

1. Orozco, M.L. and Giraldo, B.S., 2024. Attitude determination and control in small satellites: A review. *IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems*, *5*(3), pp. 182-186. https://doi.org/10.1109/JMASS.2024.3402984.
2. Fathi Jegarkandi, M. and Safaei, R., 2024. Fractional Order Sliding Mode Controller (FOSMC) Design for Attitude Control of a Satellite with Coupled Rigid-Flexible Structures Using Fractional Order Transfer Function. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *40*(2), pp. 3-14. https://doi.org/10.24200/j40.2023.62462.1684.
3. Soken, H.E., Hajiyev, C. and Sakai, S.I., 2014. Robust Kalman filtering for small satellite attitude estimation in the presence of measurement faults. *European Journal of Control*, *20*(2), pp. 64-72. https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2013.12.002.
4. Hajiyev, C. and Guler, D.C., 2017. Review on gyroless attitude determination methods for small satellites. *Progress in Aerospace Sciences*, *90*, pp. 54-66. https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2017.03.003.
5. Dos Santos, G.H., Seman, L.O., Bezerra, E.A., Leithardt, V.R.Q., Mendes, A.S. and Stefenon, S.F., 2021. Static attitude determination using convolutional neural networks. *Sensors*, *21*(19), p. 6419. https://doi.org/10.3390/S21196419.
6. Ni, S. and Zhang, C., 2011. Attitude determination of nano satellite based on gyroscope, sun sensor and magnetometer. *Procedia Engineering*, *15*, pp. 959-963. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.177.
7. Kikuya, Y., Iwasaki, Y., Yatsu, Y. and Matunaga, S., 2021. Attitude determination algorithm using Earth sensor images and image recognition. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, *64*(2), pp. 82-90. https://doi.org/10.2322/TJSASS.64.82.
8. Zhu, F., Qin, Y., Cai, Q., Chen, X. and Zhang, X., 2025. Combining star tracker and gyroscope for remote sensing satellite attitude determination: algorithm design and performance evaluation with real data. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, *74*, pp. 1-15. https://doi.org/10.1109/TIM.2025.3548235.
9. Li, R., Feng, L., Wu, P., Deng, X. and Shi, H., 2025. A roll attitude determination method based on the jamming energy of GEO satellites and an LSTM neural network. *Scientific Reports*, *15*(1), p. 17888. https://doi.org/10.1038/s41598-025-01174-0.
10. Nobahari, H., Ghanbarpour Asl, H. and farhad Abtahi, S.F., 2016. Investigation of Accuracy of Integrated Inertial-Radar Navigation Systems in Autolanding of Unmanned Air Vehicles. *Sharif Journal of Mechanical Engineering (SJME)*, *32.3*(2), pp. 53-62. https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26764725.1395.323.2.7.8.
11. Sun, Z., Simo, J. and Gong, S., 2023. Satellite attitude identification and prediction based on neural network compensation, *Space: Science & Technology*, 3, p. 0009. https://doi.org/10.34133/SPACE.0009.
12. Quinlan, J.R., 1986. Induction of decision trees, *Machine Learning*, *1*(1), pp. 81–106. https://doi.org/10.1007/BF00116251.
13. Breiman, L., 2001. Random forests, *Machine Learning*, *45*(1), pp. 5–32. https://doi.org/10.1023/A:1010933404324.
14. Freund, Y. and Schapire, R.E., 1997. A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting, *Journal of Computer and*

[30] Delayed Measurements

System Sciences, *55*(1), pp. 119–139. https://doi.org/10.1006/JCSS.1997.1504.

15. Prokhorenkova, L., Gusev, G., Vorobev, A., Dorogush, A.V. and Gulin, A., 2018. CatBoost: unbiased boosting with categorical features. In *Proceedings of the 32nd International Conference on Neural Information Processing Systems*, pp. 6639-6649. https://dl.acm.org/doi/10.5555/3327757.3327770.

16. Ke, G., Meng, Q., Finley, T., Wang, T., Chen, W., Ma, W., Ye, Q. and Liu, T.Y., 2017. Lightgbm: A highly efficient gradient boosting decision tree. In *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems*, pp. 3149-3157. https://dl.acm.org/doi/10.5555/3294996.3295074

17. Chen, T. and Guestrin, C., 2016. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. In *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining*, pp. 785–794. https://doi.org/10.1145/2939672.2939785.

18. Rumelhart, D.E., Hinton, G.E. and Williams, R.J., 1986. Learning representations by back-propagating errors, *Nature*, *323*(6088), pp. 533–536. https://doi.org/10.1038/323533A0.

19. Berger, R.W., Bayles, D., Brown, R., Doyle, S., Kazemzadeh, A., Knowles, K., Moser, D., Rodgers, J., Saari, B., Stanley, D. and Grant, B., 2001. The RAD750™ - A Radiation Hardened PowerPC™ Processor for High Performance Spaceborne Applications. In *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, Big Sky, MT, USA, 5, pp. 2263-2272. https://doi.org/10.1109/AERO.2001.931184.

20. Pasetti, A., 2002. Background on Attitude and Orbit Control Systems (AOCS). *AOCS Framework Project*, PnP Software. Available at: https://www.pnp-software.com/AocsFramework/AocsBackground.html [Accessed 9 Aug. 2026].

این صفحه عمداً خالی گذاشته شده است.

Sharif University of Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

https://sjme.journals.sharif.edu



Research Article

Investigation of Blade Parameterization Methods for Axial Compressors

Mohammad Farahani*, Mehrab Kalabi, Arman Mohammadi Joozdani and Sajjad Ghadiri

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.
* Corresponding author:(mfarahani@sharif.edu)

Article Info

Article history:

Received: 11 July 2026

Revised: 16 September 2026

Accepted: 23 September 2026

Keywords:

Geometry parameterization,
turbomachinery,
axial compressor,
compressor blades,
manufacturing variability,
parametrization methods,
Lange method,
CST.

Abstract

Geometry parameterization is essential for turbomachinery design, optimization, and modeling of geometric deviations. A key challenge is achieving high geometric accuracy with a minimal set of variables. While various parameterization techniques exist, a comprehensive comparison of their efficacy for axial compressor blades remains limited. This study implements and compares prominent aerodynamic parameterization methods: curve-fitting, Class/Shape Function Transformation (CST), Hicks-Henne, Singular Value Decomposition (SVD), and the Lange method, which are commonly used for turbomachinery blades. To evaluate performance, two transonic compressor airfoils were parameterized using parameter sets of 10 and 12. Results indicate that while curve-fitting methods provide superior geometric accuracy, the Lange method offers highly competitive performance owing to its explicit physical parameters and ease of implementation. No single method is globally optimal, as the best choice depends on the parameter count, specific geometry, and problem type. To facilitate decision-making, the methods were ranked based on key criteria.

Introduction

Geometry parameterization is an indispensable step in high-fidelity aerodynamic design and optimization. Shape parameterization allows engineers to adjust design variables systematically to achieve optimized geometries, simplifying the process by reducing the design space to a manageable set of control parameters. While various methods exist for the parameterization of conventional airfoils in aerodynamics, their specific effectiveness for turbomachinery blades requires further clarification. A method that accurately describes geometry with minimal variables is highly desirable [1]-[2].

Lauer and Ansell [3] reviewed widely used aerodynamic parameterization methods, including B-splines, Bézier surfaces, CST, and Hicks-Henne, summarizing their applications in design and optimization. Masters [1] similarly evaluated B-spline, Bézier, CST, Hicks-Henne, SVD, and parametric section method (PARSEC) by approximating a dataset of 1,064 airfoils. Subsequently, Masters [2] applied these methods in numerical flow simulations to evaluate their impact on predicted aerodynamic coefficients (lift and drag).

Despite extensive research on conventional airfoils, their application to turbomachinery has received little attention. Beyond accuracy, method selection must account for ease of implementation, leading/trailing-edge representation, parameter definition (explicit vs. implicit), and surface-deviation modeling. This study evaluates the accuracy and practical capabilities of these methods in parameterizing turbomachinery blade geometries.

Methodology

This study evaluates several airfoil parameterization techniques, focusing on axial compressor blade parameterization. Two mid-span airfoils from axial compressor rotor blades were examined. The first is the

To Cite this article:
Farahani, M., Kalabi, M., Mohammadi Joozdani, A. and Ghadiri, S. 2026. The investigation of blade parameterization methods in axial compressor blades, Sharif Mechanical Engineering Journal, **42**(1), 119-132.
https://doi.org/10.24200/j40.2026.68965.1774

E-ISSN: 2676-4733 © 2026 The Author(s). Sharif Mechanical Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

NASA Rotor 37 mid-span section, an MCA (multiple-circular-arc) airfoil and a benchmark for transonic compressor research, selected for its high-quality experimental data. The second is a transonic DCA (double-circular-arc) airfoil. These geometries (Figure 2 and Figure 3) were represented in the (m', θ) coordinate system.

The selected methods include curve-fitting techniques (spline, B-spline, and Bézier), CST, SVD and the Lange method as constructive methods, the The Hicks–Henne method as a deformative method. Curve-fitting techniques approximate surfaces using parametric curves. They are flexible and accurate but highly sensitive to the number and distribution of control points, particularly at the leading/trailing edges.

CST method uses a limited number of implicit variables. The SVD method parameterizes airfoils using orthogonal basis modes extracted from a training library. The Lange method describes blade sections using separate thickness and camber distributions with dedicated leading- and trailing-edge parameters. Finally, the Hicks–Henne method, a deformative approach, uses local bump functions to modify a baseline airfoil.

Results and Discussion

All methods were compared first using 10 parameters… and the comparison was then repeated with 12 to evaluate the effect of parameter count on reconstruction accuracy.

Figs. 10 and 11 present root mean square error (RMSE) values for the MCA and DCA airfoils. In general, the errors for the MCA airfoil are approximately 14–16% higher than for the DCA airfoil. Increasing the number of parameters reduces reconstruction error for all methods, though the improvement varies widely, ranging from 6% to 50%.

Curve-fitting methods provide the highest reconstruction accuracy, particularly near the leading and trailing edges.

While the Lange method is less accurate, it remains sufficiently accurate in these regions. Furthermore, its physically meaningful parameters (explicate variable) in turbomachinery coordinates make it highly suitable for compressor-blade generation.

Figure 12 and Figure 13 show the parameterized MCA airfoils and chordwise error distributions. The CST method exhibits lower accuracy near the leading and trailing edges compared to the other parameterization methods, a trend also observed for the DCA airfoil (Figure 14 and Figure 15).

The SVD method performs best for the MCA airfoil owing to its richer training library. In contrast, Hicks–Henne is better suited for local deformation of an existing baseline than for generating new airfoil families (Figure 16). Table 2 summarizes the performance of all methods. Results indicate that no single method is universally superior; the ideal choice depends on the specific airfoil geometry, number of parameters, and application.

Conclusion

This study implemented and compared several geometry parameterization methods applied to two common axial-compressor blade airfoils, evaluated using 10 and 12 parameters. Results indicate that the optimal parameterization method depends on the airfoil geometry, problem type, and parameter constraints. While increasing the parameter count reduces error by 6–50%, this improvement is not always significant across all geometries. Curve-fitting methods offer the highest accuracy, while the Lange method provides a physically intuitive approach for turbomachinery applications.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

مجله علمی مهندسی مکانیک شریف

https://sjme.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

بررسی روش‌های پارامتری‌سازی پره در کمپرسورهای محوری

محمد فراهانی*، مهراب کلابی، آرمان محمدی جوزدانی و سجاد غدیری

دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (mfarahani@sharif.edu)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۵/۰۴/۲۰

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۵/۰۶/۲۵

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۵/۰۷/۰۱

واژگان کلیدی:

پارامتری‌سازی هندسه،

توربوماشین‌ها،

کمپرسور محوری،

پره‌ی کمپرسور،

خطاهای ساختی،

روش‌های تغییر هندسه،

روش‌های تولید هندسه.

چکیده

پارامتری‌سازی هندسه‌ی پره، نقشی تعیین‌کننده در فرآیند طراحی و تحلیل عملکرد کمپرسورهای محوری ایفا می‌کند و در ارزیابی اثر خطاهای ساختی در عملکرد آئرودینامیکی پره‌ها، جایگاهی کلیدی دارد. دستیابی به تعادل میان تعداد پارامترهای هندسی و حفظ دقت بازتولید سطوح، چالشی اساسی محسوب می‌شود. روش‌های مختلفی برای پارامتری‌سازی هندسی در آئرودینامیک وجود دارد. با توجه به بررسی‌های صورت‌گرفته، تاکنون مقایسه‌ای جامع از کارایی روش‌های پارامتری‌سازی مذکور در پره‌های کمپرسور محوری ضمن درنظرگرفتن عدم‌قطعیت‌های ساختی صورت نگرفته است. در پژوهش حاضر، روش‌های مطرح، شامل: برازش منحنی، تابع انتقال کلاس و پیکره، مقاطع پارامتری، هیکس- هن، تجزیه‌ی مقادیر منفرد ،و روش لانگ، تشریح و پیاده‌سازی شده‌اند. به‌منظور ارزیابی دقیق، دو نوع ایرفویل متداول در پره‌ی کمپرسورهای محوری با استفاده از روش‌های اخیر پارامتری‌سازی شده‌اند. نتایج نشان داده‌اند اگرچه روش‌های مبتنی بر برازش منحنی، دقت بازتولید بسیار بالایی ارائه می‌دهند؛ اما روش لانگ با استفاده از پارامترهای فیزیکی صریح و پیاده‌سازی آسان، عملکرد قابل‌قبولی در پارامتری‌سازی پره‌ی کمپرسورهای محوری داشته است. به‌منظور انتخاب بهترین روش پارامتری‌سازی، عملکرد روش‌های مذکور با معیارهای مختلفی، مانند: دقت بازتولید هندسه، تعداد و نوع پارامترها، قابلیت تولید انحراف‌های هندسی بررسی و مقایسه شده‌اند. پژوهش حاضر، امکان شناسایی روش مناسب در کاربردهای مختلف را فراهم ساخته است.

۱. مقدمه

چرخه‌ی طراحی و بهینه‌سازی عددی در حوزه‌ی آئرودینامیک، بر چهار رکن اساسی پارامتری‌سازی هندسه، تولید شبکه، حل معادله‌های جریان، و فرآیند بهینه‌سازی استوار است. در این میان، پارامتری‌سازی هندسه، نقشی بنیادین در فرآیندهای طراحی و ارزیابی حساسیت توربوماشین‌ها نسبت به خطاهای ساخت ایفا می‌کند. مرحله‌ی اخیر نه فقط امکان تنظیم دقیق متغیرهای طراحی جهت دستیابی به هندسه‌های بهینه را میسر می‌سازد، بلکه بستر لازم را برای مدل‌سازی اثر عدم‌قطعیت‌ها و انحراف‌های هندسی ناشی از فرآیند ساخت فراهم می‌آورد.

بهره‌گیری از روش‌های مختلف پارامتری‌سازی در آئرودینامیک و طراحی توربوماشین‌ها با هدف مدیریت فضای طراحی صورت می‌گیرد؛ که هدف از آن‌ها، تبدیل هندسه‌های پیچیده به مجموعه‌ای محدود از متغیرهای کنترلی است، که منجر به کاهش ابعاد فضای جستجو و اعمال خطاهای ساختی می‌شود. لذا، انتخاب روشی که بتواند با کمترین تعداد متغیر، دقیق‌ترین بازنمایی از هندسه را ارائه دهد، اهمیت بسیاری دارد.[۱ و ۲]

لائر و آنسل[1] (۲۰۲۵)، در یک پژوهش مروری، ضمن معرفی و بررسی انواع روش‌های پرکاربرد پارامتری‌سازی در آئرودینامیک، شامل: بی- اسپلاین[2]، سطوح بزیه[3]، تابع انتقال کلاس و پیکره (CST)[4]، هیکس- هن[5]، و سایر روش‌های متداول، کاربرد آن‌ها را در طراحی و بهینه‌سازی آئرودینامیکی خلاصه‌سازی کرده‌اند. ایشان همچنین یک روش نوین پارامتری‌سازی ارائه داده و عملکرد آن را در مسائل برازش ایرفویل با روش‌های دیگر مقایسه کرده‌اند.[۳]

مسترز[6] و همکاران (۲۰۱۵)،[۱] در یک پژوهش مروری دیگر، انواع روش‌های پرکاربرد پارامتری‌سازی در آئرودینامیک، شامل: بی- اسپلاین، سطوح بزیه، تابع انتقال کلاس و پیکره، هیکس- هن، و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (SVD)[7] را

[1] Lauer & Ansell
[2] B-Spline
[3] Bezier
[4] Class/Shape Function
[5] Hicks-Henne
[6] Masters
[7] Singular Value Decomposition

استناد به این مقاله:

فراهانی، محمد، کلابی، مهراب، محمدی جوزدانی، آرمان و غدیری، سجاد، ۱۴۰۵. بررسی روش‌های پارامتری‌سازی پره در کمپرسورهای محوری. مهندسی مکانیک شریف، ۴۲(۱)، صص.۱۱۹-۱۳۲. https://doi.org/10.24200/j40.2026.68965.1774

حق مولف © نویسندگان

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

شاپا الکترونیکی: ۴۷۳۳- ۲۶۷۶

معرفی و عملکرد آن‌ها را در تقریب ۱۰۶۴ ایرفویل آزمایش کرده‌اند. با استناد به نتایج حاصل از مطالعه‌ی اخیر، برای آنکه ۸۰٪ از ایرفویل‌های بانک داده با دقت مناسب تقریب زده شوند، انتخاب دست‌کم ۲۵ متغیر طراحی ضروری است. همچنین ایشان، در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۷،[۲] با استفاده از روش‌های پارامتری‌سازی ذکرشده، پس از پارامتری‌کردن ایرفویل‌ها و حل عددی جریان، عملکرد هر روش را با دستیابی به ضرایب آئرودینامیکی برآ و پسا آزمایش کرده‌اند. در پژوهش مذکور مشاهده شد که برای دستیابی به ضرایب آئرودینامیکی دقیق و قابل‌اطمینان، انتخاب ۳۸ تا ۶۶ متغیر طراحی ضروری است.

ژانگ و همکاران (۲۰۱۸)،[۴] در معرفی و بررسی روش‌های پارامتری‌سازی در آئرودینامیک، با ارائه و مقایسه‌ی روش‌های: بی- اسپلاین، تابع انتقال کلاس و پیکره، سطوح پارامتری، هیکس- هن، و تحلیل مؤلفه‌های اصلی؛ درنهایت، روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی را به‌عنوان بهترین روش انتخاب کرده‌اند. اسپرادکل[8] و همکاران (۲۰۱۰)،[۵] نیز با مقایسه‌ی روش‌های پارامتری‌سازی در آئرودینامیک، شامل: بی- اسپلاین، منحنی فرگوسن، هیکس- هن، سطوح پارامتری، و تابع انتقال کلاس و پیکره، روش‌های پارامتری‌سازی را براساس معیارهای مختلف رتبه‌بندی کرده‌اند، تا طراح براساس نیاز خود، یکی از روش‌ها را انتخاب کند.

یکی از روش‌های مرسوم در توربوماشین، پارامتری‌سازی به کمک توزیع ضخامت و توزیع انحنای ایرفویل است. وانگ و همکاران (۲۰۲۲ و ۲۰۲۳)،[۶ و ۷] در چند پژوهشی که در زمینه‌ی بررسی اثر نامشخصه‌های ساختی در عملکرد کمپرسور محوری انجام داده‌اند، برای پارامتری‌کردن هندسه‌ی پره‌ی کمپرسور از روش اخیر استفاده کرده‌اند.

روش لانگ، یکی از روش‌های معروف پارامتری‌سازی متداول در پره‌ی کمپرسورهاست، که در آن، پره با ۱۴ پارامتر بیان می‌شود. پروتس[9] و همکاران (۲۰۲۳)،[۸] از روش لانگ برای حساسیت‌سنجی و بررسی اثر نامشخصه‌های ساختی و استهلاک حین بهره‌برداری در عملکرد کمپرسور استفاده کرده‌اند.

وانگ و همکاران (۲۰۲۳)،[۹] در پژوهش خود به بهینه‌سازی پره‌های یک کمپرسور محوری پرداخته و در آن، فقط از چند پارامتر هندسی ساده، شامل: طول وتر، زاویه‌ی ورودی پره، بیشینه‌ی ضخامت، و زاویه‌ی نصب برای بیان هندسه استفاده کرده‌اند. ژانگ و همکاران (۲۰۲۲)[۱۰] عدم‌قطعیت عملکرد پره‌های یک کمپرسور محوری را تحت تأثیر تغییرات هندسی لبه‌ی حمله (LE)[10] و لبه‌ی فرار (TE)[11] ارزیابی کرده و هندسه‌ی لبه‌های حمله و فرار را با دو پارامتر هندسی بیان کرده‌اند.

الطافی[12] و همکاران (۲۰۲۲)،[۱۱] اثر انحراف‌های پارامترهای هندسی، مانند ضخامت و زاویه‌ی پره را در عملکرد یک کمپرسور جریان شعاعی بررسی کرده‌اند. الیگودرز و همکاران (۲۰۱۷)،[۱۲] اثر انحراف‌های هندسی ایجادشده در فرآیند ساخت، نظیر: ضخامت بیشینه، طول وتر، و ارتفاع پره را در بازده یک توربین محوری با مدل‌های یک بُعدی بررسی کرده‌اند. صادقی و داوری (۲۰۲۴)،[۱۳] در مطالعه‌ی تجربی آکوستیک یک توربین باد، از روش پارامتری‌سازی CST برای تولید هندسه از هندسه‌ی ایرفویل S834 استفاده کرده‌اند، که مجذور مربعات خطای روش CST برای بازتولید ایرفویل مذکور برابر با 10^{-3} بوده است.

آبراهام و همکاران (۲۰۱۸)،[۱۴] عدم‌قطعیت‌های هندسی و عملکردی روتور ۳۷ ناسا را با استفاده از ۴ پارامتر هندسی (متمرکز بر لبه‌ی حمله‌ی پره) بررسی کرده‌اند. لی[13] و همکاران (۲۰۱۵)،[۱۵] در مسئله‌ای با موضوع بهینه‌سازی کمپرسور، به بهینه‌سازی هم‌زمان هندسه‌ی ایرفویل پره‌ها و شرایط عملکردی پرداخته و از روش تابع انتقال کلاس و پیکره برای پارامتری‌سازی هندسه‌ی ایرفویل استفاده کرده‌اند. ایوانف[14] و همکاران (۲۰۱۷)،[۱۶] نیز با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش تابع انتقال کلاس و پیکره به بهینه‌سازی توربین بادی عمودمحور پرداخته و با نمایش کارآمد هندسه‌ی ایرفویل، به بهبودهای قابل‌توجهی در عملکرد دست یافته‌اند. ژیانگ و چن[15] (۲۰۲۱)،[۱۷] از روش تغییرشکل سطوح آزاد[16] برای طراحی بهینه‌ی یک کمپرسور محوری چندطبقه استفاده کرده‌اند. بسل و فلسیگ[17] (۲۰۱۰)،[۱۸] با هدف بهینه‌سازی پره‌های کمپرسور با درنظرگرفتن نویزهای ناشی از فرآیند ساخت، از روش‌های لانگ و بی- اسپلاین برای پارامتری‌سازی هندسه‌ی ایرفویل استفاده کرده‌اند. جی[18] و همکاران (۲۰۲۳)،[۱۹] در بررسی مسئله‌ی کمّی‌سازی عدم‌قطعیت برای اثر تغییر ضخامت پره‌ی کمپرسور محوری از روش بی- اسپلاین برای پارامتری‌سازی ایرفویل‌های پره استفاده کرده‌اند. جی و چوان[19] (۲۰۲۴)،[۲۰] نیز در بررسی کمّی‌سازی عدم‌قطعیت‌های هندسی ناشی از انحراف‌های پارامترهای متعدد در کمپرسور محوری از روش‌های منحنی‌های بزیه و بی- اسپلاین برای پارامتری‌سازی ایرفویل پره استفاده کرده‌اند؛ به‌عنوان مثال، ۲۴ نقطه‌ی کنترلی منحنی بزیه را برای پارامتری‌سازی توزیع انحنای ایرفویل به‌کار برده‌اند.

با وجود اهمیت حیاتی پارامتری‌سازی در فرآیند بهینه‌سازی هندسی و ارزیابی عدم‌قطعیت‌های ناشی از خطاهای ساخت، بررسی پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که کارایی روش‌های مختلف پارامتری‌سازی برای ایرفویل‌های متداول استفاده‌شده در توربوماشین‌ها به‌طور جامع ارزیابی نشده است. لذا، پژوهش حاضر با هدف بررسی جامع عملکرد و دقت روش‌های مختلف پارامتری‌سازی در بازتولید هندسه‌ی پره‌های کمپرسورهای محوری، با لحاظ‌کردن اثر خطاهای ساختی انجام شده است. به همین منظور، عملکرد روش‌های پارامتری‌سازی مذکور با معیارهای دقت بازتولید، خطای لبه‌های حمله و فرار، سادگی در پیاده‌سازی، نوع پارامترها (صریح/ ضمنی)، قابلیت بازتولید انحراف‌های هندسی، و امکان تولید هندسه‌های غیرواقعی بررسی و مقایسه شده و امکان شناسایی روش منتخب در کاربردهای مختلف را فراهم ساخته است.

۱. ۱. انواع خطاهای ساختی

خطاهای ساختی براساس مرتبه‌ی بزرگی به ۶ دسته تقسیم می‌شوند. خطاهای مرتبه‌ی اول، در ابعاد اصلی و مشخصه‌ی قطعه (مانند طول وتر، زاویه‌ی نصب

[8] Sripawadkul
[9] Prots
[10] Leading Edge
[11] Trailing Edge
[12] Altafi
[13] Li
[14] Ivanov
[15] Xiang & Chen
[16] Free-Form Deformation
[17] Bestle & Flassig
[18] Ji
[19] Ji & Chu

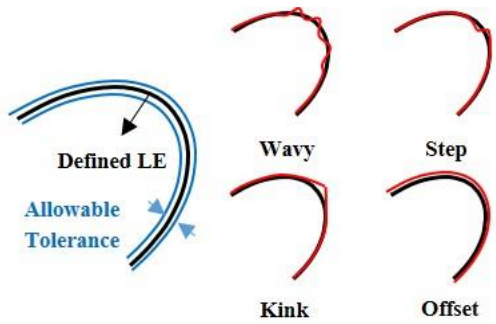


Figure 1. Visual classification of manufacturing errors (Adapted from [21]).

شکل ۱. تقسیم‌بندی ظاهری خطاهای ساختی (برگرفته از نوشتار [۲۱]).

یا شعاع لبه‌ی حمله) رخ می‌دهند و ممکن است ناشی از بی‌دقتی ذاتی دستگاه فرز، گرفتن غیردقیق قطعه، و یا ساییدگی و فرسودگی تیغه‌ی فرزکاری باشد. مقدار خطاها به‌عنوان یک قاعده‌ی تجربی، معمولاً در بازه‌ی ۰/۱ تا ۱ میلی‌متر قرار می‌گیرد. با توجه به آنکه خطاهای مرتبه‌ی اول بیشترین اهمیت را در تحلیل‌های آئرودینامیکی دارند، روش پارامتری‌سازی هندسه باید دقت کافی برای بیان آن‌ها داشته باشد.

خطاهای مرتبه‌ی پنجم و ششم، که در مقیاس ریزساختار ماده تعریف می‌شوند، ابعاد بسیار کوچکی دارند، به‌طوری‌که تأثیر قابل‌توجهی در عملکرد آئرودینامیکی قطعه ندارند. در مقابل، چهار دسته‌ی نخست می‌توانند در جریان سیال و بازه‌ی آئرودینامیکی مؤثر باشند.[۲۱] در استاندارد DIN ۴۷۶۰ به‌طوراختصاصی به انواع خطاهای ساختی در قطعات ماشین‌کاری‌شده پرداخته شده است.

از منظر شکل ظاهری، خطاهای ساختاری به چهار گروه اصلی: آفست، موج‌دار، پلّه، و تاب جزئی تقسیم می‌شوند (شکل ۱). آفست‌ها، اغلب از نوع خطاهای مرتبه‌ی اول هستند و کل سطح را به‌طوریکنواخت جابجا می‌کنند. سطوح موج‌دار، معمولاً در دسته‌ی خطاهای مرتبه‌ی دوم یا سوم قرار می‌گیرند. پلّه و تاب جزئی غالباً در محل اتصال دو قطعه، زمانی که شیب یا ارتفاع در فصل مشترک تطابق ندارد، پدید می‌آیند. همچنین، ماشین‌کاری از دو جهت مخالف، وقفه در فرایند فرزکاری، یا تعویض تیغه در حین عملیات، از دیگر علل ایجاد پلّه بر روی قطعه به‌شمار می‌روند.[۲۰]

۱. ۲. هندسه‌های مطالعه‌شده

هندسه‌های مطالعه‌شده در پژوهش حاضر، شامل: دو ایرفویل از اسپن[20] میانی از دو نمونه پره‌ی کمپرسور محوری بوده‌اند. نمونه‌ی آزمایش اول، اسپن میانی پره‌ی روتور ۳۷ ناسا بوده است، که در دسته‌ی ایرفویل‌های MCA[21] قرار دارد. روتور ۳۷، یکی از طبقات کمپرسور محوری گذرصوتی ۸ طبقه است، که در اواخر دهه‌ی ۱۹۷۰ میلادی در مرکز تحقیقات لوئیس ناسا طراحی، ساخته، و به‌صورت آزمایشگاهی، آزمون شده است.

داده‌های تجربی حاصل از آزمایش‌های روتور ۳۷ به‌دلیل کیفیت بالا و مستندسازی دقیق، به‌سرعت به یکی از مراجع اصلی برای ارزیابی و اعتبارسنجی روش‌های عددی در حوزه‌ی جریان‌های گذرصوتی تبدیل شده‌اند. لذا، نمونه‌ی اخیر به‌عنوان یک مورد آزمایش استاندارد در حوزه‌ی مذکور

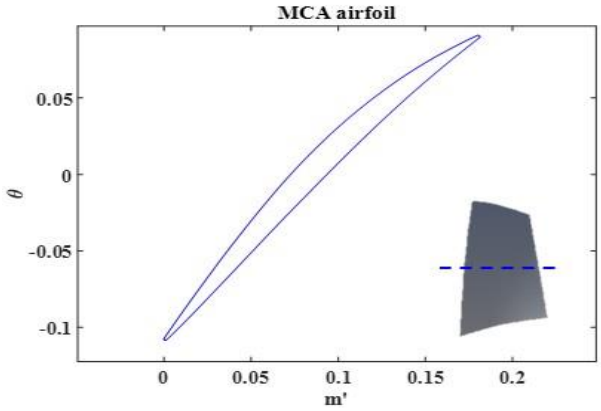


Figure 2. NASA Rotor 37 mid-span airfoil.

شکل ۲. ایرفویل اسپن میانی روتور ۳۷ ناسا.

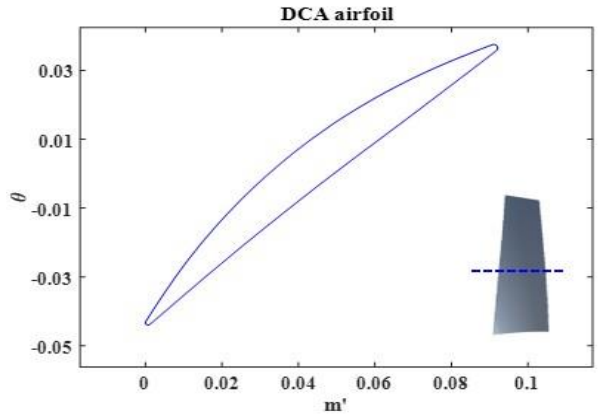


Figure 3. Transonic compressor blade mid-span airfoil.

شکل ۳. ایرفویل اسپن میانی پره‌ی کمپرسور گذرصوتی.

شناخته می‌شود.[۲۲ و ۲۳] نمونه‌ی آزمایش دوم نیز اسپن میانی از روتور یک کمپرسور محوری بوده است، که نمونه‌ای از ایرفویل‌های DCA است.در شکل‌های ۲ و ۳، به ترتیب نمونه‌های آزمایش‌های اول و دوم در دستگاه مختصات (m', θ) مشاهده می‌شوند.

۲. روش‌های پارامتری‌سازی ایرفویل در آئرودینامیک

ساده‌ترین شیوه برای تغییرشکل یک هندسه، جابجایی مستقیم مختصات نقاط روی سطح آن است. اما روش اخیر، نه فقط شمار متغیرهای مسئله را به شکل نامطلوبی افزایش می‌دهد، بلکه ممکن است به ایجاد سطوحی با لبه‌های تیز و ناپیوستگی منجر شود. چنین سطوحی، مدل‌سازی را با چالش‌های جدی درگیر می‌کنند و حتی در مواردی آن را ناممکن می‌سازند. به همین دلیل، روش‌های متنوعی برای پارامتری‌سازی هندسه در علم آئرودینامیک توسعه یافته است، که می‌توان آن‌ها را براساس معیارهای گوناگونی طبقه‌بندی کرد.

در یکی از دسته‌بندی‌های ذکرشده، روش‌ها در دو دسته‌ی تغییر هندسه[۲۲] و تولید هندسه[۲۳] قرار می‌گیرند.[۱ و ۲] در روش‌های تغییر هندسه، یک هندسه‌ی پایه وجود دارد و پارامترهای کنترلی، شکل اولیه را تغییر می‌دهند؛ اما در روش‌های تولید هندسه، پارامترهای کنترلی مستقیماً هندسه را تولید می‌کنند. در یک دسته‌بندی دیگر، می‌توان روش‌ها را بر حسب ماهیت پارامترها تقسیم کرد. در برخی روش‌ها، پارامترهای دخیل در مسئله، معنای فیزیکی مشخصی

[20] Span
[21] Multiple Circular Arc

[22] Deformative methods
[23] Constructive methods

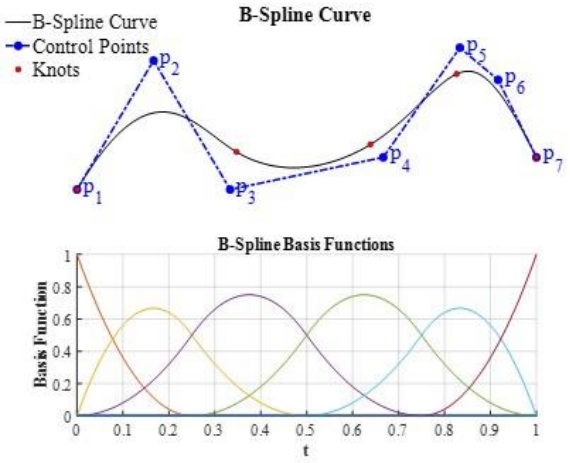


Figure 5. Fourth-order B-spline: control points and corresponding knots (top) and basis functions (bottom) (Adapted from [26]).

شکل ۵. بی- اسپلاین مرتبه‌ی چهار، نقاط کنترلی، و گره‌های متناظر (بالا) و توابع پایه (پایین) (برگرفته از مرجع [۲۶]).

$$X(u)=\sum_{i=0}^{n-1} N_{i,k}(u)P_i \qquad (1)$$

اگر $k = n$ باشد، منحنی حاصل با عنوان منحنی بزیه شناخته می‌شود. هر قدر درجه‌ی توابع پایه، کمتر باشد، اثر نقاط کنترلی موضعی‌تر خواهد بود.[۱] نوع خاصی از اسپلاین پایه با نام اسپلاین پایه‌ی غیریکنواخت منطقی (نربز) نیز توسعه داده شده است، که تفاوت اساسی آن با نوع ابتدایی، وزن‌دادن به هر یک از توابع پایه است. این امر هر چند انعطاف‌پذیری نربز را نسبت به اسپلاین پایه افزایش می‌دهد، اما پارامترهای برازش را افزایش می‌دهد و از این جهت مطلوب نیست.

استفاده از روش‌های برازش منحنی در پارامتری‌سازی ایرفویل عمدتاً به‌صورت برازش دو منحنی جداگانه به سطوح پایینی و بالایی است. در برخی موارد، مخصوصاً پره‌های توربوماشین‌ها، لبه‌های حمله و فرار از منحنی استثنا هستند و با یک بیضی بیان می‌شوند و نقاط مماسی بین بیضی‌ها و منحنی‌ها تعیین می‌شود. این امر تعداد نقطه‌ی کنترلی موردنیاز را تا حد زیادی کاهش می‌دهد، زیرا برای درنظرگرفتن لبه‌های حمله و فرار (که معمولاً انحنا و تغییرات زیادی دارند)، باید نقاط کنترلی نزدیک دو قسمت اخیر را بیشتر کرد.

۲. ۲. تابع انتقال کلاس و پیکره

روش تابع انتقال کلاس و پیکره (CST)، از روش‌های تولید هندسه با متغیرهای ضمنی است، که اولین بار سال ۲۰۰۶ توسط کولفان[۲۹] معرفی شده است.[۲۷-۲۹] روش CST، قابلیت تولید بازه‌ی وسیعی از ایرفویل‌ها را با استفاده از تعداد محدودی متغیر دارد. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، روش CST قابلیت تولید سایر شکل‌های هندسی، مانند هندسه‌های دایروی، مربعی، و بدنه‌ی هواپیما را نیز دارد.

در روش CST، یک منحنی با استفاده از توابع کلاس و پیکره ساخته می‌شود. توابع کلاس، نوع منحنی هندسه و توابع شکل، انحنای شکل منحنی را اصلاح

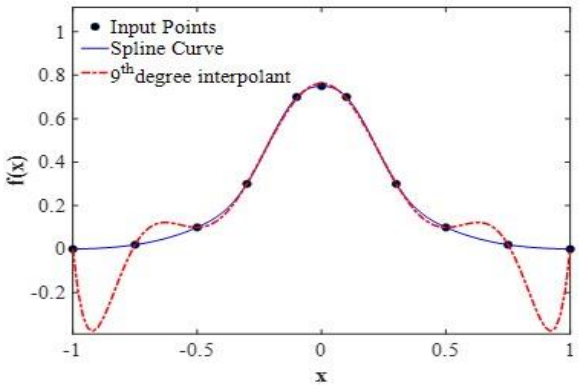


Figure 4. Spline curve and Runge's phenomenon in high-order polynomial interpolation.

شکل ۴. منحنی اسپلاین و پدیده‌ی رانج در میانیابی با چندجمله‌ای مرتبه‌ی بالا.

دارند؛ متغیرهای صریح[۲۴]. برای مثال، زوایای ورود و خروج، طول وتر، و ضخامت بیشینه‌ی ایرفویل از جنس پارامترهای اخیر هستند. در مقابل، اما برخی روش‌ها از پارامترهایی استفاده می‌کنند که معنای فیزیکی ندارند و نوعی کمیت ریاضی هستند، که با قصد کاهش تعداد متغیرها تعریف شده‌اند؛ متغیرهای ضمنی[۲۵]. در ادامه، مهم‌ترین روش‌های پارامتری‌کردن هندسه‌ی ایرفویل معرفی شده‌اند.

۲. ۱. برازش منحنی

یکی از روش‌های متداول، پرکاربرد و در عین حال مؤثر برای پارامتری‌سازی سطح ایرفویل، برازش منحنی به سطح است. منحنی‌هایی همچون: اسپلاین، بی- اسپلاین، نِربز[۲۶]، و بِزیه را می‌توان به‌راحتی با دقت موردنظر به سطوح بالایی و پایینی ایرفویل برازش کرد. هر چند رسیدن به دقت بالا ممکن است نیازمند تعداد نقاط کنترلی (پارامترهای برازش) زیادی باشد.

اسپلاین، یک منحنی شامل تعدادی چندجمله‌ای است؛ که در تعدادی گره[۲۷] به هم متصل شده‌اند. در منحنی اسپلاین، معمولاً از چندجمله‌ای مرتبه‌ی ۳ (مکعبی) استفاده می‌شود و در گره‌ها، علاوه‌بر شرط اتصال، شرط تساوی شیب و مشتق دوم طرفین نیز اعمال می‌شود. میانیابی به کمک اسپلاین مزیت محسوسی نسبت به چندجمله‌ای‌های مرتبه‌ی بالا دارد و بسیار کمتر دچار نوسان‌های ناخواسته یا پدیده‌ی رانج (شکل ۴) می‌شود.[۲۴-۲۶]

بی- اسپلاین یا اسپلاین پایه، با بهره‌گیری از چندجمله‌ای‌های پایه (برن‌اشتین)[۲۸] و تعدادی نقاط کنترلی، می‌تواند هر اسپلاین را بازنویسی و بازتولید کند. در فرمت اخیر، نقاط کنترلی الزاماً روی منحنی قرار نمی‌گیرند و برای گذراندن نقاطی خاص از منحنی، لازم است آن نقطه به‌صورت تعداد خاصی گره (به اندازه‌ی مرتبه‌ی چندجمله‌ای پایه) تکراری اعمال شود. در شکل ۵، منحنی بی- اسپلاین مرتبه‌ی چهار (مکعبی) با ۸ نقطه‌ی کنترلی، گره‌های ابتدا و انتهای تکراری و گره‌های داخلی (توزیع یکنواخت) مشاهده می‌شود. در قسمت پایینی شکل نیز توابع پایه‌ی مرتبه‌ی چهار نمایش داده شده‌اند.

به‌صورت ریاضی، منحنی $X(u)$ را می‌توان به کمک n تابع پایه‌ی $N_{i,k}$ از مرتبه‌ی $k < n$ و n نقطه‌ی کنترلی P_i مطابق رابطه‌ی ۱ تقریب زد:

[24] Explicit variables
[25] Implicit variables
[26] NURBS
[27] knot
[28] Bernstein Polynomials
[29] Kulfan

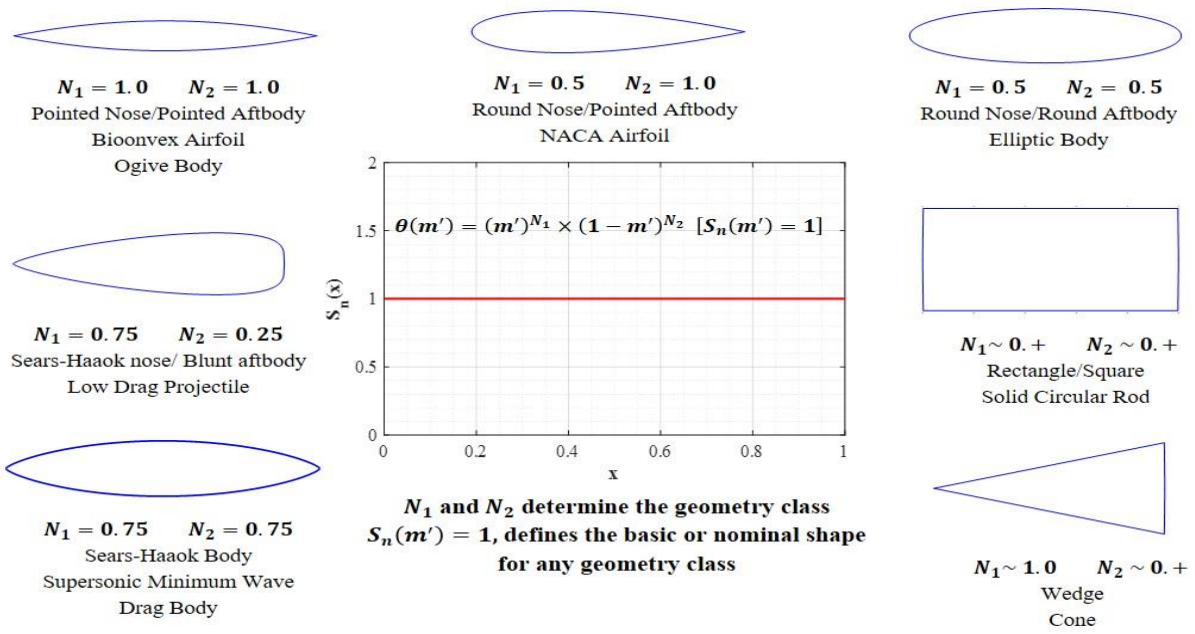


Figure 6. Geometries generated by the CST method (Adapted from [27-29]).
شکل ۶. هندسه‌های تولیدشده با روش CST (برگرفته از مراجع [۲۹-۲۷]).

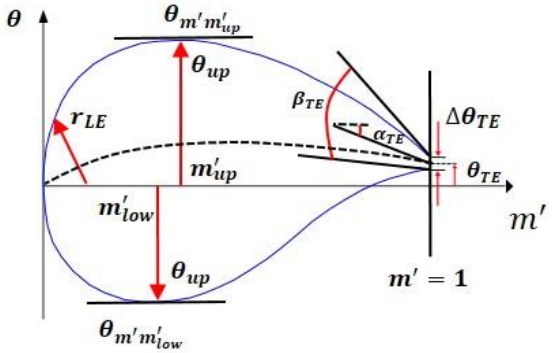


Figure 7. Explicit variables for defining explicit airfoils in the PARSEC method(Adapted from [30].
شکل ۷. متغیرهای صریح برای بیان ایرفویل‌های صریح در روش PARSEC (برگرفته از مرجع [۳۰]).

کولفان برای آنکه تقریب انحنای لبه‌ی حمله‌ی ایرفویل بهبود یابد، راهکاری ارائه داده است (LEM)[31]، که شامل افزودن یک چندجمله‌ای و ضریب اضافه به بسط اخیر است. چندجمله‌ای مذکور مطابق رابطه‌ی ۷ به بسط قبلی اضافه شده است.

$$S(m') = \sum_{i=0}^{n} a_i b_{i,n}(m') + a_{n+1}(m')^{0.5}(1-m')^{n-0.5} \qquad (7)$$

۲. ۳. روش مقاطع پارامتری

روش مقاطع پارامتری (به اختصار PARSEC)، توسط سوبیزکی[32] (۱۹۹۹ و ۲۰۰۰) معرفی شده است؛[۳۰ و ۳۱] که در آن از ۱۱ متغیر صریح برای بیان ایرفویل استفاده شده است. تعریف ۱۱ متغیر اخیر به گونه‌ای انجام شده است که بتوان سطوح پایینی و بالایی ایرفویل را با کمک ترکیب خطی ۶ چندجمله‌ای بیان کرد (رابطه‌ی ۸). در شکل ۷، متغیرهای روش مقاطع پارامتری بر روی ایرفویل مشاهده می‌شود.

می‌کنند. روابط ریاضی سطح بالایی و پایینی ایرفویل به صورت روابط ۲ و ۳ تعریف می‌شوند:

$$\theta_{upper} = C_{N_2}^{N_1}(m') S_{upper}(m') + m' \Delta\theta_{upper} \qquad (2)$$

$$\theta_{lower} = C_{N_2}^{N_1}(m') S_{lower}(m') + m' \Delta\theta_{lower} \qquad (3)$$

و تابع کلاس نیز به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$C_{N_2}^{N_1}(m') = (m')^{N_1}.(1-m')^{N_2} \qquad (4)$$

پارامتر $\Delta\theta$ ضخامت لبه‌ی فرار و $m' \in [۰,۱]$ مختصات در جهت نصف‌النهاری و بدون بُعد هستند. با قراردادن $N_۲ = ۱$ و $N_۱ = ۰/۵$ منحنی‌های ایرفویل‌های با لبه‌ی فرار تیز ایجاد می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با تغییر مقادیر $N_۱$ و $N_۲$ کلاس‌های متفاوتی از هندسه‌ها ایجاد شده است. برای مثال، در صورتی که $N_۱ = ۰/۰۰۵$ و $N_۲ = ۰/۰۰۵$ باشد، یک شکل مربعی تولید می‌شود.

تابع پیکره‌ی $S(m') \in [۰,۱]$ برای تولید شکل صحیح ایرفویل تعریف می‌شود. کولفان به‌طورخاص برای منحنی‌های ایرفویل شکل، سه پارامتر را تعریف کرده است، تا مستقیماً $S(m')$ با استفاده از روابط ۵ الی ۷، محدود و کنترل شود:

$$S(0) = \sqrt{2r_{le}}, \qquad S(1) = \tan(\beta) + \Delta\theta \qquad (5)$$

که در آن، β زاویه‌ی دُم- قایقی[30] و r_{le} شعاع لبه‌ی حمله است.

همچنین کولفان $S(m')$ را به‌صورت ترکیب خطی از چندجمله‌ای‌های برن‌اشتین مطابق رابطه‌ی ۶ پیشنهاد کرده است:

$$S(m') = \sum_{i=0}^{n} a_i b_{i,n}(m'), \qquad b_{i,n}(m') = \binom{n}{i}(m')^i(1-m')^{n-i} \qquad (6)$$

[30] Boat-tail angle
[31] Leading Edge Modification
[32] Sobieczky

$$Z_{up,low}(m') = \sum_{i=1}^{6} a_i (m')^{(i-0.5)} \quad (8)$$

۲. ۴. روش هیکس- هن

روش هیکس- هن، از نوع تغییر هندسه است و به کمک تعریف تعدادی تابع برآمدگی[۳۳] و اضافه‌کردن آن به ایرفویل پایه، ایرفویل‌های جدید می‌سازد.[۳۲] توابع برآمدگی با توابع افزایشی سینوسی تعریف می‌شوند و هر سطح ایرفویل طبق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$\theta = \theta^{initial} + \sum_{i=0}^{n} a_i \sin^{t_i}\left(\pi (m')^{\frac{\ln(0.5)}{\ln(h_i)}}\right) \quad (9)$$

که در آن، h_i مکان بیشینه‌ی تابع ضربه است و t_i ضخامت هر تابع را نشان می‌دهد. بنابراین، هر تابع برآمدگی با ۳ متغیر تعریف می‌شود، که هر کدام از آن‌ها می‌توانند بهینه شوند یا تغییر کنند. با هدف کاهش متغیرها، یوان[۳۴] و همکاران (۲۰۰۳)،[۳۳] مقدار ثابت ۴ $t_i = 4$ را به‌همراه تابع h_i به‌صورت رابطه‌ی ۱۰ در نظر گرفته‌اند.[۳۱]

$$h_i = \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{i\,\pi}{n+1}\right)\right] \quad (10)$$

در برخی مطالعات، هر سه متغیر در نظر گرفته شده‌اند. مسترز و همکاران (۲۰۱۵)،[۱] نشان داده‌اند که برای ایرفویل NACA ۰۰۱۲ بهترین نتایج مطابق رابطه‌ی ۱۱ حاصل می‌شود:

$$t_i = 2\left(\frac{n-i}{n-1}\right)^3 + 1 \quad (11)$$

۲. ۵. روش تجزیه‌ی مقادیر منفرد

روش تجزیه‌ی مقادیر منفرد (SVD)، یک روش کاهش داده‌ی محبوب در یادگیری ماشین است، که به نوعی فرآیند تجزیه‌ی یک ماتریس و شناسایی مهم‌ترین مؤلفه‌های آن را انجام می‌دهد. می‌توان از روش SVD برای پارامتری‌سازی ایرفویل نیز بهره گرفت. به‌منظور پارامتری‌سازی ایرفویل، ابتدا استخراج مدهای[۳۵] پایه‌ی متعامد برای مجموعه‌ای از ایرفویل‌های آموزشی از پیش‌تعیین‌شده انجام می‌شود. سپس، ایرفویل‌های جدید با استفاده از ترکیب خطی از مدهای پایه استخراج، بازسازی، و تولید می‌شوند. روش SVD، ابتدا توسط تول[۳۶] و همکاران (۲۰۱۰)،[۳۴] استفاده شده است. سپس گومن[۳۷] و همکاران (۲۰۱۲)،[۳۵] با استفاده از روش SVD برای مجموعه‌ای از ایرفویل‌های فوق بحرانی[۳۸]، توانسته‌اند ایرفویل‌های فوق بحرانی دیگری را به شکلی مؤثر تولید کنند. پول[۳۹] و همکاران (۲۰۱۵)،[۳۶] نیز با گسترش روش SVD نشان داده‌اند که اگر تعداد ایرفویل‌های موجود در مجموعه‌ی ایرفویل‌های آموزشی به اندازه‌ی کافی زیاد باشد، می‌توان طیف وسیعی از ایرفویل‌ها را توسط روش SVD تولید کرد. مسترز و همکاران (۲۰۱۵)،[۲] نیز بیان کرده‌اند که برای به‌دست‌آوردن مدهای شکل ایرفویل، باید ایرفویل‌هایی که به‌عنوان اشکال اولیه انتخاب می‌شوند، به گونه‌ای متعامدسازی و گسسته شوند که تعداد نقاط در راستای محور m' یکسان باشد. این شرط به این معناست که مدها فقط باید در جهت θ ساخته شوند. مختصات θ ایرفویل‌های آموزشی حول $\bar{\theta}$ انتقال می‌یابد، به طوری که $\hat{\theta} = \theta - \bar{\theta}$ برای ساخت ماتریس T استفاده می‌شود (رابطه‌ی ۱۲):[۱]

$$T = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1^{\,1} & \hat{\theta}_2^{\,1} & \dots & \hat{\theta}_N^{\,1} \\ \hat{\theta}_1^{\,2} & \hat{\theta}_2^{\,2} & \dots & \hat{\theta}_N^{\,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_1^{\,M} & \hat{\theta}_2^{\,M} & \dots & \hat{\theta}_N^{\,M} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ماتریس T برای M ایرفویل آموزشی با تعداد N نقطه در راستای m' تولید شده است. ماتریس T به کمک روش SVD، به سه ماتریس U، V، و S تجزیه می‌شود (رابطه‌ی ۱۳):[۱]

$$T = U\,S\,V \quad (13)$$

به‌طوری که ستون‌های $V = \left[V_1.\ V_2.\ \cdots.\ V_{\min(n.m)}\right]$، بیانگر مدهای متعامد ایرفویل‌های آموزشی هستند. ایرفویل‌های جدید به‌صورت یک ترکیب خطی از مدهای استخراج‌شده مطابق رابطه‌ی ۱۴ ساخته می‌شوند:[۱]

$$\theta = \bar{\theta} + \sum_i a_i v_i + \theta_{te} m' \quad (14)$$

که در آن، a_i بیانگر متغیرهای طراحی و θ_{te} بیانگر نصف ضخامت لبه‌ی فرار ایرفویل هستند.

به‌کارگیری روش تجزیه‌ی مقادیر منفرد، مستلزم ایجاد یک کتابخانه‌ی جامع از ایرفویل‌هاست، که برای استخراج مودها و تولید متعاقب ایرفویل‌های هدف، نقشی حیاتی ایفا می‌کنند و جهت توسعه‌ی فضای پارامتری استفاده می‌شوند. تعداد مودهای قابل استخراج برای ساخت فضای پارامتری در روش SVD، مستقیماً به تعداد ایرفویل‌های آموزشی موجود در هر کتابخانه بستگی دارد؛ به‌عبارت دیگر، با افزایش تعداد ایرفویل‌های آموزشی، فضای وسیع‌تری برای استخراج و بازسازی مودها در دسترس خواهد بود. در شکل ۸، ایرفویل پایه و پنج مود اول استخراج‌شده با استفاده از کتابخانه‌ی ایرفویل‌های استفاده‌شده در پژوهش حاضر مشاهده می‌شوند. مودهای مذکور پس از استخراج، جهت بازسازی ایرفویل هدف از طریق ترکیب خطی استفاده می‌شوند.

۳. روش‌های پارامتری‌سازی هندسه در توربوماشین‌ها

پره‌های توربوماشین‌ها، دسته‌ی خاصی در آئرودینامیک هستند، که هدف اصلی آن‌ها اعمال (و یا استخراج) بیشینه‌ی کار ممکن بر جریان سیال با بازدهی مناسب است. به همین علت در ادبیات توربوماشین‌ها، پارامترهایی نظیر: زوایای نصب ورودی و خروجی و زاویه‌ی برخورد اهمیت دارد، اما در ادبیات متداول آئرودینامیک، پارامترهایی مانند زاویه‌ی حمله‌ی بیشتر موردبحث است.

جریان روی پره‌های توربوماشین‌ها، وابسته به نوع توربوماشین می‌تواند فروصوتی، گذرصوتی، و یا فراصوتی باشد. بدیهی است که ایرفویل‌های هر رژیم جریان متفاوت است. به‌علاوه به‌علت دوران پره‌ها، جریان روی ایرفویل‌های مذکور پیچیده‌تر از مسائل متعارف آئرودینامیک است و از مختصات استوانه‌ای خاصی برای تشریح آن استفاده می‌شود. با توجه به خصوصیات ذکرشده و اهمیت بالای توربوماشین‌ها در صنعت، روش‌های پارامتری‌کردن خاصی نیز برای آن‌ها ارائه شده است.

یکی از روش‌های مرسوم در توربوماشین، پارامتری‌سازی به کمک توزیع ضخامت و توزیع انحنای ایرفویل است؛ که در آن، پارامترهای هندسی لبه‌های

[33] Bump Function
[34] Wu
[35] Modes
[36] Toal
[37] Ghoman
[38] Supercritical
[39] Poole

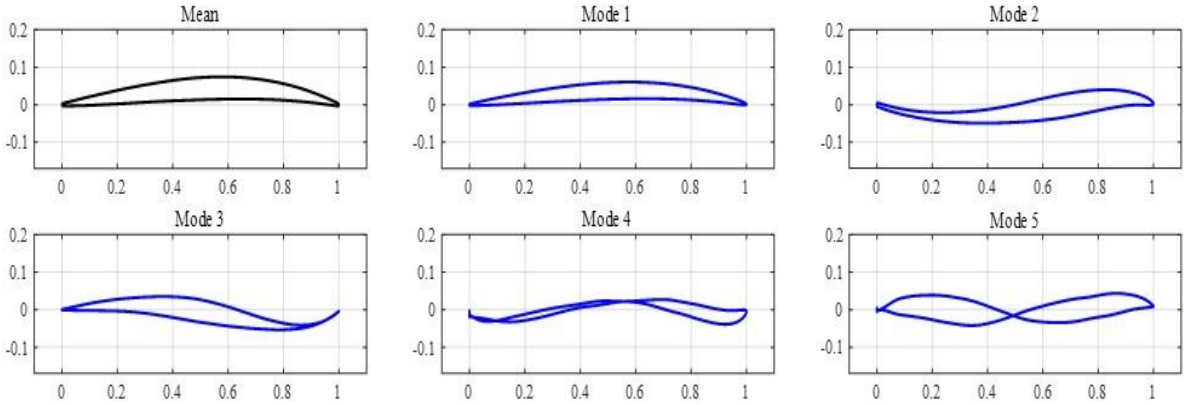


Figure 8. Modes extracted by the Singular Value Decomposition (SVD) method.

شکل ۸. مودهای استخراج‌شده در روش تجزیه‌ی مقادیر منفرد.

جدول ۱. متغیرهای ایرفویل در روش لانگ.

Table 1. Airfoil parameters in the Lange method.

Symbol	parameter.
$ax.tan$	Axial and tangential position of the airfoil section
λ	Stagger angle
c	Chord length
$t_{LE}.t_{TE}$	Leading and Trailing edges thickness
$pos_{t_{LE}}.\ pos_{t_{TE}}$	Position of leading and Trailing edges
$t_{max}.w_{max}$	Maximum thickness and maximum camber
$pos_{t_{max}}.\ pos_{w_{max}}$	Position of maximum thickness and camber
$\beta_{LE}.\ \beta_{TE}$	Leading and trailing edges angles

حمله و فرار، مجزا از سطوح بالایی و پایینی ایرفویل تعیین می‌شوند و عموماً شامل دو پارامتر برای ایجاد انحنای بیضوی‌شکل هستند. در روش اخیر، پارامترهای مذکور برای چند اسپن از پره، به‌صورت دو بعدی تعریف می‌شوند و ایرفویل‌ها توسط منحنی‌های هادی به هم متصل می‌شوند و شکل سه بعدی پره را ایجاد می‌کنند.

۳. ۱. روش لانگ

لانگ و همکاران (۲۰۰۹ و۲۰۱۰)، که پژوهش‌های مهمی در زمینه‌ی عدم‌قطعیت‌های ساختی کمپرسورها و اثر آن در عملکرد انجام داده‌اند،[۳۷ و ۳۸] یکی از روش‌های معروف پارامتری‌سازی ایرفویل‌های متداول کمپرسورها را ارائه کرده‌اند؛ که در آن، هر مقطع پره (ایرفویل) با ۱۴ پارامتر بیان می‌شود. پارامترهای روش لانگ در جدول ۱ و شکل ۹ ارائه شده‌اند.

از بین ۱۴ پارامتر مذکور، دو پارامتر مربوط به مختصات سه بعدی لبه‌ی حمله و دو پارامتر دیگر، زاویه‌ی نصب و طول وتر هستند. پارامترهای زاویه‌ی نصب و طول وتر، پارامترهایی هستند که در فرآیند طراحی اولیه و در بخش طراحی پره‌ی روتور و استاتور استفاده می‌شوند.[۳۹] بنابراین، پروفیل پره با ۱۰ پارامتر، با ۶ پارامتر مربوط به توزیع ضخامت و ۴ پارامتر مربوط به توزیع انحنای ایرفویل بیان می‌شود.

۴. نتایج

در بخش حاضر، نتایج پارامتری‌سازی نمونه‌های آزمایش مذکور ارائه شده است. با توجه به آنکه روش لانگ از ۱۰ پارامتر برای پارامتری‌سازی هندسه‌ی ایرفویل استفاده می‌کند، دقت پارامتری‌سازی تمام روش‌ها با ۱۰ پارامتر مقایسه شده

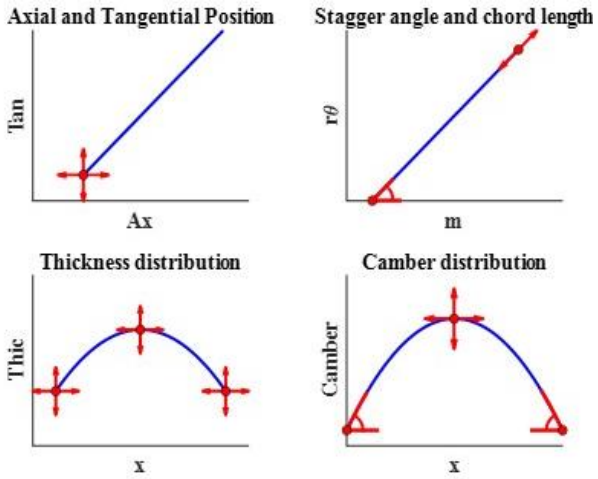


Figure 9. Airfoil parameters in the Lange method (Adapted from [37]).

شکل ۹. پارامترهای ایرفویل در روش لانگ (برگرفته از مرجع [۳۷]).

است. همچنین به‌منظور بررسی اثر افزایش تعداد پارامتر در دقت پارامتری‌سازی، فرآیند اخیر با ۱۲ پارامتر نیز تکرار شده است.

در پژوهش حاضر از رابطه‌ی مجذور میانگین مربعات خطا (رابطه‌ی ۱۵)، به‌عنوان معیاری برای مقایسه‌ی دقت هر روش در پارامتری‌سازی هندسه استفاده شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\theta_i - \theta_{true})^2} \qquad (15)$$

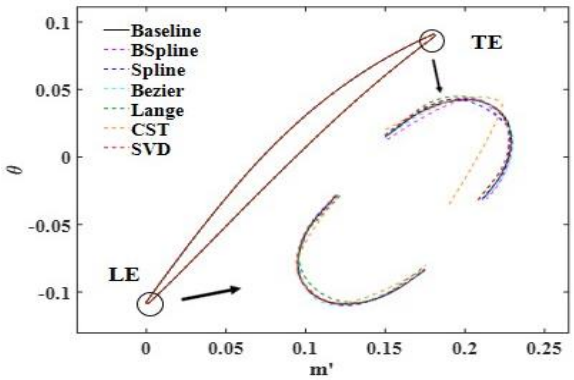


Figure 12. MCA airfoil reconstructed using various parametrization methods.

شکل ۱۲. ایرفویل MCA باز تولیدشده به کمک روش‌های پارامتری سازی مختلف.

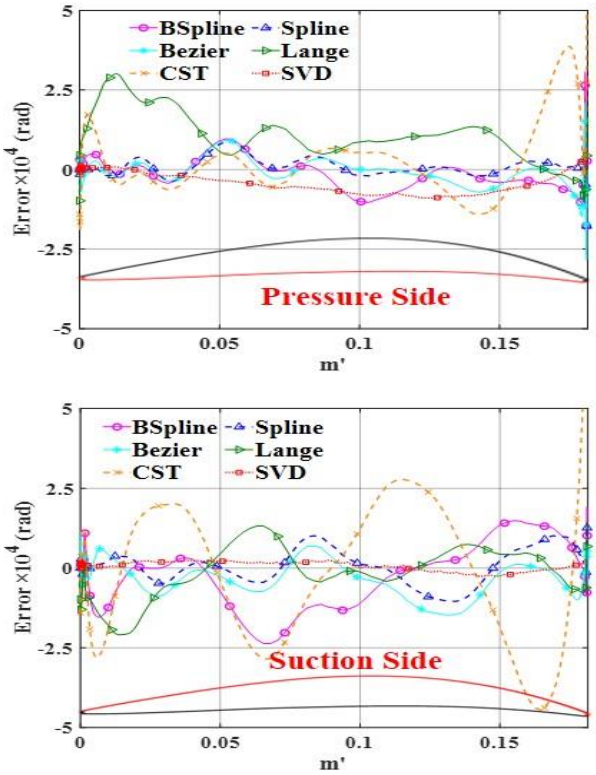


Figure 13. Geometric errors in parametrized MCA airfoils.

شکل ۱۳. خطای ایرفویل‌های پارامتری‌شده‌ی MCA.

هندسه استفاده می‌کند و این مهم، پیاده‌سازی آن را در نمونه‌های توربوماشینی، مانند پره‌های کمپرسور، بسیار آسان می‌کند.

با توجه به موارد ذکرشده، نمی‌توان یک روش را به‌عنوان بهترین روش پارامتری‌سازی معرفی کرد. موارد مختلفی، مانند محدودیت تعداد پارامتر برای پارامتری‌سازی هندسه و ایرفویل موردنظر در انتخاب روش پارامتری‌سازی مؤثر هستند. پژوهش مسترز و همکاران (۲۰۱۵)،[۱] نیز گزاره‌ی اخیر را تأیید می‌کند.

در شکل ۱۲، ایرفویل MCA باز تولیدشده به کمک روش‌های پارامتری‌سازی مختلف و همچنین به‌طورخاص دقت روش‌های پارامتری‌سازی در نواحی لبه‌های حمله و فرار مشاهده می‌شود. در شکل ۱۳، نیز نحوه‌ی توزیع خطای

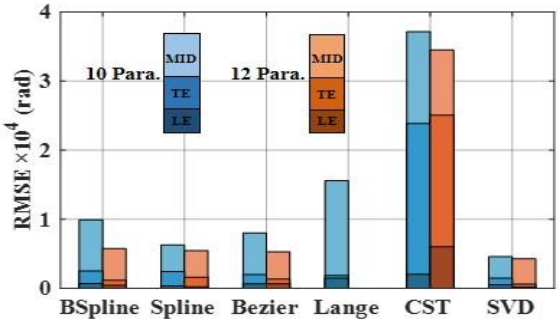


Figure 10. Comparison of parametrization method errors at the leading edge, trailing edge, and mid-section of the MCA airfoil.

شکل ۱۰. مقایسه‌ی خطای روش‌های پارامتری‌سازی در لبه‌های حمله، فرار، و بخش میانی ایرفویل MCA.

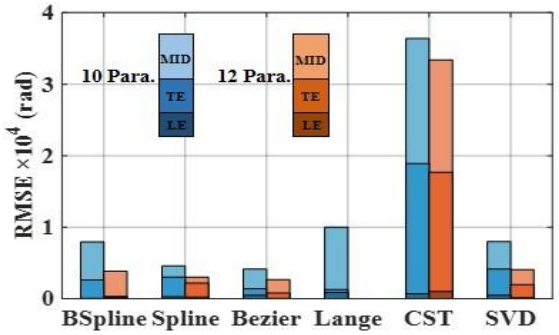


Figure 11. Comparison of parametrization method errors at the leading edge, trailing edge, and mid-section of the DCA airfoil.

شکل ۱۱. مقایسه‌ی خطای روش‌های پارامتری‌سازی در لبه‌های حمله، فرار، و بخش میانی ایرفویل DCA.

جهت کمینه‌سازی خطای مذکور و انطباق دقیق هندسی، از ترکیب الگوریتم‌های تصادفی (بهینه‌سازی ازدحام ذرات)[۴۰] و قطعی (روش تندترین شیب)[۴۱] استفاده شده است. ترکیب دو دسته الگوریتم بهنیه‌سازی مذکور، رسیدن به نقطه‌ی کمینه‌ی عمومی را تضمین و از به دام‌افتادن در بهینه‌های محلی جلوگیری می‌کند. با توجه به اهمیت دقت هندسه در ناحیه‌ی لبه‌ی حمله و جلوی سطح مکش ایرفویل، محاسبه‌ی خطا مطابق با رابطه‌ی ۱۶ با وزن ۲ انجام شده است.[۲]

$$w_i = \begin{cases} 2 & if \quad m_i' < 0.2 \\ 1 & if \quad m_i' > 0.2 \end{cases} \qquad (16)$$

در شکل‌های ۱۰ و ۱۱، مقادیر RSME به ترتیب برای ایرفویل MCA و DCA مشاهده می‌شوند. مقادیر خطای روش‌های پارامتری‌سازی برای ایرفویل MCA به‌طورکلی ۱۴ تا ۱۶ درصد بیشتر از ایرفویل DCA است. همچنین برای هر دو ایرفویل و برای تمام روش‌ها، افزایش تعداد پارامتر، خطای پارامتری‌سازی را کاهش می‌دهد. اگرچه کاهش مقدار خطا برای تمام روش‌ها یکسان نیست و بین ۶ تا ۶۰ درصد متغیر است.

مطابق شکل‌های ۱۰ و ۱۱، خطای روش لانگ در مقایسه با روش‌های برازش منحنی ۱۰ تا ۶۰ درصد کمتر بوده است. اگرچه روش لانگ از نیم‌دایره برای پارامتری‌کردن نواحی لبه‌های حمله و فرار استفاده می‌کند، اما با این حال با دقت قابل‌قبولی نواحی مذکور را بازتولید کرده است. شایان ذکر است که روش لانگ از پارامترهای صریح در مختصات توربوماشینی برای پارامتری‌سازی

[40] Particle Swarm Optimization

[41] Steepest Descent Method

پارامتری‌سازی در طول محور ایرفویل نشان داده شده است. دقت پایین روش CST به‌ویژه در نواحی لبه‌های حمله و فرار در هر دو شکل قابل مشاهده است. همچنین، در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نیز نتایج اخیر برای ایرفویل DCA مشاهده می‌شود.

اگرچه روش‌های برازش منحنی، قابلیت بالایی در پارامتری‌سازی لبه‌های حمله و فرار دارند، اما باید دقت کرد که در یک فرآیند پارامتری‌سازی خودکار و عدم وجود نظارت، امکان به‌وجود آمدن لبه‌های تیز و تولید هندسه‌های غیرفیزیکی وجود دارد. این در حالی است که روش لانگ به سبب وجود پارامتری‌های صریح، روش مطمئن‌تری برای تولید هندسه‌های مختلف در یک فرآیند خودکار است.

نتایج به وضوح نشان می‌دهند که برای هر دو نمونه‌ی آزمایش، خطای روش CST به‌میزان قابل‌توجهی در لبه‌ی فرار افزایش یافته است. با توجه به روابط

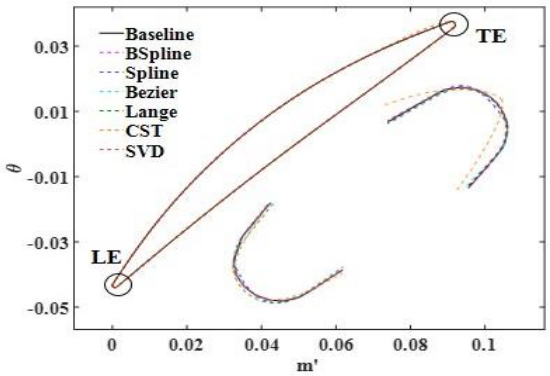


Figure 14. DCA airfoil reconstructed using various parametrization methods.

شکل ۱۴. ایرفویل DCA باز تولیدشده به کمک روش‌های پارامتری سازی مختلف.

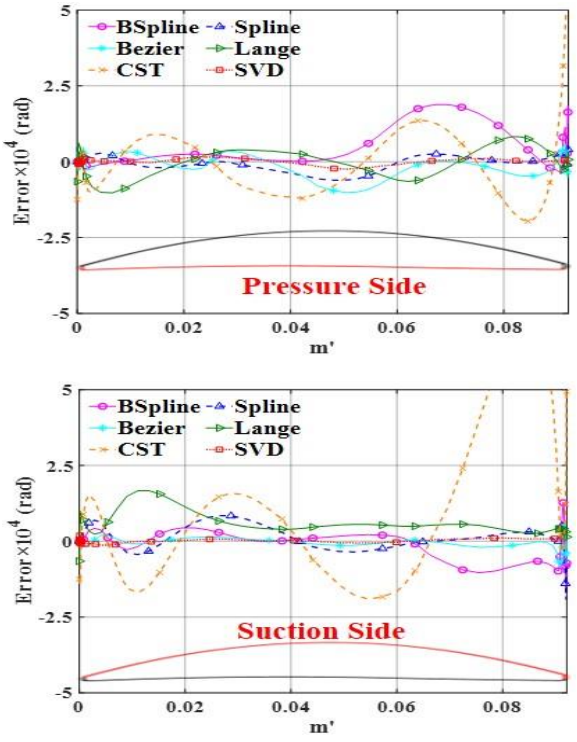


Figure 15. Geometric errors in parametrized MCA airfoils.

شکل ۱۵. خطای ایرفویل‌های پارامتری‌شده‌ی DCA.

۲ و ۳، روش CST با تنظیم $\Delta\theta = 0$ و $N_2 = 0.5$ ناحیه‌ی اخیر را بازتولید کرده است. درنتیجه، افزایش خطا در ناحیه‌ی مذکور دور از انتظار نیست.

با توجه به کتابخانه‌ی غنی‌تر برای ایرفویل MCA، روش SVD با تعداد پارامتر یکسان دقت بسیار خوبی در پارامتری‌کردن ایرفویل MCA دارد. همچنین با افزایش تعداد مودهای روش SVD در پارامتری‌سازی ایرفویل DCA برخلاف ایرفویل MCA، دقت بازتولید هندسه افزایش می‌یابد. درنتیجه، روش SVD در بازتولید ایرفویل MCA عملکرد بهتری نسبت به DCA دارد.

همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، روش هیکس- هن، یک روش تغییر هندسه است و با دریافت ایرفویل پایه به عنوان ورودی، ایرفویل جدید را با توابع برآمدگی ایجاد می‌کند. در صورتی که ضرایب توابع برآمدگی صفر باشند، خروجی همان ایرفویل پایه است و در غیر این‌صورت، ایرفویل‌های جدید ساخته می‌شوند. این روش برای اعمال خطاهای ساختی بر روی یک ایرفویل مشخص به‌کار می‌رود و امکان تولید ایرفویل جدید در روش مذکور وجود ندارد. در شکل ۱۶، تغییرات اعمال‌شده توسط روش هیکس- هن برای دو ایرفویل MCA و DCA مشاهده می‌شود.

در ادامه، در جدول ۲ عملکرد روش‌های پارامتری‌سازی استفاده‌شده در پژوهش حاضر با معیارهای مختلف بیان و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. به‌عنوان مثال، خطای نواحی لبه‌های حمله و فرار به‌صورت مجزا ارائه شده است، که نشانگر قابلیت هر روش در بازتولید نواحی مذکور است. نتایج جدول ۲، راهنمای خوبی در انتخاب بهترین روش پارامتری‌سازی برای یک مسئله و هندسه‌ی مشخص ارائه می‌کند. بهترین روش با توجه به معیارهایی، مانند تعداد پارامتر، نوع هندسه، و مسئله‌ی موردنظر انتخاب می‌شود و نمی‌توان به‌طورکلی یک روش

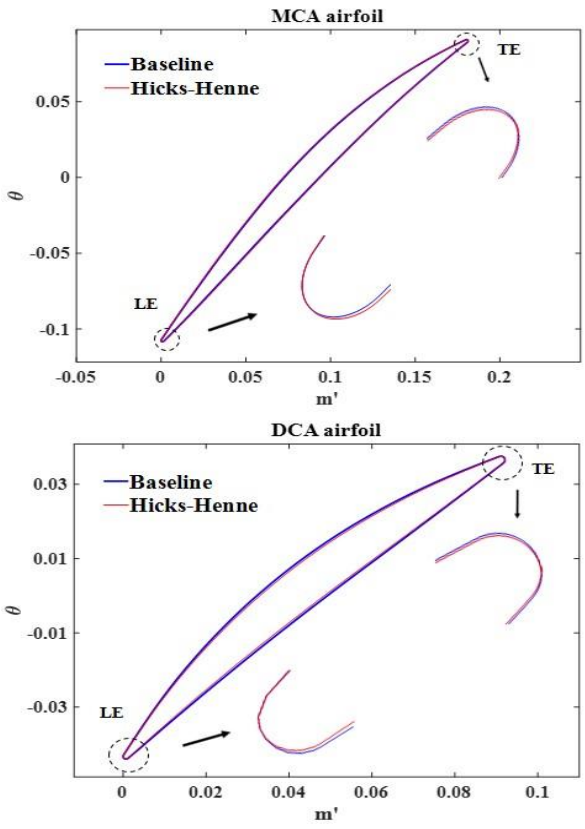


Figure 16. Implementation of non-uniform thickness variationsusing the Hicks-Henne method.

شکل ۱۶. اعمال تغییر ضخامت غیریکنواخت توسط روش هیکس- هن.

جدول ۲. مقایسه‌ی روش‌های پارامتری‌سازی براساس معیارهای کلیدی (۱۰ پارامتری).

Table 2. Comparison of Parametrization Methods Based on Key Criteria (10 parameters).

Methd	Case study 1 (MCA airfoil)			Case study 2 (DCA airfoil)			Ease of Implementation	Parameter type	Deviation modeling capability	unrealistic geometry generation
	Overall accuracy	Error of (%)		Overall accuracy	Error of (%)					
		LE	TE		LE	TE				
B-Spline	$9.88e-5$	8	23	$7.94e-5$	3	30	Moderate	Implicit	Good	Likely
Spline	$6.25e-5$	7	37	$4.58e-5$	6	46	Easy	Explicit	Excellent	Very likely
Bézier	$8.01e-5$	15	28	$4.15e-5$	12	22	Moderate	Implicit	Good	Likely
Lange	$19.5e-5$	18	4	$10.0e-5$	27	4	Easy	Explicit	Fair	Unlikely
CST	$37.2e-5$	5	60	$36.3e-5$	3	50	Moderate	Implicit	Fair	Possible
SVD	$4.55e-5$	6	9	$8.01e-5$	26	4	Complex	Implicit	Poor	Unlikely

را به‌عنوان روش منتخب برای پارامتری‌سازی معرفی کرد. با توجه به معیارهای بررسی‌شده در جدول ۲، بهترین روش قابل انتخاب است.

۵. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، روش‌های پارامتری‌سازی هندسه در آئرودینامیک و توربوماشین معرفی و برای دو نمونه‌ی آزمایش متداول در پره‌ی کمپرسورهای محوری اعمال شده‌اند. فرآیند پارامتری‌سازی با ۱۰ و ۱۲ پارامتر انجام و دقت روش‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. همچنین روش هیکس- هن، به‌عنوان یک روش تغییر هندسه برای اعمال تغییرات هندسی معرفی شده است. نتایج مهم استخراج‌شده از پژوهش حاضر به این شرح است:

۱) انتخاب روش پارامتری‌سازی مناسب، مستقیماً تحت تأثیر نوع ایرفویل، ماهیت مسئله (کمّی‌سازی عدم‌قطعیت‌های هندسی یا بهینه‌سازی) و محدودیت تعداد پارامتر قرار دارد. برای مثال، روش لانگ با امکان کنترل پارامترهایی چون ضخامت و انحنای بیشینه، مانع از تولید هندسه‌های غیرواقعی می‌شود. به همین دلیل، روش لانگ برای مسائل بهینه‌سازی که اعتبار هندسه‌ی اهمیت بالایی دارد، گزینه‌ی مناسبی است. از طرفی، روش‌های برازش منحنی با ارائه‌ی دقت بهتر در بازتولید هندسه و قابلیت اعمال انحنای موضعی قابل‌توجه، برای مدل‌سازی برخی انحراف‌های ساختی مناسب‌تر هستند.

۲) روش‌های پارامتری‌سازی مذکور با معیارهای دقت بازتولید، خطای لبه‌های حمله و فرار، سادگی در پیاده‌سازی، نوع پارامترها (صریح/ ضمنی)، قابلیت بازتولید انحراف‌های هندسی و امکان تولید هندسه‌های غیرواقعی، مقایسه و رتبه‌بندی شده‌اند. مقایسه‌ی اخیر در جدول ۲ به‌طورکامل ارائه شده است، که راهنمای کاملی برای پژوهشگران و طراحان در انتخاب روش‌پارامتری‌سازی مناسب است.

۳) اگرچه افزایش تعداد پارامترهای هندسی از ۱۰ به ۱۲ موجب کاهش خطا می‌شود (در برخی موارد تا ٪۵۰)، اما همواره موجب کاهش چشمگیر خطا نمی‌شود. افزایش تعداد پارامترهای هندسی در ایرفویل MCA برای روش‌های SVD و اسپلاین به ترتیب مقدار خطا را ۷ و ۸ درصد کاهش داده است.

۴) با آنکه خطای روش لانگ نسبت به روش‌های برازش منحنی ۱۰ تا ۶۰ درصد بیشتر است، اما با ارائه‌ی متغیرهای صریح، امکان پارامتری‌سازی راحت را فراهم می‌سازد و از به‌وجودآمدن هندسه‌های غیرواقعی جلوگیری می‌کند.

۵) با توجه به شکل‌های۱۰ و ۱۱، خطای پارامتری‌سازی ایرفویل MCA برای تمام روش‌ها با توجه به انحنای بیشتر نسبت ایرفویل DCA، در برخی موارد حتی تا ٪۵۰ بیشتر است.

۶) روش SVD با مجذورمیانگین مربعات خطای برابر با $۰/۴۲ \times ۱۰^{-۴}$ و $۰/۴۵ \times ۱۰^{-۴}$ رادیان، کمترین خطا را در پارامتری‌کردن ایرفویل MCA و روش بزیه با مجذور میانگین مربعات خطای برابر با $۰/۲۷ \times ۱۰^{-۴}$ و $۰/۴۰ \times ۱۰^{-۴}$ رادیان، کمترین خطا را در پارامتری‌کردن ایرفویل DCA ارائه کرده است.

۷) روش هیکس- هن (Hicks-Henne) به‌عنوان یک روش تغییر هندسه (Deformative Methods) در مدل‌سازی انحراف‌های هندسی، این مزیت را دارد که هندسه‌ی مبنا را با دقت کامل حفظ می‌کند. در روش مذکور، به‌دلیل وجود هندسه‌ی پایه، پارامترهای هندسی لازم برای بازتولید هندسه‌ی پایه حذف می‌شود و مدل فقط بر روی پارامترهای مربوط به تغییرات و انحراف‌ها تمرکز دارد.

References – منابع

1. Masters, D.A., Taylor, N.J., Rendall, T., Allen, C.B. and Poole, D.J., 2015. Review of aerofoil parameterisation methods for aerodynamic shape optimisation. In *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 0761. https://doi.org/10.2514/6.2016-0558

2. Masters, D.A., Taylor, N.J., Rendall, T.C.S., Allen, C.B. and Poole, D.J., 2017. Geometric comparison of aerofoil shape parameterization methods. *AIAA journal*, *55*(5), pp.1575-1589. https://doi.org/10.2514/1.J054943

3 . Lauer, M.G. and Ansell, P.J., 2025. A review of parameterization methods for airfoil design. *Progress in Aerospace Sciences*, *158*, p.101140. https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2025.101140

4. Zhang, T.T., Wang, Z.G., Huang, W. and Yan, L., 2018. A review of parametric approaches specific to aerodynamic design process. *Acta Astronautica*, *145*, pp.319-331. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.011

5. Sripawadkul, V., Padulo, M. and Guenov, M., 2010, September. A comparison of airfoil shape parameterization techniques for early design optimization. In *13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conference*, p. 9050. https://doi.org/10.2514/6.2010-9050

6. Wang, J., Yang, H., Zhou, K., Wei, J., Wen, M. and Zheng, X., 2022. Performance dispersion control of a multistage compressor based on precise identification of critical features. *Aerospace Science and Technology*, *129*, p.107845. https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107845

7. Junying, W.A.N.G., Baotong, W.A.N.G., Heli, Y.A.N.G., Zhenzhong, S.U.N. and Kai, Z.H.O.U., 2023. Compressor geometric uncertainty quantification under conditions from near choke to near stall. *Chinese Journal of Aeronautics*, *36*(3), pp.16-29. https://doi.org/10.1016/j.cja.2022.10.012

8. Prots, A., Schlüter, L., Voigt, M., Meyer, M. and Mailach, R., 2023, June. Sensitivity analysis of performance parameters of a compressor blade with correlated profile parameters. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, *87110*, p. V13DT34A014). American Society of Mechanical Engineers. https://doi.org/10.1115/GT2023-102442

9. Wang, H., Gao, L., Yang, G. and Wu, B., 2023. A data-driven robust design optimization method and its application in compressor blade. *Physics of Fluids*, *35*(6).multi-storey reinforced concrete frame", Struct. *Design Tall Spec. Build*. 21, 405–415, 2012. https://doi.org/10.1063/5.0150040

10. Zhang, Q., Shenren, X.U., Xianjun, Y.U., Jiaxin, L.I.U., Dingxi, W.A.N.G. and Huang, X., 2022. Nonlinear uncertainty quantification of the impact of geometric variability on compressor performance using an adjoint method. *Chinese Journal of Aeronautics*, *35*(2), pp.17-21. https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.06.007

11. Altafi, D., Mojaddam, M. and Ghadimi, B., 2022. Investigation of the effect of the geometric deviations on the performance of a radial flow compressor employing uncertainty quantification (UQ) and sensitivity analysis. *The Journal of Engine Research*, *67*(67), pp.51-63. [In Persian]. 10.22034/er.2022.697920

12. Aligoodarz, M., Mehrpanahi, A. and Karrabi, H., 2017. Investigation of blade tolerances effect on efficiency, using 1D modeling of an axial flow turbine [In Persian]. https://www.sid.ir/paper/245524/en

13. Sadeghi Malek-Abadi, M. and Davari, A. (2024) 'An experimental study of the acoustics of small horizontal-axis wind turbines based on computational fluid dynamics and neural network approaches', *Sharif Journal of Mechanical Engineering(SJME)*, *40*(2), pp. 52–63. doi: 10.24200/j40.2024.64121.1704. [in Persian]. https://doi.org/10.24200/j40.2024.64121.1704

14. Abraham, S., Tsirikoglou, P., Lacor, C., Ghorbaniasl, G., Wunsch, D., Hirsch, C. and Contino, F., 2018. Uncertainty quantification in industrial turbo-machinery design using sparse polynomial chaos expansions. In *2018 Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, p. 3103. https://doi.org/10.2514/6.2018-3103

15. Li, J., Liu, B., Yang, X. and Lu, X., 2015, June. Study on coupling optimization design of aspirated compressor airfoil based on two different parameterization methods. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, 56659*, p. V02CT45A001). American Society of Mechanical Engineers. https://doi.org/10.1115/GT2015-42009

16. Ivanov, T.D., Simonović, A.M., Svorcan, J.S. and Peković, O.M., 2017. VAWT optimization using genetic algorithm and CST airfoil parameterization. *FME Transactions*, *45*(1). doi:10.5937/fmet1701026I

17. Xiang, H. and Chen, J., 2021. Aerothermodynamics optimal design of a multistage axial compressor in a gas turbine using directly manipulated free-form deformation. *Case Studies in Thermal Engineering*, *26*, p.101142. https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.101142

18. Bestle, D. and Flassig, P., 2010, July. Optimal aerodynamic compressor blade design considering manufacturing noise. In *Proceedings of the 8th ASMO UK/ISSMO Conference*. https://www.researchgate.net/publication/259150461

19. Ji, T., Chu, W., Liang, C. and Meng, D., 2023. Uncertainty quantification on the influence of blade thickness deviation at different rotational speeds based on flow dissipation analysis. *Physics of Fluids*, *35*(6). https://doi.org/10.1063/5.0155693

20. Ji, T. and Chu, W., 2024. Uncertainty quantification of compressor performance affected by data-driven blade geometric deviations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, *146*(12), p.121016. https://doi.org/10.1115/1.4066231

21. Büche, D., Klostermann, S., Rogé, G. and Loyatho, X., 2018. Uncertainties in compressor and aircraft design. In *Uncertainty Management for Robust Industrial*

Design in Aeronautics: Findings and Best Practice Collected During UMRIDA, a Collaborative Research Project (2013–2016) Funded by the European Union, pp. 35-51. Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77767-2_3

22. Dunham, J., 1998. *CFD validation for propulsion system components (la validation CFD des organes des propulseurs)* (No. AGARDAR355).

23. Moore, R.D., 1980. *Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26 respectively, and with design pressure ratio of 2.05*. National Aeronautics and Space Administration.

24. Dahlquist, G. and Björck, Å., 2008. *Numerical methods in scientific computing, volume I*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

25. McClarren, R., 2017. *Computational nuclear engineering and radiological science using python*. Academic Press.

26. Marino, E., Hosseini, S.F., Hashemian, A. and Reali, A., 2020. Effects of parameterization and knot placement techniques on primal and mixed isogeometric collocation formulations of spatial shear-deformable beams with varying curvature and torsion. *Computers & Mathematics with Applications*, *80*(11), pp.2563-2585. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2020.06.006

27. Kulfan, B.M., 2010. Recent extensions and applications of the 'CST'universal parametric geometry representation method. *The Aeronautical Journal*, *114*(1153), pp.157-176. https://doi.org/10.2514/6.2007-62

28. Kulfan, B.M., 2008. Universal parametric geometry representation method. *Journal of Aircraft*, *45*(1), pp.142-158. https://doi.org/10.2514/1.29958

29. Kulfan, B. and Bussoletti, J., 2006, September. " Fundamental" parameteric geometry representations for aircraft component shapes. In *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference* (p. 6948). https://doi.org/10.2514/6.2006-6948

30. Sobieczky, H., 1999. Parametric airfoils and wings. In *Recent Development of Aerodynamic Design Methodologies: Inverse Design and Optimization* (pp. 71-87).

31. Sobieczky, H., 2000, January. Aerodynamic design and optimization tools accelerated by parametric geometry preprocessing. In *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS, 2000*.

32. Hicks, R.M. and Henne, P.A., 1978. Wing design by numerical optimization. *Journal of Aircraft*, *15*(7), pp.407-412. https://doi.org/10.2514/3.58379

33. Wu, H.Y., Yang, S., Liu, F. and Tsai, H.M., 2003, June. Comparisons of three geometric representations of airfoils for aerodynamic optimization. In *16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference* (p. 4095). https://doi.org/10.2514/6.2003-4095

34. Toal, D.J., Bressloff, N.W., Keane, A.J. and Holden, C.M., 2010. Geometric filtration using proper orthogonal decomposition for aerodynamic design optimization. *AIAA journal*, *48*(5), pp.916-928. https://doi.org/10.2514/1.41420

35. Ghoman, S., Wang, Z., Chen, P. and Kapania, R., 2012. A POD-based reduced order design scheme for shape optimization of air vehicles. In *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 14th AIAA* (p. 1808). https://doi.org/10.2514/6.2012-1808

36. Poole, D.J., Allen, C.B. and Rendall, T.C., 2015. Metric-based mathematical derivation of efficient airfoil design variables. *AIAA Journal*, *53*(5), pp.1349-1361. https://doi.org/10.2514/1.J053427

37. Lange, A., Vogeler, K., Gu Mmer, V., Schrapp, H. and Clemen, C., 2009, January. Introduction of a parameter based compressor blade model for considering measured geometry uncertainties in numerical simulation. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air*, *48876*, pp. 1113-1123). https://doi.org/10.1115/GT2009-59937

38. Lange, A., Voigt, M., Vogeler, K., Schrapp, H., Johann, E. and Gu Mmer, V., 2010, October. Probabilistic CFD simulation of a high-pressure compressor stage taking manufacturing variability into account. In *Turbo expo: power for land, sea, and air, 44014*, pp. 617-628). https://doi.org/10.1115/GT2010-22484

39. Hajilou Banisi, A. and Khajeh Kolki, M. R. (2025) 'Design and replacement of a three-stage axial compressor with a centrifugal compressor in a gas turbine to enhance performance', *Sharif Journal of Mechanical Engineering(SJME)*, *41*(1), pp. 29–42 [in Persian]. https://doi.org/10.24200/j40.2025.65087.1719

راهنمای نگارش مقالات مجله‌ی مهندسی مکانیک شریف

مشخصات مقالات ارسالی

- مقاله به‌صورت دو ستونی در قالب نرم افزار Word با قلم B Nazanin سایز ۱۰/۵ با فاصله سطر ۱/۵ ارائه شود.
- اجزای اصلی مقاله، شامل مقدمه، عناوین بخش‌های اصلی، زیربخش‌ها و نتیجه‌گیری به صورت شماره بندی و کاملاً مشخص باشد.
- تعداد کلمات عنوان مقاله حداکثر ۱۲۰ حرف نوشته شود.
- مقاله حداکثر ۲۰ صفحه باشد، با احتساب نمودارها و جداول، حداکثر ۱۵ شکل و خلاصه مقاله به زبان انگلیسی.
- چکیده فارسی مقاله ۱۵۰ تا۲۰۰ کلمه باشد.
- صفحات عنوان فارسی و انگلیسی شامل عنوان مقاله، اسامی نویسندگان و ذکر نویسنده مسئول، درج مرتبه علمی و آدرس سازمانی همه نویسندگان و رایانامه ایشان ذکر باشد.
- مقاله توسط اساتید دانشگاه یا محققین صنعتی با ایمیل سازمانی ارسال شود (در صورت ارسال مقاله توسط دانشجو، ضروری است معرفی نامه از طرف استاد راهنما مبنی بر تایید ارسال مقاله توسط دانشجو همراه با مقاله ارسال شود).
- لازم و ضروری است همه شکل‌ها از کیفیت و وضوح بالایی برخودار باشند.
- از آنجا که مجله با فرمتی مشخص آراسته می‌شود جهت یکسان سازی شکل ها، همه مطالب شکل‌های مقاله در محیط ورد به صورت یکدست با فونت Times و سایز یکسان حتما به زبان انگلیسی آورده شود.
- عنوان جداول در بالای آنها و عنوان شکل‌ها و نمودارها در زیر آنها نوشته شود.
- همه مطالب داخل شکل‌ها، نمودارها، تصاویر و جداول به زبان انگلیسی آورده شود.
- شکل‌ها به صورت JPG در محیط ورد آورده شود و از رسم شکل در محیط ورد خودداری شود.
- شکل‌های چند قسمتی در قالب یک شکل آورده شود.
- در شکلهای چند قسمتی که هر کدام از قسمت های شکل الف، ب، ... دارند، هم در فایل شکل هم در متن به صورت a، b و ... آورده شوند.
- اشاره به شکل‌ها، جداول، نمودارها و پیوست در متن به زبان فارسی و به صورت ساده (بدون استفاده از هیچ فرمتی همچون ارجاع دهی در بخش Cross-reference و ...) آورده شود.
- شکل‌ها خارج از جدول در متن آورده شود.
- کلمات انگلیسی آورده شده در شکل‌ها، نمودارها، تصاویر و جداول حتما به صورت پانویس در متن مقاله ذکر شوند.
- همه فرمول‌ها در محیط Mathtype با سایز ۱۰-۱۱ آورده شوند.
- شماره تمامی فرمول ها خارج از محیط Mathtype، روبه روی فرمول در ورد با اعداد انگلیسی نوشته شود.
- کلیه روابط، پارامترها و علائم ریاضی در متن با سایز ۱۰-۱۱ (با فونت همراستا با متن) خارج از محیط Mathtype و equation، ساده آورده شود.
- علائم ریاضی استفاده شده در فرمول ها و متن سازگار باشند (از نظر ایتالیک غیر ایتالیک و همینطور بولد و غیربولد بودن).
- اعداد پارامترها و فرمول های استفاده شده در متن به زبان انگلیسی درج شود.

- همه مطالب داخل جداول با فونت ۱۰-۱۱ و تیتر جداول با فونت ۱۲ نوشته شود.
- مقالات مجله مهندسی مکانیک شریف به دو زبان فارسی و انگلیسی منتشر می‌شوند. لذا هم عنوان جداول و هم عنوان شکل به دو زبان فارسی و انگلیسی ذکر شود.
- خلاصه مقاله به زبان انگلیسی (بین ۹۰۰ تا ۱۰۰۰ کلمه) که شامل:

Title page, Abstract, Introduction, Methodology, Results and discussion, Conclusion با سایز ۱۱ و فونت Times و فاصله سطر ۱ ارائه شود.

راهنمای تنظیم مقاله فشرده به انگلیسی:

Abstract: 150- 200 words

Introduction: 200-250 words

Methodology: 250- 300 words

Results: 200-250 words

Conclusion: 100- 150 words

******مجموع کلمات مقاله فشرده ۹۰۰ تا ۱۰۰۰ کلمه باشد.******

توجه: خواهشمند است در بخش های مقاله فشرده به زبان انگلیسی حتماً به روابط، شکل‌ها، جداول و مراجع مهم ذکر شده در متن فارسی با همان شماره های متن فارسی، ارجاع داده شود.

یادآوری مهم و ضروری:

- کلیه‌ی مراجع مورد استفاده، شماره‌بندی (از شماره یک و به‌طور مسلسل) و در متن مقاله در داخل کروشه [] مشخص شود. در بخش مراجع کلیه منابع مورد استفاده به زبان انگلیسی و با فرمت Harvard باتوجه به مثال‌های زیر نوشته شوند. مراجع فارسی نیز به انگلیسی ترجمه شده و در انتها واژه‌ی [In Persian] داخل براکت قید شده و سال آنها نیز به میلادی برگردان شوند.
- در انتهای مقاله در بخش مراجع، اعداد هر مرجع به صورت مثال های آورده شده ذکر شود (.2 , .1.... ,)
- تمامی DOI ها در مراجع به صورت لینک آبی رنگ آورده شود.
- براساس بخشنامه وزارت علوم و قوانین مجله حتما مراجع به صورت (Harvard) دقیقا طبق نمونه آورده شده (اعم از آوردن نقطه و کاما بعد از هر اسم، پرهیز از آوردن et al سال انتشار بدون پرانتز، ابتدای اولین حرف از اولین کلمه عنوان به صورت بزرگ، اسم ژورنال ایتالیک و ابتدای هر کلمه حرف بزرگ آورده شود. شماره والیوم ایتالیک، شماره دوره ساده آورده می‌شود. شماره گذاری مراجع طبق مثال‌های زیر در انتهای مقاله درج شود.
- شماره مراجع در متن به زبان فارسی در براکت درج شود.

Examples:

- Journals:

1. Sabzevari, S. and Shahabian, F., 2018. Optimum selection of corrugated sandwich panels shape and materials subjected to blast loading .

J. of Structural and Construction Engineering, *5*(17), pp.39-52 [In Persian] . https://doi.org/10.22065/jsce.2018.126299.1531.

❖ Conference:

2. Pandhare,V., Singh, J. and Lee, J., 2019. Convolutional neural network based rolling-element bearing fault diagnosis for naturally occurring and progressing defects using time-frequency domain features .*In 2019 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Paris)*, pp. 320-326. IEEE. https://doi.org/10.1109/PHM-Paris.2019.00061

❖ Book:

3. Gonzalez, R. C. and Woods, R. E., 2002. *Digital Image Processing,* Second Edn., Prentice-Hall., Inc. Newjersey.

Mechanical Engineering

Sharif

1

Spring
2026

Editor-in-Chief: Mehrdad Taghizadeh Manzari

This Journal is published under the auspices of Sharif University of technology, Office of the Vice-Chancellor-in-Charge of Research.

The Journal is published semiannually in Farsi language, aims at establishing a relationship between scientists active in different branches of science and technology and, in particular, at providing a forum for exchange of knowledge between scientists and technologists related to scientific problems prevailing in contemporary society. The journal also strives to present practical and theoretical analyses of these issues and facilitates the circulation of modern scientific findings by scientists and researchers for practical application. In addition, **``Sharif''** publishes original papers focusing on issues of specific concern to universities, including research, technological advancements, and topics related to matters of higher education.

P.O.BOX 11155-8639 AZADI AVENUE, TEHRAN, I.R. IRAN
Phone: (98-21) 66005419 - 66164093 Fax: (98-21) 66012983
Web: http://journal.sharif.ir /
http://www.globalsciencejournals.com
E-mail: pajouhesh@sharif.edu

CONTENTS

3 **Numerical Study of the Effect of Combining Passive Flow Control Methods to Improve Cyclone Performance**
Arman Moghadaszadeh and Saeed Karimian Aliabadi

17 **Modal-based Structural Health Monitoring of a Composite Wind-Turbine Blade**
Seyed Mohammad Hossein Sharifi, Gholamreza Rashed and Mohammad Foad Salamizadeh

27 **Thermodynamic Modeling and Performance Assessment of a Clean Hydrogen Production Energy System Using a Palladium Separation Membrane Based on Gibbs Free Energy Minimization and Lagrange Undetermined Multipliers Method**
Parisa Mojaver

37 **Novel Acoustic Absorbers Based on TPMS Structures: Implementation in Axial Fan Casings and Ducted Wind Turbines**
Mostafa Mozafari and Mehran Masdari

53 **Enhanced Interfacial Fracture Prediction in Electronic Solder Joints Considering T-Stress under Mixed-Mode I/II Loading**
Zahra Khaji, Mahdi Fakoor, Saeid Shakhesi and Saeid Sarkeil

65 **Localization of a Mobile Robot by Fusing Encoder and Digital Compass Data Using Extended and Unscented Kalman Filters**
Samane Maleki and Seyed Mohammad Bozorg

79 **Static Bending Analysis of Single-Walled Carbon Nanotubes Using Shell Theory and Nonlocal Elasticity**
Mahdi Babakhani and Isa Ahmadi

95 **Investigation of Parametric Dynamic Mode Decomposition for 2D Flow Field Estimation**
Mohammad Sadegh Keyvanipour, Foroogh Mohandespour and Nowrouz Mohammad Nouri

105 **Attitude Determination of Geosynchronous Satellites with Sun and Earth Sensors Using Artificial Intelligence Algorithms**
Farid Hajiwaysa, Hossein Nejat Pishkenari and Taleb Abdollahi

119 **Investigation of Blade Parameterization Methods for Axial Compressors**
Mohammad Farahani, Mehrab Kalabi, Arman Mohammadi Joozdani and Sajjad Ghadiri

APPENDIX

135 **TOTAL PAGE NUMBER**